

Władysław Wornalkiewicz
Roman Szarawara

**TECHNIKI
ROZWIĄZAŃ
OPTYMALIZACYJNYCH**

Przykłady zastosowań



2023

UDK 338.24:001.82(075)

**Zalecane do publikacji przez radę akademicką
Połtawski Instytut Ekonomii i Prawa
(protokół nr 1 z dnia 12 września 2023 r.)**

Recenzenci:

Tadeusz Pokusa, prof. ANS-WSZiA Wicerektor Akademii Nauk Stosowanych – Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Opolu (Poland);

Dmytro Dyaczkow, doktor nauk ekonomicznych, profesor, profesor Wydziału Zarządzania im I.A. Markinoi, dyrektor Naukowo-Edukacyjnego Instytutu Ekonomii, Zarządzania, Prawa i Technologii Informacyjnych, Połtawski Państwowy Uniwersytet Rolniczy (Ukraina).

Wornalkiewicz W., Szarawara R. Techniki rozwiązań optymalizacyjnych. Przykłady zastosowań. Połtawa: Połtawski Instytut Ekonomii i Prawa Uniwersytetu „Ukraina”, 2023. 243 s.

ISBN 978-966-388-674-9

Coraz szybciej toruje sobie drogę optymalizacja decyzji gospodarczych jak i zarządczych. Narzędzia informatyczne z tego zakresu stają się ogólnie dostępne w szeregu pakietach. Stanowi to zachętę do prowadzenia ćwiczeń z optymalizacji ze studentami na kierunkach ekonomicznych, i nie tylko, bezpośrednio na ich coraz doskonalszych laptopach. Umiejętność ta jest potem z łatwością przenoszona do praktyki firm w których pracują lub podejmują pracę absolwenci określonych uczelni. W niniejszej książce zaprezentowano konkretne przykłady zastosowania popularnych już aplikacji komputerowych takich jak: Solver Excela, moduły WinQSB, Promethee-Gaia, moduł optymalizacji w pakiecie R. Wprowadzeniem do bardziej złożonych procedur formułowania zadań decyzyjnych, do wymienionych programów, są zaprezentowane w rozdziałach początkowych tej książki, przykłady dydaktyczne z wykorzystaniem przede wszystkim możliwości Solvera jak i dość obszernej funkcjonalności pakietu WinQSB. Po opanowaniu techniki informatycznej prostszych zadań optymalizacyjnych Czytelnik może podjąć się przetestowania podanych w tym opracowaniu problemów komiwojażera, marszrutyzacji przewozów, czy też optymalizacji usług logistycznych. Sprawne jednak formułowanie zadań decyzyjnych wymaga przygotowania z modelowania ekonometrycznego i procedur doskonalenia procesów zarządzania, stąd jako uzupełnienie pokazano publikacje między innymi z tego zakresu.

UDK 338.24:001.82(075)

ISBN 978-966-388-674-9

© Połtawski Instytut Ekonomii i Prawa, 2023

© Wornalkiewicz W., Szarawara R, 2023

@Uniwersytet „Ukraina”, 2023

Spis treści



Wprowadzenie	6
1. Zastosowanie <i>Solvera</i> do przykładów dydaktycznych z optymalizacji	7
1.1. Wstęp	7
1.2. Minimalizacja odpadów	10
1.3. Minimalizacja kosztu karmienia psów	14
1.4. Maksymalizacja liczby kompletów	16
1.5. Uwzględnienie wcześniejszego kontraktu	17
1.6. Uwzględnienie macierzy zmiennych (przykład uprawy i hodowli rolniczej)	19
1.7. Zastosowanie zmiennych binarnych (przykład przydziału zadań pracownikom)	21
1.8. Budowa modelu marketingowego (pokazującego wpływ reklamy na wielkość sprzedaży)	22
1.9. Asortyment produktów dający największy zysk	26
1.10. Optymalna obsada stanowisk	28
1.11. Zagadnienie transportowe	30
1.12. Maksymalizacja wpływu z kapitału pracującego	32
2. Optymalizacja przewozów masowych	35
3. Programy optymalizacji stosowane w dydaktyce	39
3.1. Wstęp	39
3.2. Skorzystanie z aplikacji <i>Oracle VM VirtualBox</i>	40
3.3. Zastosowanie programu <i>ExploreLp</i>	45
3.4. Wykorzystanie aplikacji <i>Solvexo</i>	48
3.5. Użycie dodatku <i>Solver</i>	50
4. Rozwiązanie problemu transportowego metodą <i>VAM</i>	52
4.1. Wstęp	52
4.2. Procedura rozwiązywania zadania decyzyjnego transportowego metodą <i>VAM</i> z zastosowaniem formuł <i>Excela</i>	54
4.3. Zastosowanie metody simpleks dla sprawdzenia wyników według <i>VAM</i>	59
4.4. Rozwiązanie alternatywne zadania modułem pakietu <i>WinQSB</i>	62
5. Iteracyjna optymalizacja parametrów w wybranych modelach	64
5.1. Uogólniony model Holta	64
5.2. Modele wyrównywania wykładniczego w programie <i>WinQSB</i>	66
5.3. Zastosowanie dodatku <i>Solver Excela</i>	69

6. Podejście do problemu komiwojażera	76
6.1. Wprowadzenie	76
6.2. Problem komiwojażera w publikacjach	76
6.3. Zastosowanie <i>Solvera</i> do rozwiązania symetrycznego problemu komiwojażera	81
6.4. Zastosowanie modułu „ <i>Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe</i> ”	87
7. Optymalizacja marszrutyzacji z zastosowaniem funkcji <i>Excelsa</i>	95
7.1. Wprowadzenie	95
7.2. Model zadania klasy <i>VRP</i>	98
7.3. Określenie danych wejściowych i formuł do realizacji <i>Solverem</i>	101
7.4. Skorzystanie z metody optymalizacji „ <i>LP simpleks</i> ” w <i>Solverze</i>	104
8. Marszrutyzacja przewozów z zastosowaniem programu <i>WinQSB</i>	111
8.1. Wstęp	111
8.2. Model matematyczny zadania decyzyjnego klasy <i>VRP</i>	112
8.3. Założenia do testowania modelu programem <i>WinQSB</i>	114
8.4. Procedura sformułowania zadania decyzyjnego w <i>WinQSB</i>	115
8.5. Rozwiązanie problemu decyzyjnego o zmiennych mieszanych	119
9. Zastosowanie wybranych programów do optymalizacji	123
9.1. Wstęp	123
9.2. Skorzystanie z oprogramowania <i>R</i>	123
9.3. Zastosowanie dodatku <i>Solver Excelsa</i>	128
9.4. Użycie modułu <i>LP-ILP</i> pakietu <i>WinQSB</i>	133
10. Zastosowanie edytora <i>Tinn-R</i> do optymalizacji programem <i>R</i>	138
10.1. Wstęp	138
10.2. Instalowanie <i>R</i>	139
10.3. Uruchomienie programu <i>R</i>	143
10.4. Instalowanie edytora <i>Tinn-R</i>	144
10.5. Uruchomienie <i>RGui</i> w programie <i>R</i>	147
10.6. Rozwiązanie problemu za pomocą programu <i>Tinn-R</i>	149
11. Wykorzystanie wersji aplikacji <i>PROMETHEE-GAIA</i>	152
11.1. Wprowadzenie	152
11.2. Zdefiniowanie problemu w <i>PROMETHEE-GAIA</i>	154
11.3. Podejście do prezentacji graficznej przy wykorzystaniu dodatku programowego <i>GAIA</i>	159
11.4. Wprowadzenie funkcji „ <i>Linear</i> ”	161
11.5. Uwzględnienie progów według istotności różnic	163

12. Zastosowanie formuł Excela w optymalizacji wielokryterialnej	166
metodą PROMETHEE II	
12.1. Wstęp	166
12.2. Zbudowanie macierzy decyzyjnej	168
12.3. Normalizacja wartości dla kryteriów	170
12.4. Różnice poszczególnych wariantów i określenie funkcji preferencji	171
12.5. Ważone różnice poszczególnych funkcji preferencji	172
12.6. Ranking potencjalnych kursów e-learningowych szkolenia <i>BI</i>	173
13. Wstęp do formułowania rankingu atrakcyjności akwenów turystyki morskiej	176
13.1. Wprowadzenie	176
13.2. Zainicjowanie struktury trypoziomowej ocen	177
13.3. Skorzystanie z aplikacji <i>PROMETHEE-GAIA</i>	185
14. Implementacja procedury usług logistycznych	188
14.1. Wstęp	188
14.2. Założenia teoretyczne modelu liniowego optymalizacji kosztów usług logistycznych	190
14.3. Budowa tablic w <i>Excelu</i> na danych umownych	195
15. Sztuczna inteligencja	202
15.1. Wstęp	202
15.2. Termin i obszar zastosowania sztucznej inteligencji	203
15.3. Dostęp do programu <i>ChatGPT</i>	204
15.4. Niepokoje związane z zastosowaniem techniki AI	211
16. Moje publikacje w latach 2008-2023 (Władysław Wornalkiewicz)	217
Bibliografia	241

Wprowadzenie



W ostatnich czasach wzrosło zainteresowanie studentów kierunków *Zarządzanie* oraz *Logistyka* rozwiązywaniem zadań decyzyjnych z zastosowaniem metod komputerowych. Bazują one głównie na algorytmie simpleks. Część słuchaczy przedmiotów „*Badania operacyjne*”, „*Optymalizacja decyzji gospodarczych*” na studiach niestacjonarnych, prowadzących swoje małe firmy, dostrzegła szansę na uzyskanie dodatkowych przychodów poprzez odpowiedni dobór asortymentu produkcji, czy też usług. Jest to szczególnie istotne w trudnych czasach inflacji i ostrej konkurencji, blokowania niektórych rynków zbytu.

Na szczególną uwagę zasługuje, w wymienionym względzie, dodatek *Solver* do arkusza kalkulacyjnego *Excel*. Przy okazji przypomniano sobie o zastosowaniach pakietu *WinQSB* oraz innych nowszych aplikacjach, często już komercyjnych stanowiących oprogramowanie procedur optymalizacyjnych.

Stosunkowo łatwo podaje się dane wejściowe do *Solvera* oraz parametry definiujące funkcję celu, ograniczenia dostępnych zasobów oraz warunki brzegowe dotyczące zmiennych, których wartości poszukujemy. Z tego względu otwierając się na potrzeby potencjalnych odbiorców, w niniejszym opracowaniu, dokonano implementacji i zestawienia wcześniejszych rozwiązań zadań decyzyjnych z zastosowaniem *Solvera*, *WinQSB*, modułów pakietu *R* oraz aplikacji *PROMETHEE-GAIA*.

Zaprezentowano również przykłady, począwszy od tych stosowanych w dydaktyce przedmiotu „*Optymalizacja decyzji gospodarczych*”, po rozwiązania typu *marszrutyzacja przewozów*, iteracyjna optymalizacja parametrów w wybranych modelach prognozowania, w tym modelu Holta.

Elementem końcowym niniejszej pracy jest rozdział „*Sztuczna inteligencja*” w którym pokazano jak skorzystać z nowej aplikacji, wspomagającej badacza, jaką jest *CzatGPT*, opracowanej przez firmę OpenAI. Występuje tu tzw. asystent, który pomaga zebrać materiały internetowe na zadany temat np. z zakresu rozwiązywania problemu przy wykorzystaniu określonego programu komputerowego.

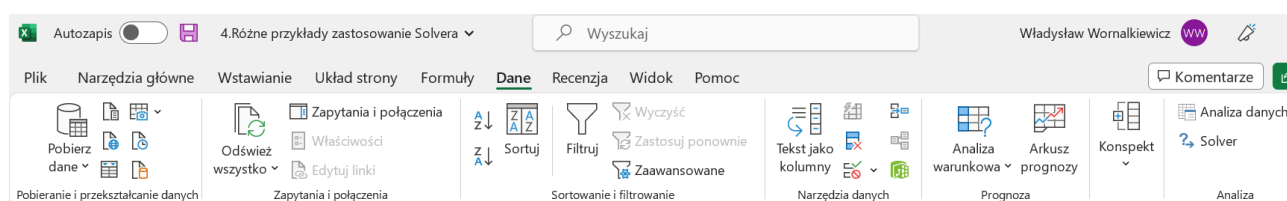
Autorzy

1. Zastosowanie *Solvera* do przykładów dydaktycznych z optymalizacji



1.1. Wstęp

Jak już wspomniano w *Wprowadzeniu* podczas wykładów z optymalizacji decyzji gospodarczych największym zainteresowaniem wśród studentów zbudziło zastosowanie dodatku *Solver* wchodzącego w skład arkusza kalkulacyjnego *Excel*. Chociaż przykłady dotyczyły tylko wybranych i przy tym drobnych obszarów, to i tak niektórzy z słuchaczy widzieli potrzebę ich implementacji w swojej pracy zawodowej. Zarówno na kierunku *Zarządzanie* jak i *Logistyka* są studenci, którzy prowadzą własne firmy np. cięcia kamienia budowlanego, jak też ozdobnego. Było to zachętą do zaprezentowania ich w tej monografii¹. Na wstępie jednak przyjrzyjmy się memu głównemu *Excela* wersji 16.0 wchodzącego w skład pakietu *Microsoft 365*. Występują tu zakładki: *Plik*, *Narzędzia główne*, *Wstawianie*, *Układ strony*, *Formuły*, *Dane*, *Recenzja*, *Widok*, *Pomoc*. Po kliknięciu na zakładkę *Dane* zauważymy z prawej strony funkcję *Solver* (zob. rysunek 1.1).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.1. *Solver* w ramach opcji zakładki *Dane*

Jeśli mamy otwarty plik zadania decyzyjnego i ustawieni jesteśmy w komórce celu to po akceptacji *Solvera* pojawia się nam okno dialogowe. Przykład ten dotyczy określenia optymalnej liczby produkcji wyrobów W_1 i W_2 , jako zmiennych x_1 i x_2 . Dla realizacji procesu optymalizacji musimy wprowadzić do tabeli danych formuły wykorzystania zasobów oraz formułę funkcji celu – widoczną na rysunku 1.2^{2 3}. Sformułowanie manualne zadania decyzyjnego optymalizacyjnego, dążącego do maksymalnej kwoty przychodu ze sprzedaży wyrobów, sprowadza się do określenia

¹ Niektóre z przykładów, ujętych w tej części monografii, bazują na propozycjach zagadnień optymalizacyjnych zawartych w publikacjach firmy Microsoft Corporation:

- *Analiza arkusza, wymiana danych, tworzenie, automatyzacja prac*, Podręcznik użytkownika tom 2;
- *Praca z pakietem Microsoft Office 97. Konkretnie rozwiązania w codziennej pracy*, Ireland 1995;
- *Microsoft Excel. Arkusz kalkulacyjny z grafiką reprezentacyjną i bazą danych*, wersja 4.0 dla Windows TM, Ireland 1992;
- *Microsoft Excel. Opis funkcji*, Ireland 1993.

² To zadanie jak i dalsze zaprezentowane w tym rozdziale wykonywane było na laptopie w trakcie z przedmiotu *Optymalizacja decyzji gospodarczych*.

³ W opracowaniu, przy redagowaniu tekstów przykładów, bazowano na analogicznych problemach decyzyjnych zademonstrowanych w książce: Duczmał M., Wornalkiewicz W., *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*, Instytut Śląski, Opole 2010.

funkcji celu (FC), ograniczeń (C_i) oraz warunków brzegowych, w których zmienne są liczbami całkowitymi⁴:

$$FC: 30x_1 + 20x_2 \rightarrow \max$$

$$C_1: 2x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$C_2: 3x_1 + 3x_2 \leq 2400$$

$$C_3: 1,5x_1 \leq 600$$

$$x_1, x_2 \geq 0; \quad x_1, x_2 \in C$$

Przyjmujemy wstępnie, że x_1 i x_2 równa się zero.

The image shows the Solver Parameters dialog box in Microsoft Excel. The 'Set Objective' field is set to '\$C\$9'. The 'To: Of Greater Than' radio button is selected. The 'By Changing Variable Cells' field is set to '\$D\$3:\$E\$3'. The 'Subject to the Constraints' list contains: '\$C\$5:\$C\$7 <= \$B\$5:\$B\$7', '\$D\$3:\$E\$3 = całkowita', and '\$D\$3:\$E\$3 >= 0'. The 'Select a Solving Method' dropdown is set to 'LP simpleks'. The 'Make Unconstrained Variables Non-Negative' checkbox is checked. The 'Solving Method' section explains that for smooth nonlinear problems, the GRG Nonlinear engine is used, and for linear problems, the LP Simplex engine is used. The spreadsheet in the background shows a table with columns A-E and rows 1-15. Row 3 has headers: 'Nazwa zasobu', 'Zasób', 'Wykorzystanie', 'W1', 'W2'. Row 5: 'S1', '1000', '0', '2', '1'. Row 6: 'S2', '2400', '0', '3', '3'. Row 7: 'S3', '600', '0', '1,5', '0'. Row 8: 'Ceny:', '30', '20'. Row 9: 'Max. sprzedaży', '0'.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.2. Zdefiniowanie parametrów zadania decyzyjnego w *Solverze*

Procedura postępowania w *Solverze* jest następująca:

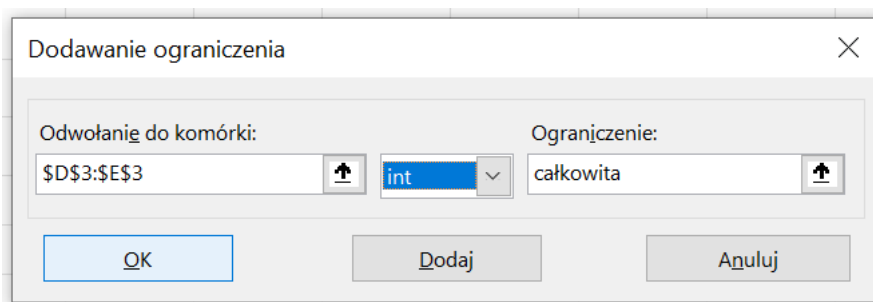
1. Rozplanowanie tabeli zadania decyzyjnego na arkuszu kalkulacyjnym *Excela*.
2. Wprowadzamy wyrażenia do komórek wykorzystania zasobów oraz komórki funkcji celu.
3. Ustawiamy się w komórce celu: \$C\$9.
4. Wywołujemy menu: *Dane/Solver*. Pojawia się okno dialogowe z zaznaczoną adresowaniem bezwzględny komórką celu.
5. Wypełniamy komórki zmieniane: \$D\$3:\$E\$3; Dodajemy warunki ograniczające i brzegowe:

$$\$C\$5:C7 \leq \$B\$5:B7$$

$$\$D\$3:E3 \geq 0 \text{ i } \$D\$3:E3 \text{ int (warunek liczb całkowitych)}$$

Warunki dodajemy poprzez pomocnicze okno dialogowe np. – zob. rysunek 1.3:

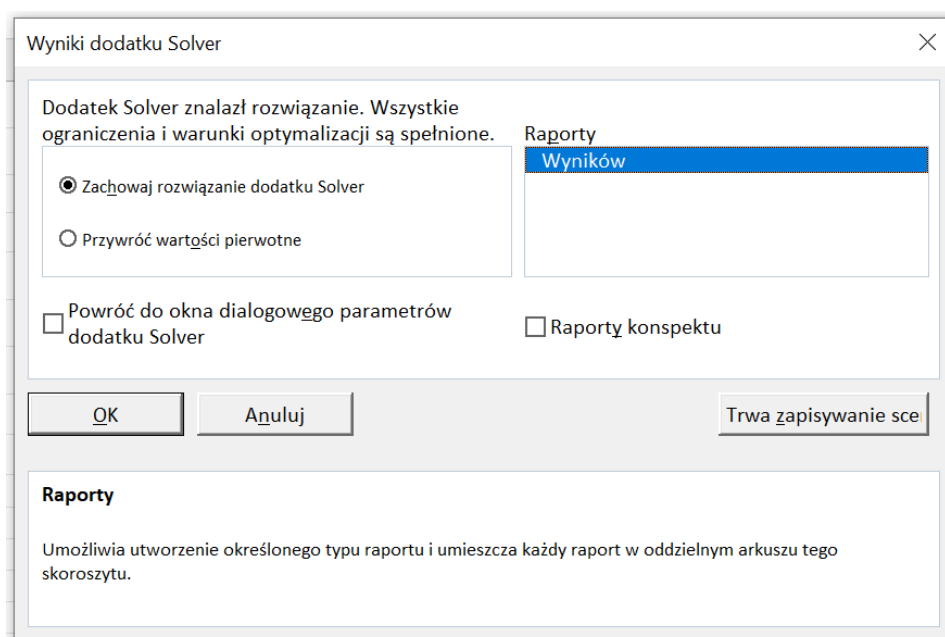
⁴ Przykład stanowi analogię do zadania 2 (s. 21) zawartego w książce: Anhlcer M., Gaspars H., Owczarkowski A., *Przykłady i zadania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.3. Dodanie ograniczenia całkowitości

6. Klikamy na przycisk Rozwiąż i w oknie dialogowym zaznaczamy wyświetlenie raportu wyników (rysunek 1.4).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.4. Zaznaczenie wygenerowania raportu wyników z procesu optymalizacji

Po *OK* pojawia się nam rozwiązanie w tabeli danych (zob. rysunek 1.5) i w skoroszycie *Excela* zostaje dopisany plik raportu (rysunek 1.6).

	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	1
2				W_1	W_2	2
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	200	600	3
4						4
5	S_1	1000	1000	2	1	5
6	S_2	2400	2400	3	3	6
7	S_3	600	300	1,5	0	7
8			Ceny:	30	20	8
9		Max. sprzedaży	18000			9

Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.5. Rozwiązanie zadania produkcji wyrobów

Zatem liczba wyrobów $W_1 = 200$ szt., a wyrobu $W_2 = 600$ szt. Funkcja celu, czyli przychód ze sprzedaży wynosi 18000 zł - z uwzględnieniem cen wyrobów. Widzimy wykorzystanie zasobu S_1 i S_2 w pełni, a zasobu S_3 tylko 300 kg, tak więc w magazynie pozostaje jeszcze: $(600 - 300) = 300$ kg. Na rysunku 1.5. widzimy też przykład formuły wykorzystania zasobu S_1 w komórce C5.

Na zaprezentowanym raporcie zwróćmy uwagę na wartości początkowe zmiennych decyzyjnych, które są równe zero oraz końcowe po optymalizacji. Ponadto warto przeanalizować sposób zapisu formuł dotyczących ograniczenia zasobów, zmiennych a także zaznaczenia warunku całkowitoliczebności.

Microsoft Excel 16.0 Raport wyników

Arkusz: [Zastosowanie Solvera.xlsx]Dane1

Raport utworzony: 06.04.2023 14:19:42

Wynik: Dodatek Solver znalazł rozwiązanie. Wszystkie ograniczenia i warunki optymalizacji są spełnione.

Aparat dodatku Solver

Aparat: LP simpleks

Czas rozwiązania: 0,078 sek.

Liczba iteracji: 3 Podproblemy: 0

Opcje dodatku Solver

Maksymalny czas Nieograniczone, Iteracje Nieograniczone, Precision

Maks. liczba podproblemów Nieograniczone, Maks. liczba rozwiązań całk. Nieograniczone, Tolerancja całk. %, Przyjmij

Komórka celu (Maks)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$C\$9	Max. sprzedaży Ceny:	0	18000

Komórki zmiennych

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
\$D\$3	Wykorzystanie W1	0	200	Całkowite
\$E\$3	Wykorzystanie W2	0	600	Całkowite

Ograniczenia

Komórka	Nazwa	Wartość komórki	Formuła	Stan	Zapas czasu
\$C\$5	S1 Wykorzystanie	1000	\$C\$5<=\$B\$5	Wiążące	0
\$C\$6	S2 Wykorzystanie	2400	\$C\$6<=\$B\$6	Wiążące	0
\$C\$7	S3 Wykorzystanie	300	\$C\$7<=\$B\$7	Niewiążące	300
\$D\$3	Wykorzystanie W1	200	\$D\$3>=0	Niewiążące	200
\$E\$3	Wykorzystanie W2	600	\$E\$3>=0	Niewiążące	600
\$D\$3:\$E\$3=Całkowite					

Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.6. Raport wyników

1.2. Minimalizacja odpadów

Jako przykład rozpatrzmy następujące zadanie: *Tartak otrzymał zamówienie na wykonanie kompletów belek składających się z: 300 kompletów, w tym belki (5 po 2,3 m, 4 po 2 m, 2 po 0,4 m); 100 kompletów, składających się z belek (2 po 2,3 m, 3 po 2 m, 3 po 0,4 m). Tartak ma do dyspozycji drewniane bale o długości 5,3 m. Należy tak pociąć bale, aby odpady były jak najmniejsze^{5 6}.*

⁵ Temat stanowi analogię do przykładu 6 (s. 43) zamieszczonego w: Jędrzejczak Z., Kukuła K., Skrzypek J., Walkosz A., *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, red. nauk., Kukuła K., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

⁶ Temat bazuje na przykładzie 3 (s. 10): Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zdania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

Na początku musimy wyodrębnić kilka sposobów cięcia belek z bali i niech to będą sposoby zaprezentowane poniżej.

Długość [m]	Sposób 1	Sposób 2	Sposób 3
2,3	2	0	1
2,0	0	2	1
0,4	1	3	2
Odpad [m]	0,3	0,1	0,2

Obliczenie odpadów: sposób 1: $5,3 - (4,6 + 0,4)$; sposób 2: $5,3 - (4 + 1,2)$; sposób 3: $5,3 - (4,3 + 0,8)$. Potrzeba jeszcze określić liczbę poszczególnych belek w dwóch zamówieniach:

- belki 2,3 m ($300 \cdot 5 + 100 \cdot 2$) = 1700 szt.,
- belki 2,0 m ($300 \cdot 4 + 100 \cdot 3$) = 1500 szt.,
- belki 0,4 m ($300 \cdot 2 + 100 \cdot 3$) = 900 szt.

Przyjmijmy jako zmienne: x_1 – liczba cięć (bali po 5,3 m) sposobem 1, x_2 – liczba cięć sposobem 2, x_3 – liczba cięć sposobem 3. Musimy zrealizować nasze dwa zamówienia, zatem ograniczenia stanowią liczby pociętych belek po 2,3 m, 2,0 m oraz 0,4 m. Jako warunki brzegowe wprowadzamy nieujemność ($x_1, x_2, x_3 \geq 0$ oraz całkowitoliczbowość zmiennych (x_1, x_2 i x_3 jako „int”). Tak więc sformułowanie zadania decyzyjnego na minimalizację odpadu jest następujące:

$$FC: 0,3 x_1 + 0,1 x_2 + 0,2 x_3 \rightarrow \min$$

$$C_1: 2x_1 + 0x_2 + 1x_3 \geq 1700$$

$$C_2: 0x_1 + 2x_2 + 1x_3 \geq 1500$$

$$C_3: 1x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 900$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$$

Podobnie jak dla przykładu podanego na *Wstępie* utwórzmy tabelę danych wejściowych z wprowadzeniem do odpowiednich komórek formuł w zakresie wykorzystania zasobów (komórki: C5:C7), jak też formułę funkcji celu (komórka: C9). W komórkach zmiennych wprowadzamy początkowo zero.

C9						
	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2				W ₁	W ₂	W ₂
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	0	0	0
4						
5	S ₁	1700	0	2	0	1
6	S ₂	1500	0	0	2	1
7	S ₃	900	0	1	3	2
8			Ceny:	0,3	0,1	0,2
9		Min. odpadu	0			

Źródło: Opracowanie własne w *Microsoft Excel 16.0*.

Rys. 1.6. Dane wejściowe zadania minimalizacji odpadu

Zwróćmy teraz uwagę na sposób wypełnienia okna dialogowego „Parametry dodatku Solver”. Jako metodę rozwiązywania wybrano „LP simpleks” dotyczącą problemów liniowych (zob. rysunek 1.7). Do dyspozycji jest jeszcze metoda nieliniowa GRG oraz ewolucyjna.

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: Maks Min Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

Ustaw wartości nieujemne dla zmiennych bez ograniczeń

Wybierz metodę rozwiązywania:

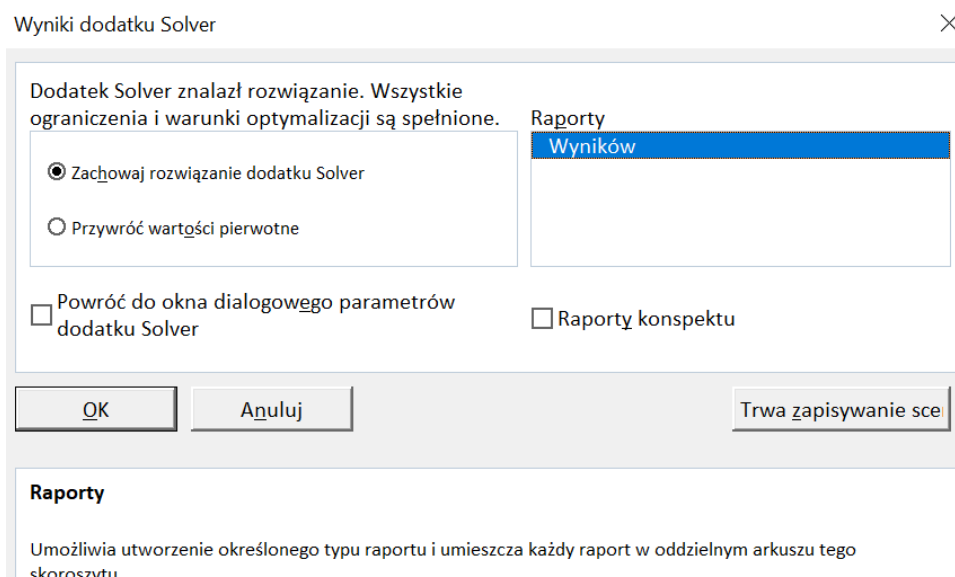
Metoda rozwiązywania
W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie, wybierz aparat ewolucyjny.

Pomoc Rozwiąż Zamknij

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.7. Parametry zadania minimalizacji odpadu

Po kliknięciu na *Rozwiąż* pojawia się komunikat z możliwością wskazania potrzeby raportu (rysunek 1.8).



Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 1.8. Komunikat o rozwiązaniu zadania i wskazanie potrzeby raportu wyników

Solver zaproponował zastosowanie pierwszego sposobu cięcia bali 850 razy, drugiego 750 razy a z trzeciego zrezygnował. W tych warunkach minimalna liczba odpadu wynosi łącznie 330 m (zob. rysunek 1.9).

C5 $=\$D\$3*D5+\$E\$3*E5+\$F\$3*F5$						
	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2				W ₁	W ₂	W ₂
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	850	750	0
4						
5	S ₁	1700	1700	2	0	1
6	S ₂	1500	1500	0	2	1
7	S ₃	900	3100	1	3	2
8			Ceny:	0,3	0,1	0,2
9		Min. odpadu	330			

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 1.9. Efekt postępowania iteracyjnego *Solwera* w zakresie optymalizacji cięcia bali

Proponuję jeszcze zwrócić uwagę na podany w formie skróconej, wygenerowany raport wyników (rys. 1.10). Zadanie decyzyjne zrealizowane zostało w 3-ch iteracjach w czasie zaledwie 0,015 sekundy.

Microsoft Excel 16.0 Raport wyników

Arkusz: [Zastosowanie Solvera-różne.xlsx]Dane

Raport utworzony: 03.05.2023 09:59:09

Wynik: Dodatek Solver znalazł rozwiązanie. Wszystkie ograniczenia i warunki optymalizacji są spełnione.

Aparat dodatku Solver

Aparat: LP simpleks

Czas rozwiązania: 0,015 sek.

Liczba iteracji: 3 Podproblemy: 0

Komórka celu (Min)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$C\$9	Min. odpadu Ceny:	0	330

Komórki zmiennych

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
\$D\$3	Wykorzystanie W1	0	850	Całkowite
\$E\$3	Wykorzystanie W2	0	750	Całkowite
\$F\$3	Wykorzystanie W2	0	0	Ciągłe

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys.1.10. Fragment raportu wyników zadania decyzyjnego dotyczącego cięcia bali drewnianych

Z dalszej części raportu dowiadujemy się, że zostały w pełni spełnione ograniczenia dotyczące belek 2,3 m oraz 2,0 m, a w odniesieniu do krótkich belek po 0,4 m występuje spora nadwyżka ilościowa, bo $(3100 - 900) = 2200$ sztuk.

1.3. Minimalizacja kosztu karmienia psów

Jako kolejny przykład rozpatrzmy problem minimalizacji kosztów: *Hodowca psów rasowych uważa, że prawidłowo karmiony pies musi otrzymywać odpowiednie dzienne dawki witamin w wysokości przynajmniej: witaminy C – 150 j., D – 15 j. i A – 25 j. Hodowca może wykorzystać trzy specjalistyczne karmy dla psów, których ceny za 1 kg wynoszą odpowiednio: $K_1 - 7$ zł., $K_2 - 5$ zł., $K_3 - 9$ zł. Należy przy tym pamiętać, że karmy K_2 nie powinno się podawać więcej niż 450 g dziennie. Należy ułożyć liniowe zadanie decyzyjne minimalizujące koszt karmienia psów i rozwiązać problem w Solverze⁷. Zawartość witamin w 1 kg poszczególnych karm jest następująca:*

Witamina [j.]	K1	K2	K3
C	150	100	175
D	20	10	15
A	0	25	30
Cena [zł]	7	5	9

Przyjmijmy jako zmienne: x_1 - ilość karmy K_1 , x_2 - ilość karmy K_2 , x_3 - ilość karmy K_3 . Ograniczenia stanowią: dawka witaminy C, dawka witaminy D, dawka witaminy A, ilość maksymalna karmy K_2 .

Przy tych założeniach sformułowane zadanie decyzyjne ma następującą postać:

⁷ W opracowaniu tego tematu zabazowano na przykładzie 2 (s. 8): Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zdania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

$$FC: 7x_1 + 5x_2 + 9x_3 \rightarrow \min$$

$$C_1: 150x_1 + 100x_2 + 175x_3 \geq 150$$

$$C_2: 20x_1 + 10x_2 + 15x_3 \geq 15$$

$$C_3: 0x_1 + 25x_2 + 30x_3 \geq 25$$

$$C_4: 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 \geq 0,45$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Utwórzmy podobnie jak dla wcześniejszego przykładu tabelę danych wejściowych do *Solvera*. Ustawiamy się w komórce celu, określamy formuły wykorzystania zasobów, formułę funkcji celu i w wyniku postępowania iteracyjnego uzyskujemy efekt zaprezentowany na rysunku 1.11. Tak więc optymalne dzienne dawki karm wynoszą: $K_1 = 0,1813$ kg, $K_2 = 0,45$ kg, $K_3 = 0,4583$ kg, a minimalny koszt karmienia psów rasowych wyniesie wówczas 7,64 zł.

	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2				K ₁	K ₂	K ₃
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	0,1813	0,4500	0,4583
4						
5	K ₁	150	152,40	150	100	175
6	K ₂	15	15,00	20	10	15
7	K ₃	25	25,00	0	25	30
8		0,45	0,45	0	1	0
9			Ceny:	7	5	9
10		Min. kosztu	7,64 zł			

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys .1.11. Tabela wynikowa po optymalizacji kosztu karmienia psów

Prawidłowe określenie parametrów *Solvera* w oknie dialogowym jest bardzo istotne i dlatego zaprezentowano jeszcze jego skróconą postać na rysunku 1.12.

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 1.12. Parametry zadania decyzyjnego w *Solverze* dotyczące minimalizacji dziennego kosztu karmienia psów

1.4. Maksymalizacja liczby kompletów

Zaprezentowany teraz przykład zbudził, w trakcie ćwiczeń z przedmiotu *Optymalizacja decyzji gospodarczych*, duże zainteresowanie studentów. Pojawiła się jednak trudność w określeniu zmiennych, zwłaszcza zmiennej – liczba kompletów, a tekst tego zadania jest następujący: *Firma wycina kształtki A i B ze standardowego paska blachy czterema sposobami. Liczba kształtek uzyskanych przy danym sposobie wycinania jest następująca*^{8 9}:

	I	II	III	IV
A	3	5	2	6
B	4	3	6	2

Ze względów technologicznych częstość stosowania czwartego sposobu cięcia nie może przekraczać 50% drugiego sposobu cięcia. Firma sprzedaje kształtki w kompletach: 1 kształtka A i 2 kształtki B. Firma posiada 50 pasków blachy. Celem firmy jest maksymalizacja liczby kompletów. Należy sformułować problem w postaci zadania programowania liniowego (PL).

Jako zmienne przyjęto: x_1 – krotność stosowania I sposobu cięcia (liczba zużytych pasków blachy), x_2 – krotność stosowania sposobu II, x_3 – krotność stosowania sposobu III, x_4 – krotność stosowania sposobu IV, y – liczba kompletów kształtek A i B. Ograniczeniami są: liczba pasków blachy, liczba kształtek A w kompletach, liczba kształtek B w kompletach, krotność stosowania IV sposobu cięcia. Ponadto założono nieujemność zmiennych oraz ich całkowitoliczbowość. Przy tych założeniach nasze zadanie decyzyjne można sformułować następująco:

$$\begin{aligned} \text{FC: } & y \rightarrow \max \\ \text{C}_1: & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 50 \\ \text{C}_2: & 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq y \\ \text{C}_3: & 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 2y \\ \text{C}_4: & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1x_4 \leq 0,5x_2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, y \in \mathbb{C} \end{aligned}$$

Efektom pracy *Solvera* jest krotność sposobów cięcia $W_1 = 0$, $W_2 = 12$, $W_3 = 38$, $W_4 = 0$ oraz liczba kompletów $y = 132$ (zob. rysunek 1.13).

⁸ Temat stanowi analogię do zadania 28 (s. 47) podanego w: Jędrzejczak Z., Kukuła K., Skrzypek J., Walkosz A., *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, red. nauk., Kukuła K., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

⁹ Temat bazuje na przykładzie 4 (s. 12) opracowania: Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zadania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

C5	=D\$3*D5+E\$3*E5+F\$3*F5+G\$3*G5+H\$3*H5							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A	B	C	D	E	F	G	H
2				W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	Y
3	Nazwa ograniczenia	Zasób	Wykorzystanie	0	12	38	0	132
4								
5	O ₁	50	50	1	1	1	1	0
6	O ₂	0	4	3	5	2	6	-1
7	O ₃	0	0	4	3	6	2	-2
8	O ₄	0	-6	0	-0,5	0	1	0
9			Komplety:	0	0	0	0	1
10		Max. kpl.	132					

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.13. Rozwiązanie zadania decyzyjnego maksymalizacji liczby kompletów kształtek

Zobaczmy jeszcze określenie parametrów dodatku Solver (rys. 1.14).

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: Maks Min Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

- \$B\$8 <= \$B\$8
- \$C\$5 <= \$B\$5
- \$C\$6 >= \$B\$6
- \$C\$7 >= \$B\$7
- \$D\$3:\$H\$3 = całkowita
- \$D\$3:\$H\$3 >= 0

Dodaj Zmień Usuń

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.14. Fragment okna z parametrami dodatku Solver zadania dotyczącego maksymalizacji liczby kompletów

1.5. Uwzględnienie wcześniejszego kontraktu

Mamy teraz następujące zadanie decyzyjne: *Przedsiębiorstwo wytwarza dwa produkty P_1 i P_2 wykorzystując w tym celu surowce S_1 i S_2 , których zasoby wynoszą $S_1 = 12$ kg, $S_2 = 36$ kg. Do produkcji P_1 zużywa się 4 kg S_1 oraz 6 kg S_2 , natomiast do wytworzenia P_2 potrzeba 2 kg S_1 i 6 kg S_2 . Zysk ze sprzedanej jednej sztuki P_1 wynosi 40 tys. zł, a ze sprzedaży P_2 – 10 tys. zł. Przedsiębiorstwo podpisało kontrakt na dostawę jednostki P_1 i dwóch jednostek P_2 i musi się z tego wywiązać. Ułóż liniowe zadanie decyzyjne i rozwiąż je w Solverze, w celu uzyskania maksymalnego zysku z produkcji wyrobów P_1 i P_2 ¹⁰.*

¹⁰ Tekst przykładu bazuje na zadaniu 2 (s. 21) w książce: Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zdania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

Określenie zmiennych: x_1 – liczba produktów P_1 , x_2 – liczba produktów P_2 . Ograniczeniami są: zasób surowca S_1 , zasób surowca S_2 , kontrakt na dostawę 1 sztuki P_1 , kontrakt na dostawę 2 sztuk P_2 . Ponadto nieujemność i całkowitość zmiennych x_1 i x_2 . Przy tych założeniach sformułujmy teraz zadanie decyzyjne:

$$FC: 40x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$C_1: 4x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$C_2: 6x_1 + 6x_2 \leq 36$$

$$C_3: 1x_1 + 0x_2 \geq 1$$

$$C_4: 0x_1 + 1x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0; \quad x_1, x_2 \in \mathbb{C}$$

Inicjujemy zmienne x_1, x_2 wartościami zero w komórkach D3 i E3 arkusza kalkulacyjnego *Excel*. W komórkach C5:C7 wpisujemy formuły wykorzystania zasobów, a w komórce C10 formułę na funkcje celu. Efekt pracy *Solvera* pokazano na rysunku 1.15. Rozwiązaniem jest $x_1 = 2$ szt. oraz $x_2 = 2$ szt., a maksymalny zysk wynosi 100 zł.

	A	B	C	D	E
1	A	B	C	D	E
2				W ₁	W ₂
3	Nazwa ograniczenia	Zasób	Wykorzystanie	2	2
4					
5	O ₁	12	12	4	2
6	O ₂	36	24	6	6
7	O ₃	1	2	1	0
8	O ₄	2	2	0	1
9			Ceny:	40	10
10		Max. zysku	100		

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 1.15. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego z określeniem wstępnym zawartych kontraktów

Parametry *Solvera*, ze wskazaniem komórek, zastosowane do omawianego zadania sformułowane są następująco:

funkcja celu – komórka \$C\$10,

komórki zmieniane: \$D\$3:\$E\$3,

ograniczenia → \$C\$5 ≤ \$B\$5, \$C\$6 ≤ \$B\$6, \$C\$7 ≥ \$B\$7, \$C\$8 ≥ \$B\$8, \$D\$3:\$E\$3 = całkowita, \$D\$3:\$E\$3

≥ 0.

1.6. Uwzględnienie macierzy zmiennych (przykład uprawy i hodowli rolniczej)

Zajmijmy się teraz problemem: *Rolnik posiada dwa pola o powierzchniach $P_1 = 3$ ha i $P_2 = 20$ ha. Może uprawiać na nich pszenicę, rzepak lub trawy na siano. Plony roślin w kwintalach (q), jakie rolnik uzyska z hektara upraw wynoszą¹¹:*

Pola	Pszenica	Rzepak	Siano
P_1	60	40	70
P_2	40	30	50

Rolnik chciałby wyprodukować co najmniej 450 q pszenicy i 300 q rzepaku. Rolnik sprzedaje zboże po cenie 270 zł/q pszenicy oraz 420 zł/q rzepaku. Rolnik może również hodować krowy. Cena sprzedaży krowy wynosi 950 zł. W oborze jest miejsce na 10 krów. Każda krowa zjada rocznie 20 q siana. Sformułuj liniowe zadanie decyzyjne i rozwiąż je Solverem w celu maksymalizacji zysku.

Zalóżmy teraz zmienne decyzyjne: x_{ij} – obszar uprawy na i -tym polu j -tego produktu w ha, przy czym: $i = 1, 2$ a $j = 1, 2, 3$; x_3 – liczba hodowanych krów. Warunki ograniczające naszego problemu decyzyjnego są następujące:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 30 \text{ - pole } P_1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 20 \text{ - pole } P_2$$

$$60x_{11} + 40x_{21} \geq 450 \text{ uprawa pszenicy}$$

$$40x_{12} + 30x_{22} \geq 300 \text{ uprawa rzepaku}$$

$$(70x_{13} + 50x_{23}) - 20x_3 \geq 0 \text{ warunek wykarmienia krów}$$

$$x_3 \leq 10 \text{ pojemność obory na krowy}$$

$$x_{11}, \dots, x_{23}, x_3 \geq 0$$

$$x_3 \in \mathbb{C}$$

Funkcją celu jest maksymalizacja zysku z uprawy zbóż i hodowli krów:

$$FC: 270(60x_{11} + 40x_{21}) + 420(40x_{12} + 30x_{22}) + 950x_3 \rightarrow \max$$

$$FC: 16200x_{11} + 16800x_{12} + 0x_{13} + 10800x_{21} + 12600x_{22} + 0x_{23} + 950x_3 \rightarrow \max$$

Rozwiązanie rozpatrywanego zadania decyzyjnego pokazano na rysunku 1.16.

¹¹ Tekst tematu oraz sformułowanie zadania decyzyjnego zaczerpnięto z przykładu 5 (s. 14) książki: Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zdania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2				X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₃
3	Nazwa ograniczenia	Zasób	Wykorzystanie	8	22	0	0	20	0	0
4										
5	O ₁	30	30	1	1	1	0	0	0	0
6	O ₂	20	20	0	0	0	1	1	1	0
7	O ₃	450	480	60	0	0	40	0	0	0
8	O ₄	300	1480	0	40	0	0	30	0	0
9	O ₅	0	0	0	0	70	0	0	50	-20
10	O ₆	10	0	0	0	0	0	0	0	1
11			Ceny:	16 200 zł	16 800 zł	0 zł	10 800 zł	12 600 zł	0 zł	950 zł
12		Max. zysk	751 200 zł							

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 16. Rozwiązanie zadania decyzyjnego uprawy zbóż i hodowli krów

Solver jako rozwiązanie optymalne zaproponował na polu P₁ uprawę pszenicy na 8 ha, rzepaku na 22 ha. Natomiast na polu P₂ zasugerował tylko uprawę rzepaku na 20 ha. Na polach P₁ i P₂ produkcja siana dla hodowli krów nie występuje. W wyniku takiego podziału areału pól pod uprawy zbóż zysk maksymalny rolnika wyniesie 751000 zł. W rozwiązaniu wykorzystano metodę „LP simpleks” a sposób sformułowania parametrów wejściowych dodatku Solver pokazano na rysunku 1.17.

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: Maks Min Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

- \$C\$10 <= \$B\$10
- \$C\$5 = \$B\$5
- \$C\$6 = \$B\$6
- \$C\$7 >= \$B\$7
- \$C\$8 >= \$B\$8
- \$C\$9 >= \$B\$9
- \$D\$3:\$J\$3 = całkowita
- \$D\$3:\$J\$3 >= 0

Dodaj
Zmień
Usuń
Resetuj wszystko

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.17. Zdefiniowanie parametrów zadania optymalizacji upraw i hodowli krów

1.7. Zastosowanie zmiennych binarnych (przykład przydziału zadań pracownikom)

Mamy zadanie: Firma zatrudnia dwoje pracowników (P_1 i P_2), którym muszą zostać przydzielone zadania (Z_1 - Z_6). Czasy wykonania każdego zadania w godzinach przez pracowników są następujące^{12 13}:

P_j/Z_i	P_1	P_2
Z_1	0,8	0,6
Z_2	2,0	1,5
Z_3	0,7	0,6
Z_4	0,4	0,2
Z_5	0,2	0,4
Z_6	0,3	0,5

Każdy pracownik może wykonywać tylko 3 zadania, a każde zadanie musi być wykonywane tylko przez jednego pracownika. Należy ułożyć liniowe zadanie decyzyjne, którego rozwiązaniem w Solverze będzie takie przyporządkowanie zadań pracownikom, aby zminimalizować łączny czas ich pracy.

Definiujemy zmienne na zbiorze liczb binarnych $\{0, 1\}$:

x_{ij} – j -te zadanie wykonuje i -tego pracownika, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; $j = 1, 2$

$x_{ij} = 0$, gdy pracownik P_j nie wykonuje zadania Z_i ,

$x_{ij} = 1$, gdy pracownik P_j wykonuje zadanie Z_i .

Niemożliwe jest, aby określone zadanie nie było wykonywane przez któregoś z pracowników lub żeby pracownicy wykonywali je wspólnie. Sformułowanie zadania decyzyjnego będzie miało następującą postać:

$$\text{FC: } 0,8x_{11} + 0,6x_{12} + 2x_{21} + 1,5x_{22} + 0,7x_{31} + 0,6x_{32} + 0,4x_{41} + 0,2x_{42} + 0,2x_{51} + 0,4x_{52} + 0,3x_{61} + 0,5x_{62} \rightarrow \min$$

$$\text{C}_1: x_{11} + x_{12} = 1; \text{C}_2: x_{21} + x_{22} = 1; \text{C}_3: x_{31} + x_{32} = 1; \text{C}_4: x_{41} + x_{42} = 1; \text{C}_5: x_{51} + x_{52} = 1; \text{C}_6: x_{61} + x_{62} = 1$$

$$\text{C}_7: x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} = 3$$

$$\text{C}_8: x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} = 3$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{41}, x_{42}, x_{51}, x_{52}, x_{61}, x_{62} \in \{0, 1\}$$

Rozwiązanie w Solverze omawianego zadania przydziału zadań pracownikom, przy zachowaniu funkcji celu – minimalizacja łącznego czasu wykonania wszystkich zadań, zaprezentowano na rysunku 1.18.

¹² Temat stanowi analogię do przykładu 7 (s. 89) oraz przykładu na stronie 108) zamieszczonego w: Duczmal M., *Metody optymalizacji w zarządzaniu*, Wydawnictwo Instytut Śląski w Opolu, Opole 2014.

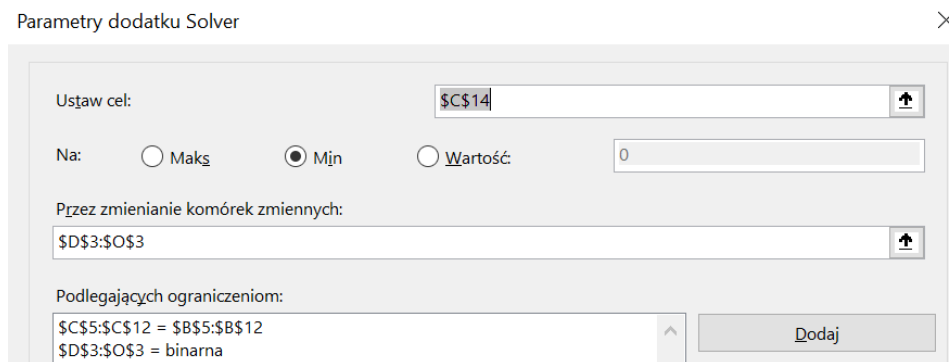
¹³ Temat zadania i model zadania decyzyjnego bazuje na przykładzie 6 (s. 15) książki: Anholcer M., Gaspaes H., Owczarkowski A., *Przykłady i zadania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O		
2				X ₁₁	X ₁₂	X ₂₁	X ₂₂	X ₃₁	X ₃₂	X ₄₁	X ₄₂	X ₅₁	X ₅₂	X ₆₁	X ₆₂		
3	Nazwa ograniczenia	Zasób	Wykorzystanie	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0		
4																	
5	O ₁	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6	O ₂	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
7	O ₃	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0		
8	O ₄	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0		
9	O ₅	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0		
10	O ₆	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
11	O ₇	3	3	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0		
12	O ₈	3	3	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1		
13			Czas [godz.]	0,8	0,6	2	1,5	0,7	0,6	0,4	0,2	0,2	0,4	0,3	0,5		
14		Min. suma czasu [godz.]	4	0	0,6	0	1,5	0,7	0	0	0,2	0,2	0	0,3	0		

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.18. Układ zadania decyzyjnego rozdysponowana zadań decyzyjnych pracownikom

Zwróćmy jeszcze uwagę na określenie parametrów Solvera dla rozwiązania podanego zadania decyzyjnego (rys. 1.19).



Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 1.19. Fragment okna dialogowego formułowania parametrów Solvera w zakresie minimalizacji czasu wykonania wszystkich zadań

1.8. Budowa modelu marketingowego (pokazującego wpływ reklamy na wielkość sprzedaży)

Zaprezentowane zostanie teraz użycie dodatku Solver do optymalizacji zysku ze sprzedaży produktów lub rentowności prowadzonej działalności. Niech prognoza sprzedaży F określonego produktu np. piwa zależna jest od kwartału roku, a współczynnik sezonowości s kształtuje się następująco:

Kw. I	Kw. II	Kw. III	Kw. IV
0,9	1,1	0,8	1,2

W tym przykładzie największy współczynnik sezonowości występuje w IV kwartale roku. Przyjmijmy wstępnie, że prognoza sprzedaży w zł określona jest zależnością: $F = 35 s (r + 3000)^{0,5}$, gdzie r – budżet na reklamę w zł. Wstępnie przyjęto wielkość budżetu na reklamę w wysokości 10000

zł w poszczególnych kwartałach roku, przy czym w rozwiązaniu optymalizacyjnym budżet roczny nie powinien przekroczyć 50000 zł (komórka B21). Przykład wstępnego sformułowania modelu marketingowego pokazano na rys. 1.20, który zapisano w arkuszu kalkulacyjnym w wierszach (2-21).

B5 $=35*B3*(B11+3000)^{0,5}$						
	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2	Kwartał	I	II	III	IV	Razem
3	Sezonowość	0,9	1,1	0,8	1,2	
4						
5	Prognoza sprzedaży	3592	4390	3192	4789	15962
6	Przychód ze sprzedaży [zł]	143662	175587	127700	191549	638498
7	Koszt zakupu [zł]	89789	109742	79812	119718	399061
8	Marża brutto [zł]	53873	65845	47887	71831	239437
9						
10	Wydatki służbowe [zł]	8000	8000	9000	9000	34000
11	Reklama [zł]	10000	10000	10000	10000	40000
12	Koszt ogólnozakładowy [zł]	21549	26338	19155	28732	95775
13	Koszt całkowity [zł]	39549	44338	38155	47732	169775
14						
15	Zysk ze sprzedaży [zł]	14324	21507	9732	24099	69662
16	Rentowność sprzedaży	10%	12%	8%	13%	11%
17						
18	Cena produktu [zł]	40				
19	Koszt produktu [zł]	25				
20						
21	Ograniczenie budżetu rocznego na reklamę [zł]	50 000				

Źródło: Opracowanie własne w Excelu na podstawie analogicznych przykładów w dokumentacji firmowej Microsoft International programu Excel.

Rys. 1.20. Wstępnie sformułowany układ modelu marketingowego

Wymienione na rysunku 1.20 określenia mogą być wprowadzone jako wartości stałe lub w postaci formuł *Excelsa* (zob. tabela 1.1).

Tab. 1.1. Znaczenie określeń w modelu marketingowym

Wiersz	Zawiera przykład	Wyjaśnienie
3	Stałe wartości	Współczynnik sezonowości (ocenia sprzedaż w kwartałach).
5	$=35*B3*(B11+3000)^{0,5}$	Prognoza sprzedaży produktów w każdym kwartale w zł; wiersz 3 zawiera czynnik sezonowości 3; wiersz 11 zawiera koszt reklamy.
6	$=B5*B8$	Przychód ze sprzedaży w zł: prognoza sprzedaży produktów (wiersz 5) mnożona przez cenę (komórka B8).
7	$=B5*B9$	Koszt zakupu w zł: prognoza sprzedaży produktów (wiersz 5) mnożona przez koszt produktu (komórka B9).
8	$=B6-B7$	Marża brutto w zł: przychód ze sprzedaży (wiersz 6) odjąć od kosztu zakupu (wiersz 7).

10	Wartości stałe	Wydatki służbowe pracowników w zł.
11	Wartości stałe	Budżet na reklamę w zł (około 6,3% sprzedaży).
12	=0,15*B6	Koszt ogólnozakładowy w zł: przychody ze sprzedaży (wiersz 6) mnożone przez 15%.
13	=SUMA(B10:B12)	Koszt całkowity w zł: wydatki służbowe (wiersz 10) dodać do kosztu reklamy (wiersz 11) i dodać koszt ogólnozakładowy (wiersz 12)
15	=B8-B13	Zysk z produktów w zł: marża brutto (wiersz 8) odjąć koszt całkowity (wiersz 13)
16	=(B15/B6)*100	Rentowność sprzedaży w %: zysk (wiersz 15) podzielony przez przychód (wiersz 6), a wynik pomnożony przez 100.
18	Wartości stałe	Cena produktu
19	Wartości stałe	Koszt produktu

Zródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Jest to typowy model marketingowy pokazujący wzrost sprzedaży od sezonowości oraz budżetu na reklamę. Można użyć dodatku *Solver* do sprawdzenia, czy budżet na reklamę nie jest za mały, czy reklamę należy inaczej podzielić w kwartałach, aby uwzględnić zmienny czynnik sezonowości. Prezentowany jest przykład wyszukiwania określonej wartości cechy maksymalizującej inną w modelu marketingowym, które powiązane są przeważnie określonymi formułami. Przykładowo chcemy się dowiedzieć, ile trzeba wydać na reklamę, aby uzyskać maksymalny zysk w pierwszym kwartale. Skorzystajmy zatem z programu *Excel* wchodzącego w skład pakietu *Microsoft 365*, gdzie jest dodatek *Solver*. W menu klikamy na zakładkę *Dane*, a później na opcję *Solver*. Pojawia się okno dialogowe parametrów i w polu *Komórka celu* wpisujemy B15, lub wcześniej ustawiamy się kursorem na ta komórkę. Wybieramy opcję *Maks.*, a w polu *Komórki zmieniane* wpisujemy B11, lub wskazujemy w arkuszu komórkę B11 (reklama w pierwszym kwartale). Pozostaje nam tylko kliknąć przycisk *Rozwiąż*. Po chwili pojawia się komunikat, że *Solver* znalazł rozwiązanie (zob. rysunek 1.21).

B15		=B8-B13	
	A	B	
1	A	B	
2	Kwartał	I	
3	Sezonowość	0,9	
4			
5	Prognoza sprzedaży	4465	
6	Przychód ze sprzedaży [zł]	178605	
7	Koszt zakupu [zł]	111628	
8	Marża brutto [zł]	66977	
9			
10	Wydatki służbowe [zł]	8000	
11	Reklama [zł]	17093	
12	Koszt ogólnozakładowy [zł]	26791	
13	Koszt całkowity [zł]	51884	
14			
15	Zysk ze sprzedaży [zł]	15093	
16	Rentowność sprzedaży	8%	
17			
18	Cena produktu [zł]	40	
19	Koszt produktu [zł]	25	

Źródło: Opracowanie własne w Solverze

Rys. 1.21. Rozwiązanie optymalizacyjne dla I kwartału

Po zapoznaniu się z wynikami możemy wybrać przycisk *Przywróć pierwotne wartości* i kliknąć *OK*, aby odrzucić wyniki i przywrócić pierwotną wartość reklamy w komórce B11.

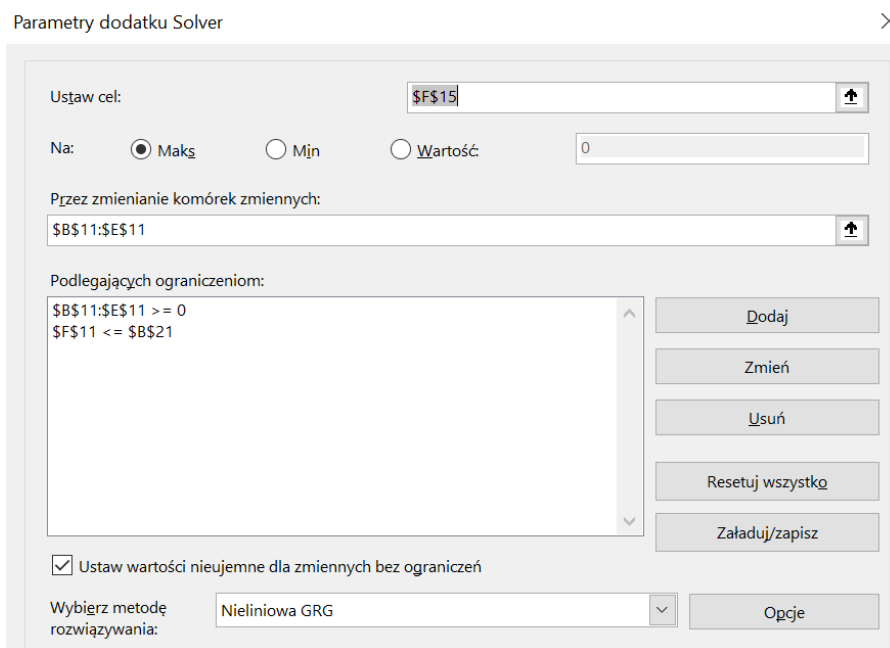
Zadanie możemy zrealizować nie tylko dla danego kwartału, ale także dla całego prognozowanego kolejnego roku ustawiając się jako komórka celu na F15 (zob. rysunek 1.22). W tym przykładzie przyjęto ograniczenie roczne budżetu na reklamę równe 50000 zł (komórka F11). Uzyskaliśmy także informację o rentowności rocznej sprzedaży dla przyjętego modelu marketingowego, która wynosi 11%. Zrealizowany przykład optymalizacji wartości zysku ze sprzedaży produktów w roku, przy założonym budżecie na reklamę stosuje metodę nieliniową GRG, gdyż wyrażenie na prognozę sprzedaży np. w odniesieniu do I kwartału roku ma postać: $(=35*B3*(B11+3000)^{0,5})$.

F11 v : ✕ ✓ fx =SUMA(B11:E11)						
	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2	Kwartał	I	II	III	IV	Razem
3	Sezonowość	0,9	1,1	0,8	1,2	
4						
5	Prognoza sprzedaży	3486	5208	2755	6198	17646
6	Przychód ze sprzedaży [zł]	139450	208313	110182	247910	705856
7	Koszt zakupu [zł]	87156	130196	68864	154944	441160
8	Marża brutto [zł]	52294	78118	41318	92966	264696
9						
10	Wydatki służbowe [zł]	8000	8000	9000	9000	34000
11	Reklama [zł]	9249	15298	6678	18776	50000
12	Koszt ogólnozakładowy [zł]	20917	31247	16527	37187	105878
13	Koszt całkowity [zł]	38166	54545	32205	64962	189878
14						
15	Zysk ze sprzedaży [zł]	14127	23573	9113	28004	74817
16	Rentowność sprzedaży	10%	11%	8%	11%	11%
17						
18	Cena produktu [zł]	40				
19	Koszt produktu [zł]	25				
20						
21	Ograniczenie budżetu rocznego na reklamę [zł]	50 000				

Źródło: Opracowanie własne w Solverze

Rys. 1.22. Rozwiązanie optymalizacyjne modelu marketingowego

Zwróćmy jeszcze zwrócić uwagę na podanie parametrów wejściowych dla dodatku *Solver*, co zaprezentowano na rysunku 1.23.



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*

Rys. 1.23. Fragment okna dialogowego „Parametry dodatku Solver”
 optymalizacji modelu marketingowego

1.9. Asortyment produktów dający największy zysk

Rozpatrzmy przykład: *Firma produkuje telewizory, magnetofony i kolumny głośnikowe używając do tego części magazynowych. Dostawy części są ograniczone i musimy określić najbardziej zyskowny zestaw produktów do wytworzenia. Ponadto zysk na wytworzenie jednostki produktu zmniejsza się ze wzrostem liczby wyprodukowanych sztuk, ze względu na dodatkowe nakłady związane ze sprzedażą. Zaprezentowany model przedstawia dane dla trzech wyrobów, wykorzystując wspólne części, każda o innej marży zysku na jednostkę. Liczba części jest ograniczona, więc problem polega na określeniu liczb każdego wyrobu maksymalizujących zysk przy ustalonym stanie magazynu. Zdefiniowanie zadania decyzyjnego, przy założeniu wprowadzenia danych do arkusza kalkulacyjnego dla potrzeb Solvera jest następujące:*

funkcja celu: komórka E11 – celem jest maksymalizacja zysku w zł.,

komórki zmieniane: E2:G2 – liczby wytwarzanych produktów,

ograniczenia: D4:D8 <= C4:C8 – liczba użytych części musi być mniejsza lub równa liczbie części w magazynie,

warunki brzegowe: E2:G3 >= 0 – liczba wytworzonych wyrobów musi być większa lub równa 0, E2:G2 ∈ C.

Formuły zysku z wytworzonego określonego wyrobu zapisane w komórkach E10:G10 uwzględniają czynnik ($\wedge A11$) pokazujący, że zysk zmniejsza się wraz ze wzrostem produkcji. Komórka A11 zawiera 0,9, co sprawia, że problem jest nieliniowy. Przyjmijmy na wstępie równe liczby produkowanych wyrobów oraz rozplanowanie danych w *Excelu* co zaprezentowane na rysunku 1.24.

E10 \times \checkmark f_x $= (E4*\$B\$4+E5*\$B\$5+E6*\$B\$6+E7*\$B\$7+E8*\$B\$8)*E2^A11$							
	A	B	C	D	E	F	G
1					Telewizory	Magnetofony	Kolumny
2				Wyroby	100	100	100
3	Nazwa części	Cena	Zapas	Wykorzystanie			
4	Obudowy	10	450	200	1	1	0
5	Kineskopy	120	250	100	1	0	0
6	Głośniki	90	800	500	2	2	1
7	Zasilacze	47	450	200	1	1	0
8	Podzespoły	120	600	400	2	1	1
9							
10	Wskaźnik zwrotu			Zysk produktu [zł]	37 668	22 525	13 250
11	0,9			Razem [zł]	73 443		

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*

Rys. 1.24. Dane wejściowe do optymalizacji problemu doboru asortymentu produkcji

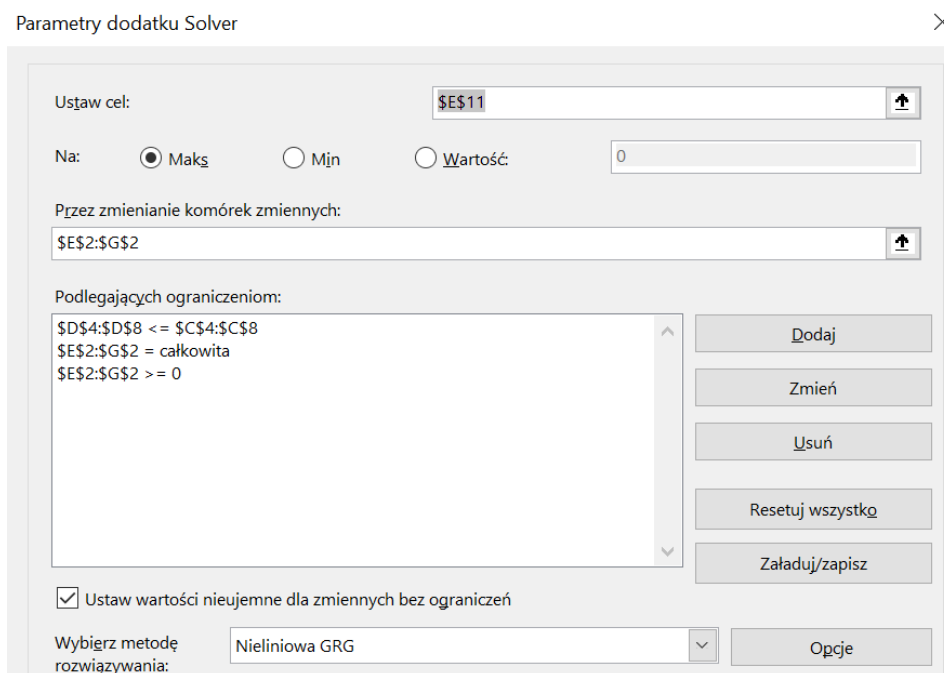
Rozwiązanie omawianego zadania optymalizacyjnego nastąpiło z wykorzystaniem metody nieliniowej GRG (zob. rysunek 1.25).

D4 \times \checkmark f_x $= E4*\$E\$2+F4*\$F\$2+G4*\$G\2							
	A	B	C	D	E	F	G
1					Telewizory	Magnetofony	Kolumny
2				Wyroby	197	200	6
3	Nazwa części	Cena	Zapas	Wykorzystanie			
4	Obudowy	10	450	397	1	1	0
5	Kineskopy	120	250	197	1	0	0
6	Głośniki	90	800	800	2	2	1
7	Zasilacze	47	450	397	1	1	0
8	Podzespoły	120	600	600	2	1	1
9							
10	Wskaźnik zwrotu			Zysk produktu [zł]	69 342	42 033	1 053
11	0,9			Razem [zł]	112 428		

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*

Rys. 1.25. Rozwiązanie zadania produkcji wyrobów z użyciem elementów standardowych

Tak jak dla poprzednich przykładów zwróćmy uwagę na wprowadzone parametry dodatku *Solver* (rys. 1.26).



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*

Rys. 1.26. Parametry *Solvera* do obliczania zysku całkowitego z produkcji wyrobów elektronicznych

1.10. Optymalna obsada stanowisk

Opis zadania decyzyjnego: *Należy znaleźć taką obsadę stanowisk, aby zminimalizować koszty płac tygodniowych przy zapewnionej wystarczającej liczbie personelu każdego dnia. Każdy pracownik pracuje pięć kolejnych dni, a dwa dni odpoczywa*¹⁴.

Wyjdźmy ze stanu istniejącego obsady stanowisk zaprezentowanego na rysunku 1.27. Obecnie zatrudnionych jest 32 pracowników na stawce 40 zł/dzień, przy czym płaca tygodniowa wynosi 1280 zł. Występująca obsada spełnia wymagania liczbowe pracowników każdego dnia tygodnia. Dane wejściowe wprowadzamy do arkusza kalkulacyjnego *Excela* i podejmijmy procedurę iteracyjną obliczenia optymalizacyjnego przez *Solver*.

¹⁴ Opracowanie tego zadania bazuje na tekście i modelu zamieszczonym w: Duczmal M., *Metody optymalizacji w zarządzaniu*, Wydawnictwo Instytut Śląski w Opolu, Opole 2014, s. 108-109.

C9									
=B\$2*C2+B\$3*C3+B\$4*C4+B\$5*C5+B\$6*C6+B\$7*C7+B\$8*C8									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Dni wolne	Pracownicy	N	Pn	Wt	Śr	Cz	Pt	So
2	niedziela, poniedziałek	4	0	0	1	1	1	1	1
3	poniedziałek, wtorek	4	1	0	0	1	1	1	1
4	wtorek, środa	4	1	1	0	0	1	1	1
5	środa, czwartek	6	1	1	1	0	0	1	1
6	czwartek, piątek	6	1	1	1	1	0	0	1
7	piątek, sobota	4	1	1	1	1	1	0	0
8	sobota, niedziela	4	0	1	1	1	1	1	0
9	Pracownicy razem	32	24	24	24	22	20	22	24
10		Wymagane	22	17	13	14	15	18	24
11	Stawka/pracownik/dzień	40							
12	Płaca/tydzień	1280							

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 1.27. Stan istniejący obsady stanowisk

Efekt pracy programu zaprezentowano na rysunku 1.28. Widzimy tu wyznaczenie liczby pracowników obsad tygodniowych, liczby pracowników każdego dnia oraz określenie minimalnej kwoty wydatków tygodniowych na płacę, która wynosi 1000 zł.

B12									
=B2*B11+B3*B11+B4*B11+B5*B11+B6*B11+B7*B11+B8*B11									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Dni wolne	Pracownicy	N	Pn	Wt	Śr	Cz	Pt	So
2	niedziela, poniedziałek	3	0	0	1	1	1	1	1
3	poniedziałek, wtorek	5	1	0	0	1	1	1	1
4	wtorek, środa	6	1	1	0	0	1	1	1
5	środa, czwartek	4	1	1	1	0	0	1	1
6	czwartek, piątek	6	1	1	1	1	0	0	1
7	piątek, sobota	1	1	1	1	1	1	0	0
8	sobota, niedziela	0	0	1	1	1	1	1	0
9	Pracownicy razem	25	22	17	14	15	15	18	24
10		Wymagane	22	17	13	14	15	18	24
11	Stawka/pracownik/dzień	40							
12	Płaca/tydzień	1000							

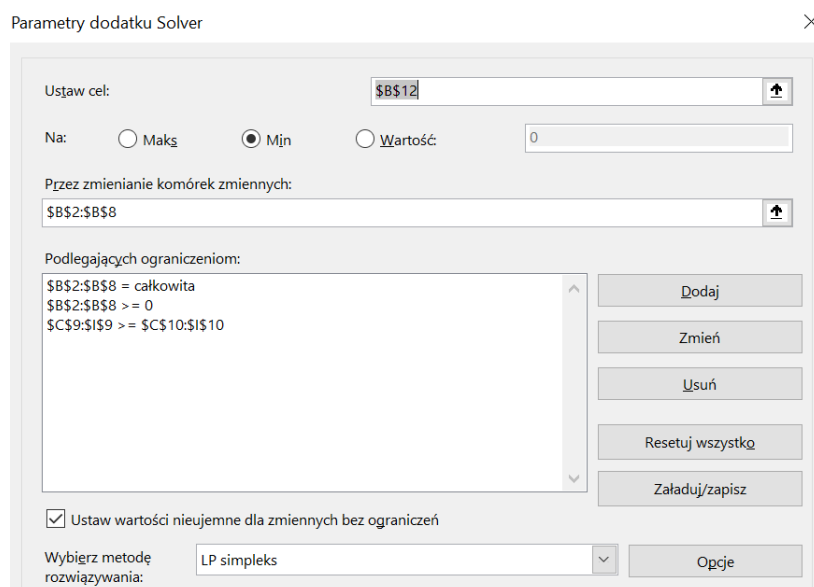
Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.28. Rozwiązanie problemu minimalnej obsady stanowisk

Określenie zastosowanego do obliczeń problemu decyzyjnego:

- komórka celu B12 – celem jest minimalizacja płac tygodniowych,
- komórki zmieniane: B2:B8 – liczba pracowników w każdej obsadzie,
- ograniczenia: B2:B8 \geq 0 – liczba pracowników musi być \geq 0, B2: B3 \in C, C9:I9 \geq C10:I10.

Możliwe obsady (C2:I8): liczba 1 oznacza, że pracownik tej obsady pracuje danego dnia, a zero że nie pracuje. Dla otrzymanego rozwiązania wprowadzono parametry *Solvera* wymienione na rysunku 1.29 i zastosowano do obliczeń metodę „*LP simpleks*”.



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.29. Parametry *Solvera* dla problemu minimalizacji płacy tygodniowej

1.11. Zagadnienie transportowe

Kolejnym przykładem jest optymalizacja problemu przewozu towarów z zakładów produkcyjnych do magazynów na terenie Polski. Minimalizujemy koszty przewozu towarów z zakładów do centrów magazynowych, nie przekraczając jednocześnie wielkości podaży dostępnej z każdego zakładu i zaspakajając popyt centrów¹⁵. Model wstępny danych tego problemu przewozu towarów widzimy na rysunku 1.30. Koszt przewozu stanowi sumę kosztów przewozów do magazynów w Katowicach, Bydgoszczy, Wrocławiu, Gdańsku i Warszawie.

C13		=C10*C3+C11*C4+C12*C5					
	A	B	C	D	E	F	G
1		Wielkość przewozu z zakładu x do magazynu y (na przecięciu):					
2	Zakłady	Razem	Katowice	Bydgoszcz	Wrocław	Gdańsk	Warszawa
3	Pomorze	5	1	1	1	1	1
4	Dolny Śląsk	5	1	1	1	1	1
5	Tatry	5	1	1	1	1	1
6		Razem	3	3	3	3	3
7		Popyt	180	80	200	160	220
8		Koszty przewozu z zakładu x do magazynu y (na przecięciu):					
9	Zakłady	Podaż	Katowice	Bydgoszcz	Wrocław	Gdańsk	Warszawa
10	Pomorze	310	10	8	6	5	4
11	Dolny Śląsk	260	6	5	4	3	6
12	Tatry	280	3	4	5	5	9
13	Koszty przewozu - razem	83	19	17	15	13	19

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.30. Zainicjowanie danych do zagadnienia transportowego

¹⁵ Temat stanowi analogię do przykładu 11.2 (s. 194) zamieszczonego w publikacji: Duczmal M., *Metody optymalizacji w zarządzaniu*, Wydawnictwo Instytut Śląski w Opolu, Opole 2014, s. 194.

Trzeba określić liczby wysłanych wyrobów z każdego zakładu do magazynów tak, aby zminimalizować koszty wysyłki przez spełnienie zamówień bez przekraczania produkcji każdego z zakładów o umownych nazwach: Pomorze, Dolny Śląsk, Tatry. Efekt realizacji tego zadania wykonanego w *Solverze* zaprezentowano na rysunku 1.31.

		=SUMA(C13:G13)					
	A	B	C	D	E	F	G
1		Wielkość przewozu z zakładu x do magazynu y (na przecięciu):					
2	Zakłady	Razem	Katowice	Bydgoszcz	Wrocław	Gdańsk	Warszawa
3	Pomorze	300	0	0	0	80	220
4	Dolny Śląsk	260	0	0	180	80	0
5	Tatry	280	180	80	20	0	0
6		Razem	180	80	200	160	220
7		Popyt	180	80	200	160	220
8		Koszty przewozu z zakładu x do magazynu y (na przecięciu):					
9	Zakłady	Podaż	Katowice	Bydgoszcz	Wrocław	Gdańsk	Warszawa
10	Pomorze	310	10	8	6	5	4
11	Dolny Śląsk	260	6	5	4	3	6
12	Tatry	280	3	4	5	5	9
13	Koszty przewozu - razem	3200	540	320	820	640	880

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.31. Rozwiązanie zagadnienia transportowego

Trzeba teraz przytoczyć sposób sformułowania omawianego zagadnienia transportowego:

komórka celu: B13 – celem jest zminimalizowanie całkowitych kosztów przewozu,

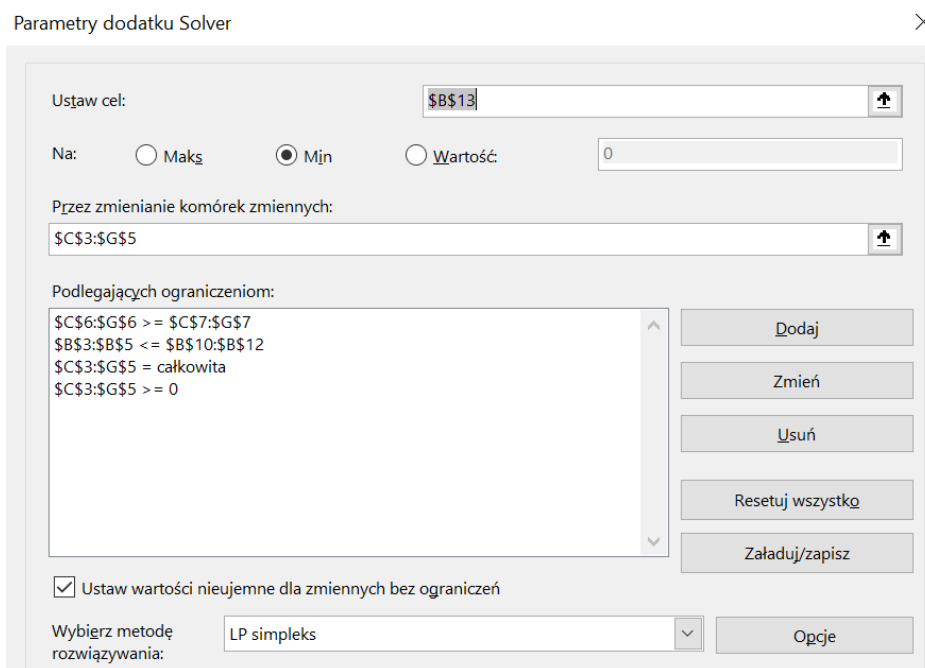
komórki zmieniane: C3:G3 – liczba wyrobów wysłanych z zakładów do każdego z magazynów,

ograniczenia: B3:B5 \leq B10:B12 – całkowita liczba wyrobów musi być mniejsza lub równa produkcji zakładów, C6:G6 \geq C7:G7 – liczba wyrobów wysłanych z magazynów musi być większa lub równa od zamówień.

warunki brzegowe: C3:G5 \geq 0 – liczba wyrobów do wysłania musi być większa lub równa zero C3: G3 \in C.

Przyjmujemy model liniowy (LP simpleks) w oknie dialogowym *Solvera* przed kliknięciem przycisku *Rozwiąż*.

Zagłędnijmy jeszcze jak sformułowane zostały parametry dodatku *Solver* (rys. 1.32).



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.32. Parametry dodatku *Solver* przykładowego zagadnienia transportowego

1.12. Maksymalizacja wpływu z kapitału pracującego

Należy określić zainwestowanie nadmiaru gotówki w okresie półrocznym w certyfikaty depozytowe (CD) 1-miesięczne, 3-miesięczne i 6-miesięczne tak, aby zmaksymalizować kwotę odsetek i zachować płynność finansową z uwzględnieniem niezbędnej rezerwy w kasie na wydatki/wpływy bieżące. Wstępny początkowy układ danych oraz lokat zaprezentowano na rysunku 1.33. Lokaty depozytów 1-miesięcznych mają stopę oprocentowania 1%, 3-miesięcznych 4%, 6-miesięcznych 9%. Kwota wejściowa wynosi 400 tys. zł. Wstępnie co miesiąc lokowane jest 100 tys. zł, a co kwartał po 10 tys. zł. Jak nadmieniono poza lokatami wymagane są kwoty bezpieczeństwa na wydatki bieżące. Następują też wpływy (w nawiasach) od firm zewnętrznych. Rysunek 1.33 jest pokazaniem wstępnego modelu obliczeń, przy którym po ½ roku zarobione odsetki wyniosą 7700 zł. Trzeba jednak zoptymalizować nasze zainwestowanie, aby uzyskać maksymalny wpływ z kapitału pracującego.

C13								
=C6+SUMA(C7:C8)-SUMA(C9:C12)								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Stopa	Okres	Zakup CD				
2	1-mies. CD	1%	1	1, 2, 3, 4, 5, 6				
3	3-mies. CD	4%	3	1, 4				
4	6-mies. CD	9%	6	1				
5	Miesiac	1	2	3	4	5	6	Koniec
6	Stan początkowy [zł]	400000	205000	216000	237000	158400	109400	125400
7	Płatność CD [zł]	0	100000	100000	110000	100000	100000	120000
8	Odsetki [zł]	0	1000	1000	1400	1000	1000	2300
9	1-mies. CD [zł]	100000	100000	100000	100000	100000	100000	
10	3-mies. CD [zł]	10000	0	0	10000	0	0	
11	6-mies. CD [zł]	10000	0	0	0	0	0	
12	Poza lokatami [zł]	75000	-10000	-20000	80000	50000	-15000	60000
13	Stan końcowy [zł]	205000	216000	237000	158400	109400	125400	187700
14	Zarobione odsetki [zł]	7700						

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 1.33. Zainicjowanie danych i formuł zadania maksymalizacji wpływu z kapitału pracującego

W tym modelu obliczany jest bilans końcowy gotówki na podstawie początkowego stanu gotówki (z poprzedniego miesiąca) przyrostu odsetek certyfikatów depozytowych (CD), wydatków na nowe certyfikaty i wydatków na operacje finansowe w każdym miesiącu (zob. rysunek 1.34). W prezentowanym modelu operowania gotówką i krótkoterminowym inwestowaniem musimy podjąć 9 decyzji ile zainwestować w certyfikaty: 1-miesięczne, w miesiącach 1-6; 3-miesięczne, w miesiącach 1 i 4; 6-miesięczne, w miesiącu 1. Określenie problemu decyzyjnego jest następujące:

komórka celu: B14 – celem jest maksymalizacja odsetek;

komórki zmieniane: B9:G9 – kwoty inwestowane w certyfikaty 1-miesięczne, B10 i E10 – kwoty inwestowane w certyfikaty 3-miesięczne, B11 – kwota inwestowana w certyfikaty 6-miesięczne;

ograniczenia i warunki brzegowe: B9:G9 \geq 0; B10:B11 \geq 0; E10 \geq 0; B13:H13 \geq 100000 (końcowa kwota gotówki musu być \geq 100000).

H8								
=G9*\$B\$2+E10*\$B\$3+B11*\$B\$4								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Stopa	Okres	Zakup CD				
2	1-mies. CD	1%	1	1, 2, 3, 4, 5, 6				
3	3-mies. CD	4%	3	1, 4				
4	6-mies. CD	9%	6	1				
5	Miesiac	1	2	3	4	5	6	Koniec
6	Stan początkowy [zł]	400000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
7	Płatność CD [zł]	0	0	10000	125392	49505	0	144708
8	Odsetki [zł]	0	0	100	4113	495	0	11824
9	1-mies. CD [zł]	0	10000	30100	49505	0	15000	
10	3-mies. CD [zł]	95292	0	0	0	0	0	
11	6-mies. CD [zł]	129708	0	0	0	0	0	
12	Poza lokatami [zł]	75000	-10000	-20000	80000	50000	-15000	60000
13	Stan końcowy [zł]	100000	100000	100000	100000	100000	100000	196531
14	Zarobione odsetki [zł]	16531						

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.34. Rozwiązanie zadania maksymalizacji wpływu z kapitału pracującego

Optymalne rozwiązanie określone przez *Solvera* pozwala zyskać 16531 zł przez zainwestowanie wszystkiego co można w certyfikaty 6-miesięczne i 3-miesięczne, a następnie w 1-miesięczne. Rozwiązanie to spełnia wszystkie ograniczenia podane w oknie „Parametry dodatku Solver” – rys. 1.35.

Parametry dodatku Solver

Ustaw cel:

Na: Maks Min Wartość:

Przez zmienianie komórek zmiennych:

Podlegających ograniczeniom:

-
-
-
-

Ustaw wartości nieujemne dla zmiennych bez ograniczeń

Wybierz metodę rozwiązywania:

Buttons: Dodaj, Zmień, Usuń, Resetuj wszystko, Załaduj/zapisz, Opcje

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 1.35. Parametry Solvera do zadania maksymalizacji wpływu z kapitału pracującego

2. Optymalizacja przewozów masowych



Przewozy masowe dotyczą takich produktów, jak mąka, cement, zboże. W przedsiębiorstwach wytwarzających te produkty i inne podobne, koszty transportu stanowią jedną z głównych pozycji kosztu działalności. Dla ich obniżenia pojawia się tu problem optymalizacyjny określony jako zagadnienie transportowe. Interesujące jest to, że wiele innych zadań optymalizacyjnych można sprowadzić do rozwiązywania algorytmem transportowych. Warte więc uwagi były by przemyślenia zastosowania tego algorytmu także do rachunkowości zarządczej. Na wstępie jednak przyjmijmy sytuację w której występuje m dostawców danego wyrobu, a podaż wyrobów dostawców wynosi odpowiednio a_1, a_2, \dots, a_m . Z drugiej strony występuje zapotrzebowanie n odbiorców, którym należy dostarczyć wyroby w wielkościach b_1, b_2, \dots, b_n ¹⁶. W ten sposób przewożąc produkt od określonego dostawcy do danego odbiorcy, w skali jednostkowej, ponosimy koszty k_{ij} , co możemy przedstawić w postaci macierzy kosztów:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix}.$$

Dowolny element k_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) macierzy K oznacza koszt przewozu jednostki produktu od i -tego dostawcy do j -tego odbiorcy. Zadanie optymalizacyjne polega na wyznaczeniu ilości produktów do przewozów x_{ij} między odbiorcami a dostawcami (zob. macierz przewozów):

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}.$$

Zadajemy sobie pytanie, jakie ilości wyrobów należy przewieźć od każdego dostawcy do określonych odbiorców, tak aby koszt całkowity transportu był minimalny. Wielkości x_{ij} są zmiennymi decyzyjnymi zagadnienia transportowego. W sytuacji, gdy podaż wszystkich dostawców równa się popytowi odbiorców to zachodzi warunek na zamknięte zagadnienie transportowe i jego równanie jest następujące:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

¹⁶ Opracowanie niniejsze bazuje na wzorach i procedurach zawartych w rozdziale 6.5 *Optymalizacja przewozów i zagadnienia pokrewne* w książce: Edward Nowak *Zaawansowana rachunkowość zarządcza*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.

W badaniach operacyjnych zamknięte zagadnienie transportowe można przedstawić jako:

- 1) Funkcja celu - łączny koszt przewozu masy wyrobów między dostawcami a odbiorcami:

$$FC: \sum_{i=1}^m k_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

gdzie: k_{ij} – koszt jednostkowy przewozu wyrobu od i -tego dostawcy do j -tego odbiorcy.

2. Ograniczenia zasobów:

$$C_1: \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$C_2: \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

3. Warunki brzegowe: $x_{ij} > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n)$.

Warunek zbilansowania podaży i popytu rzadko występuje w praktyce. Przykładem jest sytuacja tzw. otwartego zagadnienia transportowego, gdy łączna podaż wszystkich dostawców jest większa od sumy popytów odbiorców:

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j.$$

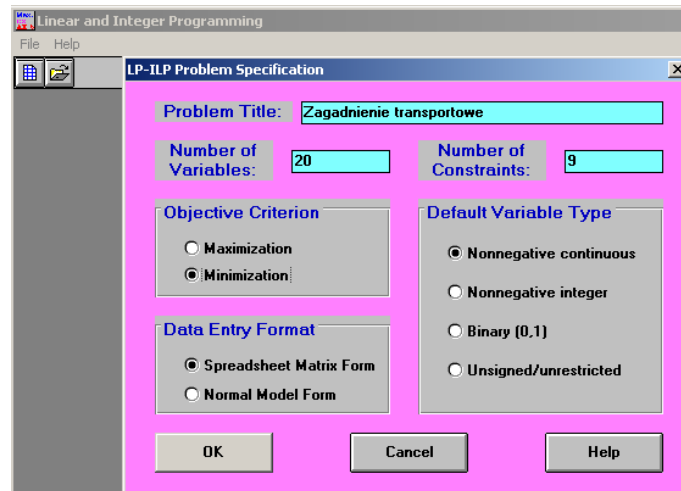
Powoduje to pozostanie u niektórych dostawców zapasów wyrobów w magazynach. Dla przykładu przyjmijmy umownie, że mamy pięciu dostawców (wyrobisk - W_i) oraz czterech odbiorców (hurtowni - H_j) torfu w tonach (zob. rysunek 2.1).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Wyrobisko\Hurtownia	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	Podaż	
2	W ₁	10	8	9	7	600	
3	W ₂	5	10	6	5	700	
4	W ₃	4	4	10	8	800	
5	W ₄	8	12	10	9	400	
6	W ₅	6	5	9	6	300	
7	Popyt	800	900	600	500	2800	

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 2.1. Podaż dostawców, zapotrzebowanie odbiorców oraz jednostkowe koszty przewozów torfu [tys. zł]

Podaż pięciu dostawców - wyrobisk jest równa popytowi czterech odbiorców - hurtowni (zob. formuła [=SUMA(B7:E7)]). Widok ekranu wejściowego programu *WinQSB* definiowania ilości zmiennych i ograniczeń zadania decyzyjnego pokazano na rysunku 2.2.



Źródło: Opracowanie własne modułem LP-ILP programu *WinQSB*.

Rys. 2.2. Definiowanie zagadnienia transportowego

Sformułowanie zadania decyzyjnego zaprezentowano na rysunku 2.3.

Variable	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	X33	X34	X41	X42	X43	X44	X51	X52	X53	X54	Direct	R. H.	
Minim	10	8	9	7	5	10	6	5	4	4	10	8	8	12	10	9	6	5	9	6			
W1	1	1	1	1																		= 600	
W2					1	1	1	1														= 700	
W3									1	1	1	1										= 800	
W4													1	1	1	1						= 400	
W5																	1	1	1	1		= 300	
H1	1				1				1				1									= 800	
H2		1				1				1				1						1		= 900	
H3			1				1					1			1						1	= 600	
H4				1				1					1			1						= 500	
Lower	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Upper	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	
Variable	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous	

Źródło: Opracowanie własne modułem LP-ILP programu *WinQSB*.

gdzie:

x_{11} do x_{54} - zmienne decyzyjne,

R.H.S. – wielkość podaży/popytu,

W1 do W5 – ograniczenia możliwości wyrobisk torfu w tonach,

H1 do H4 – zapotrzebowanie hurtowni,

0 do M – zakres dolny i górny danej zmiennej, przy czym M oznacza nieograniczoność.

Rys. 2.3. Sformatowanie funkcji celu, ograniczeń podaży i popytu oraz warunków brzegowych zmiennych

Funkcja celu dąży do minimum i obejmuje koszty jednostkowe transportu odniesione do wszystkich zmiennych. Po wyborze z menu *Solve and Analyze* uzyskujemy rozwiązanie sumaryczne przewozów masowych torfu pokazane na rysunku 2.4.

02-04-2015 20:58:49	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	10	0	2	at bound
2	X12	100	8	800	0	basic
3	X13	0	9	0	0	at bound
4	X14	500	7	3500	0	basic
5	X21	100	5	500	0	basic
6	X22	0	10	0	5	at bound
7	X23	600	6	3600	0	basic
8	X24	0	5	0	1	at bound
9	X31	300	4	1200	0	basic
10	X32	500	4	2000	0	basic
11	X33	0	10	0	5	at bound
12	X34	0	8	0	5	at bound
13	X41	400	8	3200	0	basic
14	X42	0	12	0	4	at bound
15	X43	0	10	0	1	at bound
16	X44	0	9	0	2	at bound
17	X51	0	6	0	1	at bound
18	X52	300	5	1500	0	basic
19	X53	0	9	0	3	at bound
20	X54	0	6	0	2	at bound
	Objective Function	(Min.) =	16300	Note: Alternate	Solution Exists!	

Źródło: Opracowanie własne modułem LP-ILP programu WinQSB.

gdzie: Decision Variable – zmienna decyzyjna, Solution Value – wartość rozwiązania, Unit Cost – koszt jednostkowy [tys.], Total Contribution – wartość przewozu, Reduced Cost – redukcja kosztu wynikająca z procedury w algorytmie simpleks, Basic Status – komunikat programu o wykorzystaniu zasobu.

Rys. 2.4. Rozwiązanie sumaryczne przykładowego zagadnienia transportowego

Program sygnalizuje istnienie alternatywnego rozwiązania optymalnego (zob. rysunek 2.4 i rysunek 2.5 o tej samej wartości funkcji celu równej 16300 tys. zł).

02-04-2015 21:04:10	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	10	0	2	at bound
2	X12	0	8	0	0	at bound
3	X13	100	9	900	0	basic
4	X14	500	7	3500	0	basic
5	X21	200	5	1000	0	basic
6	X22	0	10	0	5	at bound
7	X23	500	6	3000	0	basic
8	X24	0	5	0	1	at bound
9	X31	200	4	800	0	basic
10	X32	600	4	2400	0	basic
11	X33	0	10	0	5	at bound
12	X34	0	8	0	5	at bound
13	X41	400	8	3200	0	basic
14	X42	0	12	0	4	at bound
15	X43	0	10	0	1	at bound
16	X44	0	9	0	2	at bound
17	X51	0	6	0	1	at bound
18	X52	300	5	1500	0	basic
19	X53	0	9	0	3	at bound
20	X54	0	6	0	2	at bound
	Objective Function	(Min.) =	16300	Note: Alternate	Solution Exists!	

Źródło: Opracowanie własne modułem LP-ILP programu WinQSB.

Rys. 2.5. Rozwiązanie sumaryczne alternatywne

3. Programy optymalizacji stosowane w dydaktyce



3.1. Wstęp

Poznanie arkanów rozwiązywania zadań decyzyjnych często napotyka uczących się na trudności w sferze dojścia manualnego do wyniku optymalnego. Z tego względu dla celów dydaktycznych studiowania przedmiotu „*Badania operacyjne*” jak i „*Optymalizacja decyzji gospodarczych*” trzeba stosować różne pomocnicze aplikacje, a należą do nich między innymi wspomniany już *WinQSB* oraz dodatek *Solver* do *Excela* ale nie tylko.

We wcześniejszych publikacjach zwartych Władysława Wornalkiewicza występował posługiwałem się przede wszystkim pakietem *WinQSB*, a w ramach niego występował moduł „*Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*”. *WinQSB* pracuje jednak na rzadko już dzisiaj używanym starszej wersji systemie operacyjnym „*Windows XP*”. W związku z rozwojem Internetu pojawiły się bowiem nowe platformy środowiskowe informatyczne, a w ramach nich „*Windows 10*”. Stare aplikacje wymagają więc dodatkowych programów konwersji symulujących inny system operacyjny, a jednym z nich jest „*Oracle VM VirtualBox*”. Dobrze, że istnieje możliwość dostępu internetowego bezpłatnego do innych małych aplikacji, np. w pakiecie R, które w sposób poglądowy pokazują jak należy sformatować zadanie decyzyjne i jak uzyskać wynik optymalny, posługując się przede wszystkim metodą „*LP simpleks*”.

Jednak dogodnym narzędziem, nie tylko dydaktycznym, jest dodatek „*Solver*” arkusza kalkulacyjnego *Excel*, który dołączany jest do subskrybuowanego pakietu Microsoft 365. Z tego względu na zakończenie tego rozdziału pokazano sposób podania do niego parametrów wstępnych oraz rozwiązanie przykładowego problemu.

Korzystanie z jednego z modułów pod systemem operacyjnym *Windows 10*, w ramach pakietu *WinQSB*, wymaga wcześniejszego odpowiedniego zainstalowania programu *VBoxGuestAdditions* tzw. gościa wprowadzającego niezbędne sterowniki symulujące pracę jako pod *Windows XP* przy wykorzystaniu zasobów serwera zdalnego. Procedura w tym zakresie jest złożona i przekracza ramy tej publikacji, pozostawia się ją więc do realizacji dociekliwemu Czytelnikowi.

Pomocna w tym zakresie może być propozycja postępowania, ale odniesiona do *Windows 7*, do której dostęp mamy po zadaniu frazy „*Oracle VM VirtualBox*” w wyszukiwarce Google¹⁷. W szczególności interesujący jest rozdział 6.4. *Instalowanie dodatków gościa VirtualBox*. Dodatki *VirtualBox Guest* składają się ze sterowników urządzeń i aplikacji systemowych, które

¹⁷ https://docs.oracle.com/cd/E36500_01/E36502/html/qs-guest-additions.html.

optymalizują system operacyjny pod kątem lepszej wydajności i użyteczności. Jedną z funkcji użyteczności wymaganych w tym przewodniku jest automatyczne logowanie, dlatego trzeba zainstalować dodatki gościa na maszynie wirtualnej. W przypadku szablonu pulpitu systemu Windows 7 można również włączyć przekierowanie multimediów systemu Windows w celu ulepszonych odtwarzania zawartości multimedialnej odtwarzanej w programie *Windows Media Player*. W oknie zawierającym uruchomioną maszynę wirtualną wybieramy opcję *Zainstaluj dodatki gościa* z menu *Urządzenia*.

3.2. Skorzystanie z aplikacji *Oracle VM VirtualBox*

W dalszej części pokazane zostało skrócone postępowanie wykonane przez studenta zaliczającego ćwiczenia z przedmiotu „*Optymalizacja decyzji gospodarczych*”¹⁸ wykonane z użyciem „*Oracle VM VirtualBox*” w wersji rosyjskiej oraz programu *WinQSB* w języku polskim. Temat zadania: *Narysuj sieć zależności oraz określ na jej podstawie czas realizacji przedsięwzięcia metodą ścieżki krytycznej CPM mając czasy i kolejność realizacji czynności w tygodniach.*

Nazwa czynności	Poprzedzanie	Czas trwania
A		3
B		2
C	A	4
D	B	4
E	B	3
F	C, D	3
G	C, D	4
H	E, F	2

Zadanie wykonane zostało z wykorzystaniem programu *CPM-PERT* wchodzącego w skład pakietu *WinQSB*, który pracuje pod systemem operacyjnym *Windows XP*. Ponieważ dysponowany przez studenta laptop miał platformę *Windows 10*, trzeba było najpierw zainstalować aplikację *Oracle VM VirtualBox* (zob. rysunek 3.1).

¹⁸ Levandowskyi I., *Praca zaliczeniowa z ćwiczeń przedmiotu „Optymalizacja decyzji gospodarczych”*, WSZiA Opole, 2021.

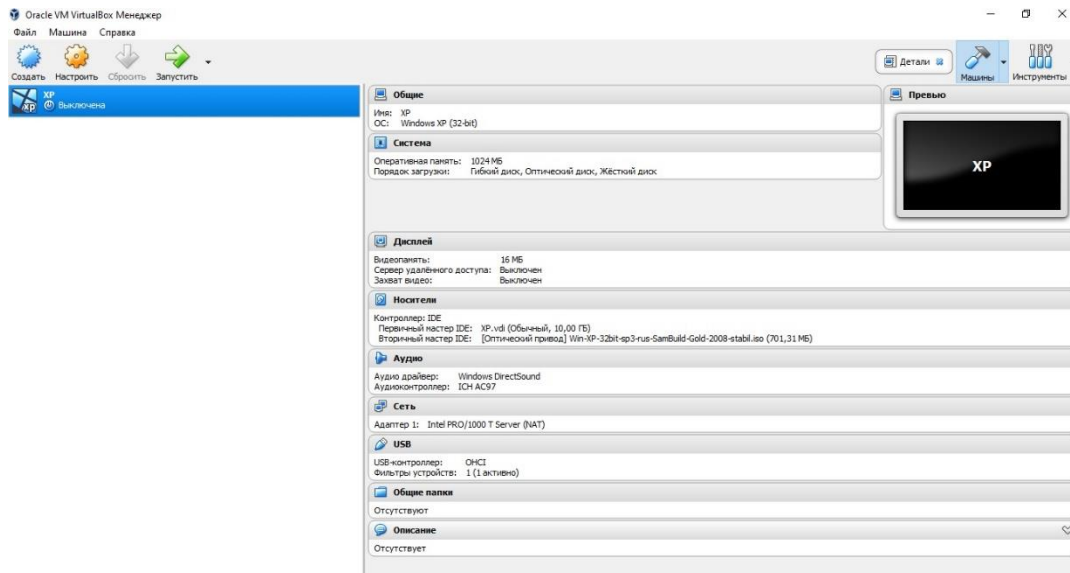


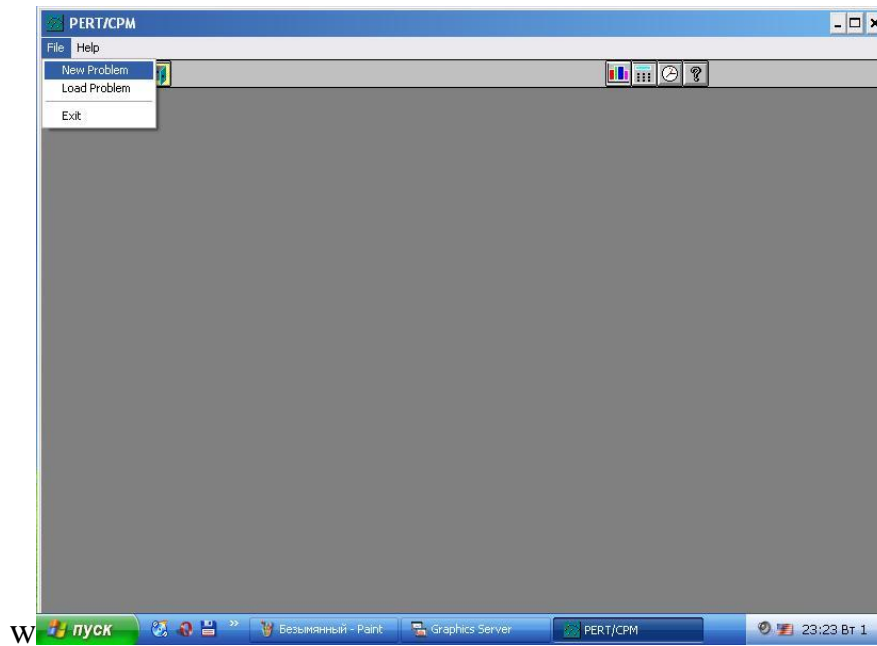
Рис. 3.1. Видок окна с установленной программой *Oracle VM VirtualBox* в версии русской

Когда у нас есть операционная система *Windows XP* и установленная программа *Oracle VM VirtualBox* мы можем начать решение задачи, выбирая модуль *PERT_CPM*.



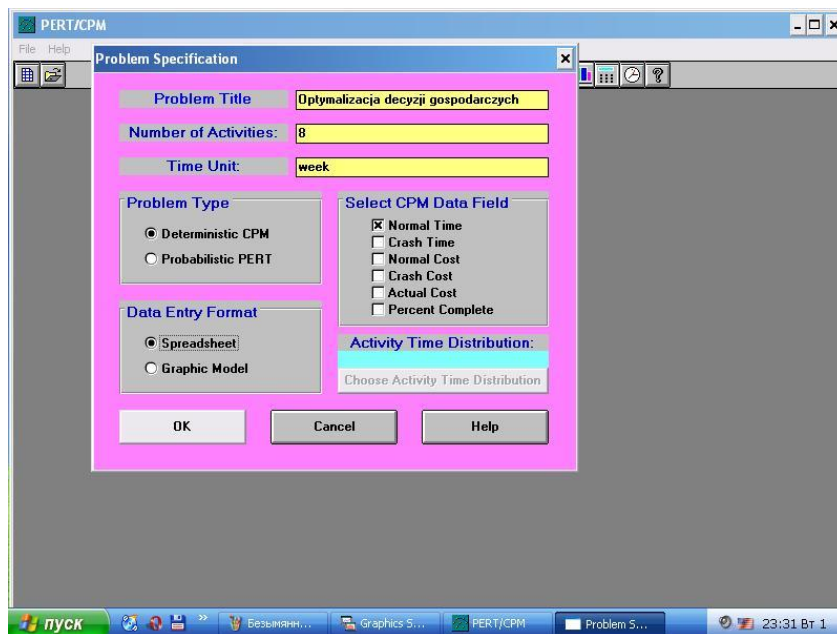
Рис. 3.2. Выбор модуля *PERT_CPM* из пакета версии WinQsb 2.0 версии русской

Теперь мы находимся в среде модуля *PERT_CPM* и можем ввести данные о нашей операции как *Новый проблем* (рис. 3.3.)



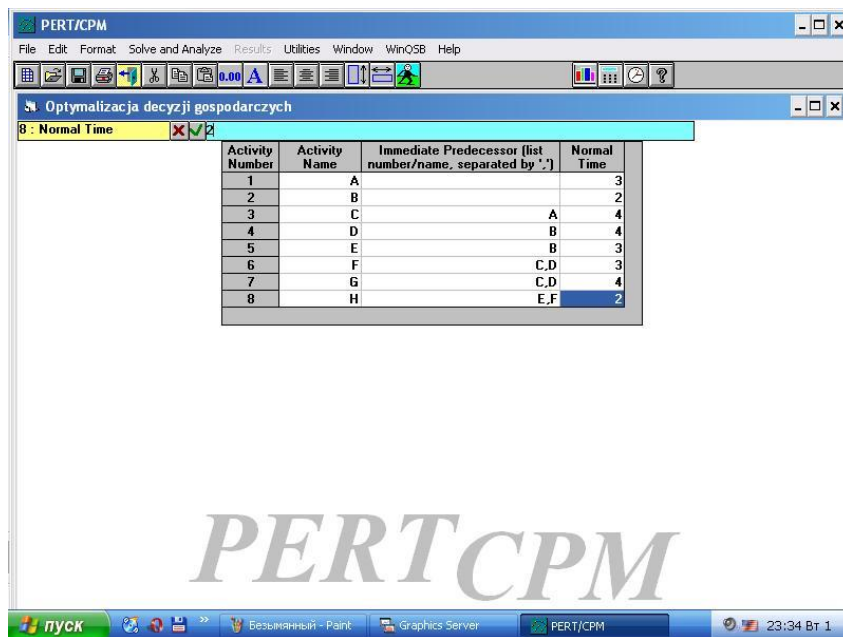
Rys. 3.3. Okno wywołania nowego problemu w module PERT/CPM

Wpisujemy umowną nazwę naszego zadania i liczbę operacji (*Number of Activities*) - rys. 3.4



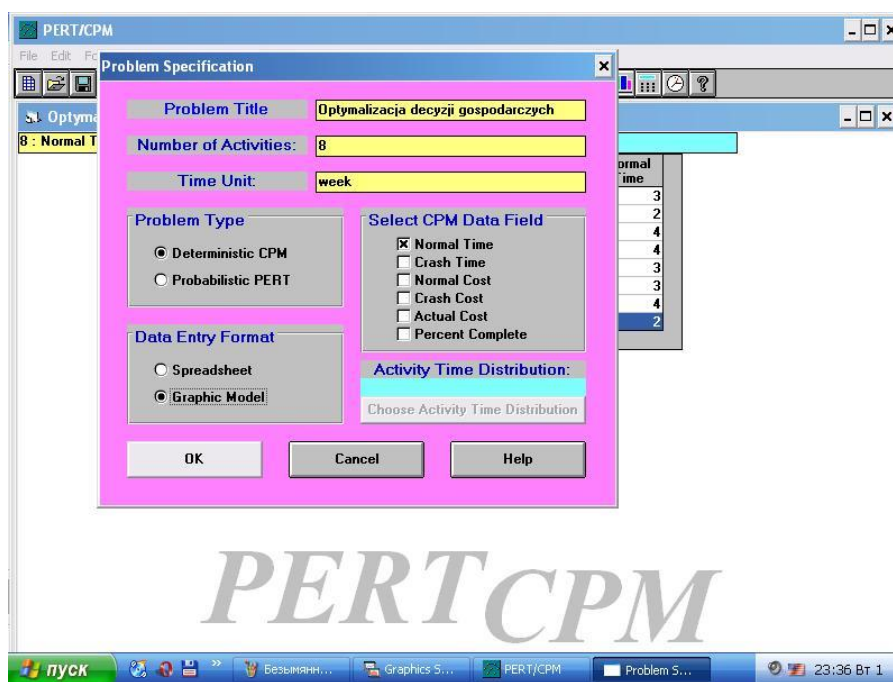
Rys. 3.4. Wprowadzanie parametrów wejściowych do modułu PERT/CPM

Do wyświetlonej tabeli wpisujemy kolejne operacje, ich poprzedzenia oraz czasy normalne (*Normal Time*) – rys. 3.5.



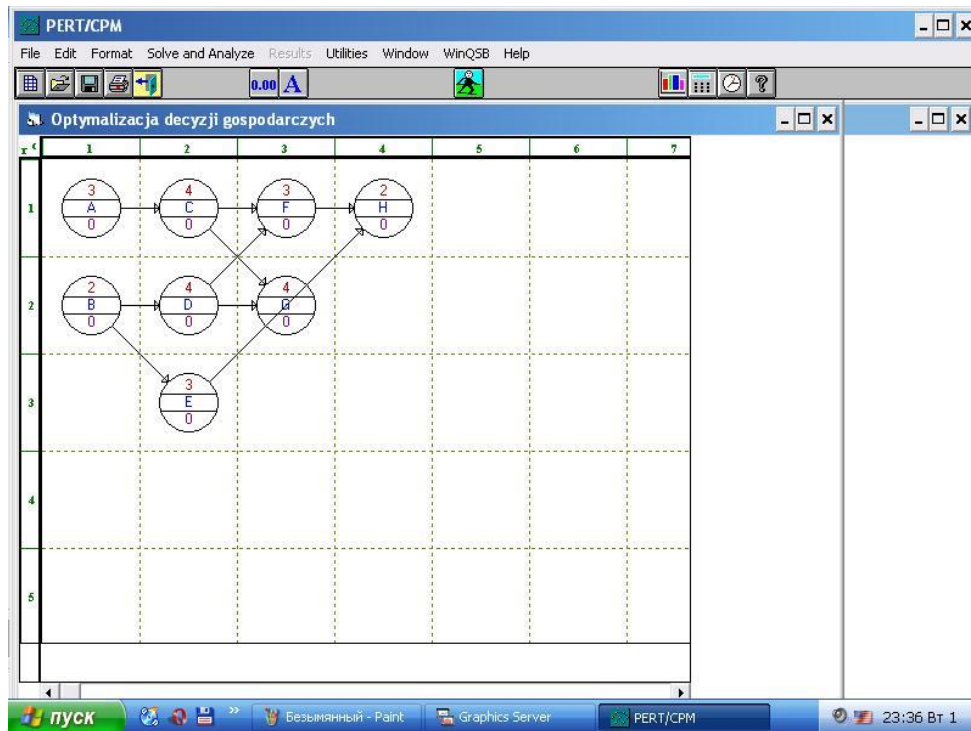
Rys. 3.5. Wprowadzone dane wejściowe do budowy sieci typu CPM

Wybieramy opcje w *Problem Specification*, a w tym format prezentowania wyników na graficzny (*Graphic Model*) – rys. 3.6.



Rys. 3.6. Wybór opcji *Graphic Model*

Efekt naszej pracy modułu PERT/CPM w postaci sieci zależności zaprezentowano na rysunku 3.7.



Rys. 3.7. Widok sieci zależności przy czym na pierwszej linii jest ścieżka krytyczna

Po wyborze „Results” uzyskujemy zestawienie wyników obliczania czasów najwcześniejszych, najpóźniejszych i czasu trwania całego przedsięwzięcia równego 12 tygodni (zob. rysunek 3.8)

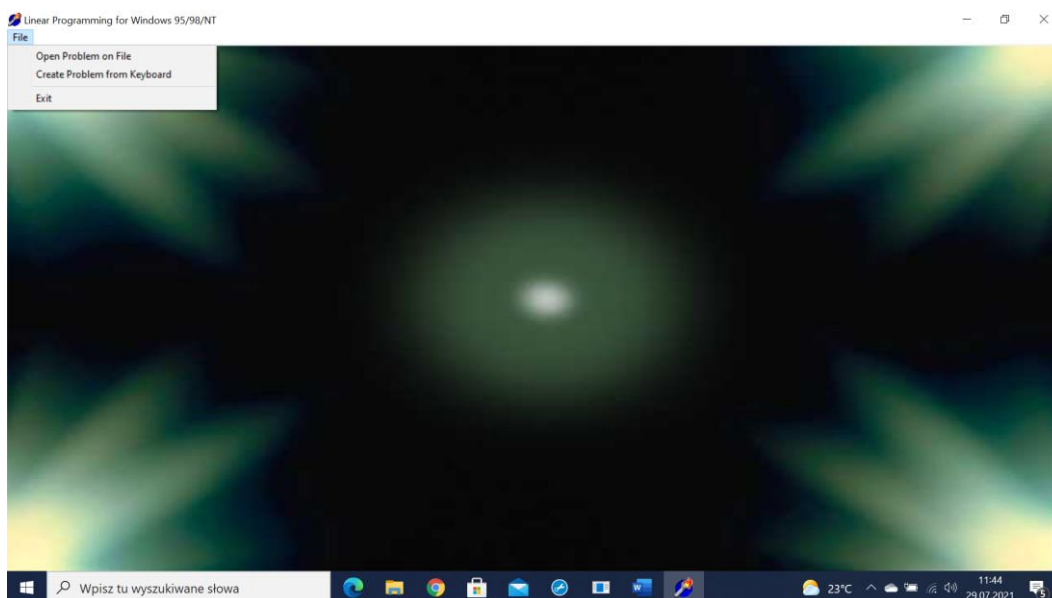
The screenshot shows the 'Activity Analysis for Optymalizacja decyzji gospodarczych' window. It contains a table with the following data:

Activity ID	Activity Name	On Critical Path	Activity Time	Earliest Start	Earliest Finish	Latest Start	Latest Finish	Slack (LS-ES)
1	A	Yes	3	0	3	0	3	0
2	B	no	2	0	2	1	3	1
3	C	Yes	4	3	7	3	7	0
4	D	no	4	2	6	3	7	1
5	E	no	3	2	5	7	10	5
6	F	Yes	3	7	10	7	10	0
7	G	no	4	7	11	8	12	1
8	H	Yes	2	10	12	10	12	0
Project Completion Time			=	12	weeks			
Number of Critical Path(s)			=	1				

Rys. 3.8. Tabela wyników obliczeń zadania stanowiącego sieć zależności

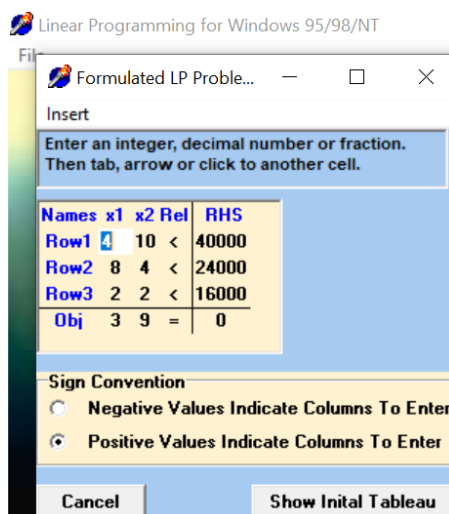
3.3. Zastosowanie programu *ExploreLp*

Skorzystajmy teraz z innego dydaktycznego programu do realizacji zadań decyzyjnych optymalizacyjnych w zakresie programowania liniowego, a jest nim *ExploreLp*, którego widok strony głównej pokazano na rysunku 3.9.



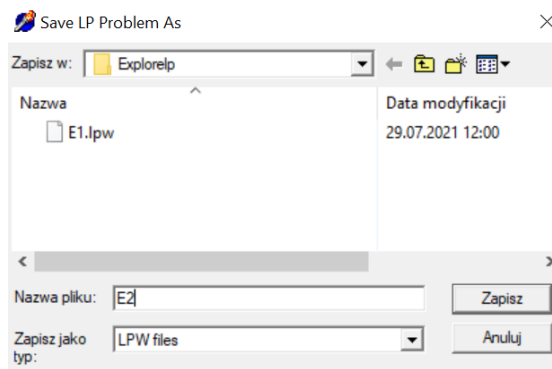
Rys. 3.9. Widok strony głównej programu *ExploreLP*

Mamy tu możliwość otwarcia istniejącego problemu decyzyjnego np. *E1.lpw* lub sformułowania nowego o kolejnej nazwie *E2.lpw*. W rozpatrywanym przykładzie dwie zmienne oznaczono jako x_1 i x_2 , a ograniczenia zasobów jako pozostawiono standardowe Row₁-Row₃. Funkcja celu dąży do maksimum i dlatego wybieramy opcję „Positive Values Indicate Columns To Enter”. Niech cena wyrobu $x_1 = 3$ zł, a wyrobu $x_2 = 9$ zł (rys. 3.10).



Rys. 3.10. Sformułowanie zadania decyzyjnego w *ExploreLP* na przykładzie istniejącego pliku

Naciskamy na „*Show Initial Tableau*” i zapisujemy jako nowy przykład pod kolejną nazwą np. *E2* i *rozszerzeniu lpw*.



Rys. 3.11. Zapisanie jako plik *E2.lpw*

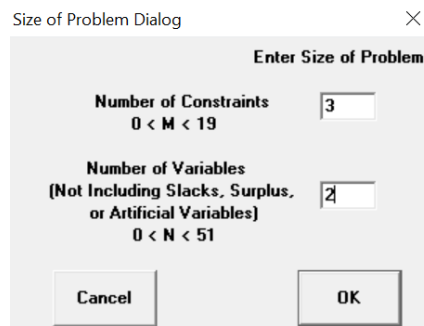
Po naciśnięciu „*Zapis*” pojawia się nam sformalizowany przez program układ pierwszej tablicy sympleksowej zadania decyzyjnego z dodaniem zmiennych swobodnych (S_1 - S_3). Po skorzystaniu z menu *View/Solution* pojawia się nam rozwiązanie optymalizacyjne: $x_1 = 0$, $x_2 = 4000$, zatem funkcja celu równa się 36000 (zob. fragment okna wynikowego pokazano na rysunku 3.12).

Symbol	Variable	Status	Value
X1	x1	Nonbasic	0
X2	x2	Basic	4000

Rys. 3.12. Rozwiązanie przykładowego zadania w *ExploreLp*

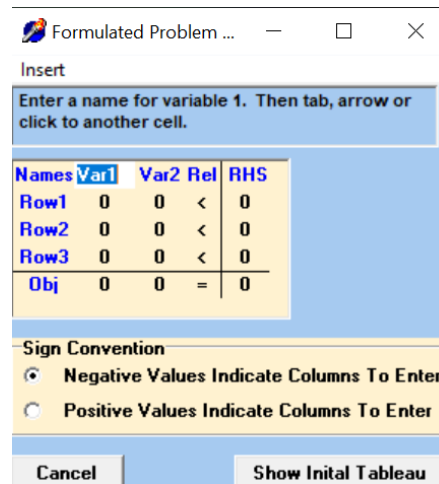
Jeśli wywołamy zakładkę *Compute/List All Basic Feasible Solution* generowania jest lista wszystkich kroków w postępowaniu iteracyjnym

W przypadku formułowania nowego zadania decyzyjnego od nowa, w oknie dialogowym podajemy liczbę ograniczeń oraz zmiennych. Dla naszego wcześniejszego przykładu zapis będzie jak na rysunku 3.13.



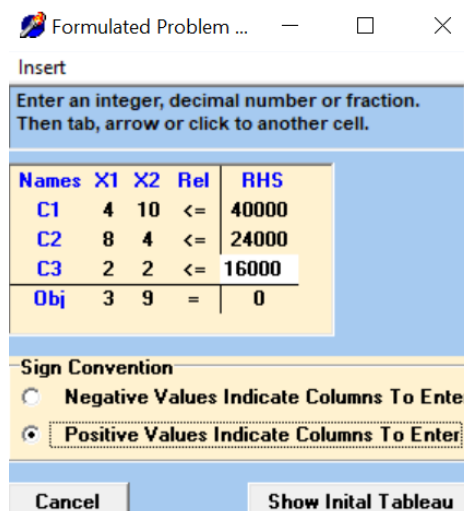
Rys. 3.12. Określenie liczby ograniczeń i zmiennych

Po naciśnięciu „OK” pojawia się nam okno do wprowadzenia danych i korekty nazw, przy czym domyślnie funkcja celu ustawiona jest na minimum, czyli: „*Negative Values Indicate Columns To Enter*”.



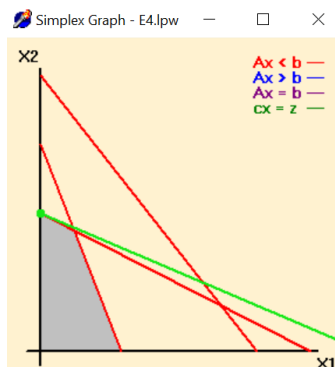
Rys. 3.13. Okno dialogowe inicjujące wprowadzanie danych zadania decyzyjnego

Dla naszego przykładu zmieniamy ją na wspomniane już wcześniej maksimum i wprowadzamy dane, nazwy i ograniczenia (\leq) korzystając w przechodzeniu między komórkami z klawisza „tab”. Efekt tego działania pokazano na rysunku 3.14.



Rys. 3.14. Wprowadzenie analogicznych danych dla nowego przykładu

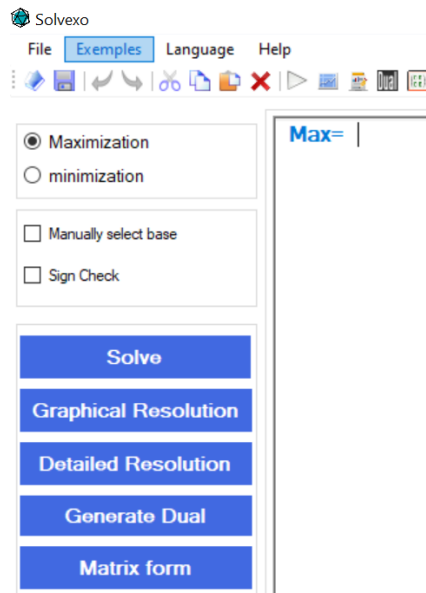
Po skorzystaniu z menu: *View/Graph* pojawia się poglądowe rozwiązanie zadania w postaci geometrycznej, jednak bez konkretnego podania współrzędnych punktów obszaru rozwiązań dopuszczalnych i wskazania punktu optymalnego o współrzędnych $x_1 = 0$ i $x_2 = 4000$ (zob. rysunek 3.15).



Rys. 3.15. Reprezentacja rozwiązania graficznego zadania *E2.lpw*

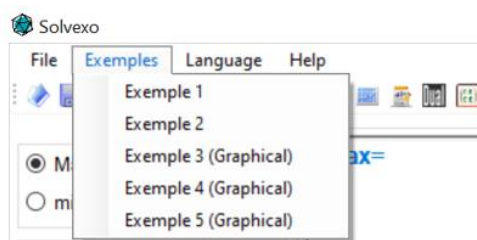
3.4. Wykorzystanie aplikacji *Solvexo*

Kolejnym programem pomocnym w wykładach dotyczący optymalizacji zadań decyzyjnych jest „*Solvexo*”. Fragment strony startowej tego programu pokazano na rysunku 3.16.



Rys. 3.16. Strona wejściowa programu *Solvexo*

Program domyślnie ustawia funkcję celu na „*Maximization*”. Mamy tu w menu zakładkę „*Exemples*” i do wyboru 5 różnych przykładów zadań decyzyjnych, które mogą stanowić podstawę do sformułowania nowego problemu. Dwa z nich to rozwiązania analityczne, a trzy to przykłady graficzne (rysunku 3.17).



Rys. 3.17. Propozycje przykładów w programie *Solvexo*

Skorzystam teraz z menu: *File/Open* i otworzę wykonany wcześniej przez siebie plik *Pl.rss* bazujący na „*Exemple 1*”, o dwóch zmiennych i dwóch ograniczeniach, dla którego sposób sformułowania zadania decyzyjnego widzimy poniżej.

$$\begin{aligned} \text{Max} &= 25 \cdot x_1 + 33 \cdot x_2; \\ \text{(C 1):} & 0,5 \cdot x_1 + 0,7 \cdot x_2 \leq 35; \\ \text{(C 2):} & 0,3 \cdot x_1 + 0,5 \cdot x_2 \leq 20; \end{aligned}$$

Klikamy na „*Solve*” i uzyskujemy rozwiązanie optymalne zaprezentowane na rysunku 3.18.

Optimal solution: Max= 1666,667		
Variable	Value	Reduced cost
x1	66,66667	0,00000
x2	0,00000	8,66667
Constraint	Difference(slack or surplus)	Dual Price
C1	1,66667	0,00000
C2	0,00000	83,33333

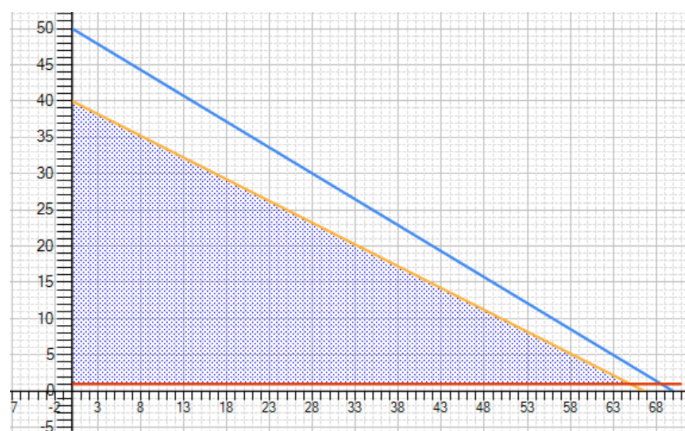
Rys. 3.18. Efekt pracy programu *Solvexo*

Nie ma tu możliwości ustawienia całkowitoliczobności zmiennych i dlatego przyjmijmy, dodatkowe ograniczenie $C_3: x_2 \geq 1$, co w efekcie da rozwiązanie: $x_1 = 65, x_2 = 1, FC = 1650$ (rys. 3.19). Zwróćmy uwagę, że w programie komputerowym mamy inny nieco sposób zapisu zmiennych oraz kierunku nierówności.

Optimal solution: Max= 1658		
Variable	Value	Reduced cost
x1	65,00000	0,00000
x2	1,00000	0,00000

Rys. 3.19. Skorygowane rozwiązanie zadania decyzyjnego

Zobaczmy jeszcze jak program radzi sobie z rozwiązywaniem geometrycznym i skorzystajmy z opcji „*Graphical Resolution*”.



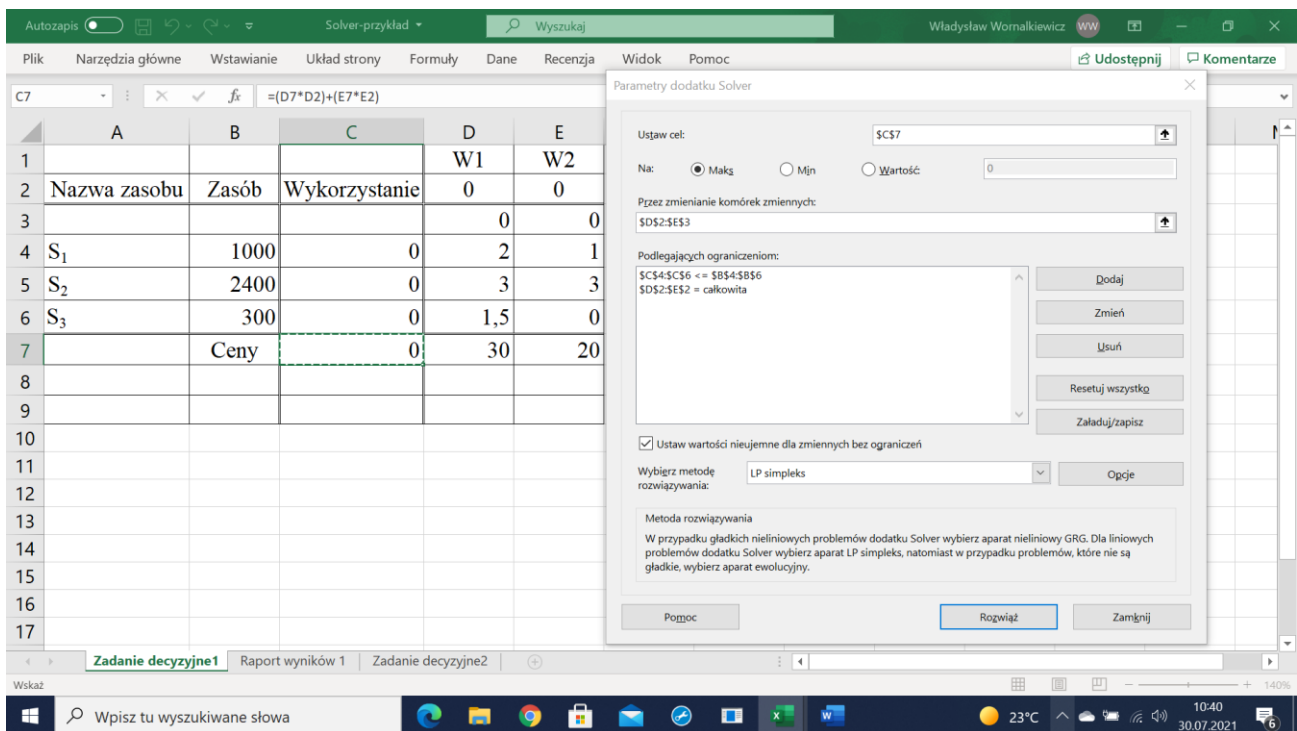
Rys. 3.20. Rozwiązanie geometryczne przykładowego zadania decyzyjnego

Wykres nie opisuje dokładnie współrzędnych, ale rozwiązaniem przy przyjęciu liczb całkowitych jest $x_1 = 65$, a $x_2 = 1$. Zaletą tego programu jest pokazywanie dynamicznej zmiany izokwenty funkcji celu w kolejnych krokach iteracyjnych po kliknięciu przycisku „Solve” występującego na rozwiązaniu graficznym rozpatrywanego zadania.

3.5. Użycie dodatku Solver

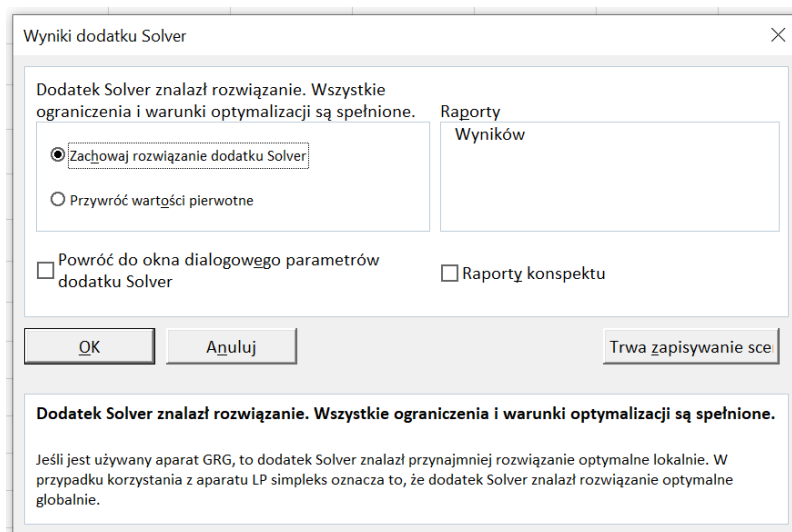
W programie *Excel* wchodzącym w skład pakietu biurowego *Microsoft 365* występuje dodatek o nazwie *Solver*. Umożliwia on optymalizację zadania decyzyjnego trzema metodami, a jedną z nich jest metoda programowania liniowego o nazwie „*LP simpleks*” (zob. rysunek 3.21). Wywołanie programu nastąpiło dla pliku „*Solver-przykład*”, wykonanego przez autora. Na zaprezentowanym widoku ekranu widzimy sposób sformatowania zadania decyzyjnego. Musimy wprowadzić formuły w komórkach wykorzystania zasobów (C4-C6) oraz w C7, gdzie zapisano widoczną na rysunku formułę funkcji celu, zmierzającą do maksimum. Ponadto zamieszczono na tym samym rysunku okno dialogowe z ustawieniem parametrów dodatku Solver obejmujących:

- ustaw cel (\$C\$7),
- wybór kierunku optymalizacji (Maks.),
- komórki zmieniane (\$D\$2:\$E\$3),
- komórki podlegające ograniczeniom: \$C\$4:\$C\$6 <= \$B\$4:\$B\$6; \$D\$2:\$E\$2 = całkowita.



Rys. 3.21. Okno definiowania parametrów dodatku *Solver* na arkuszu zadania decyzyjnego

Po kliknięciu na przycisk „Rozwiąż” uzyskuje informacje o rozwiązaniu zadania decyzyjnego pokazane na rysunku 3.22.



Rys. 3.22. Komunikat o rozwiązaniu zadania decyzyjnego

Możemy teraz zażądać raportu wyników, który zapisywany jest na tym samym skoroszycie. Rozwiązaniem globalnym, przy zastosowaniu metody „LP *simpleks*” jest $W_1 = 200$, $W_2 = 600$, a funkcja celu wynosi 18000.

	A	B	C	D	E
1				W1	W2
2	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	200	600
3					
4	S ₁	1000	1000	2	1
5	S ₂	2400	2400	3	3
6	S ₃	300	300	1,5	0
7		Ceny	18000	30	20

Rys. 3.23. Rozwiązanie przykładowego zadania decyzyjnego dodatkiem *Solver*

* * *

Szybki jest postęp w zakresie technologii komputerowej, zarówno pod względem hardwarowym jak i softwarowym. Jednak w rozwiązywaniu zagadnień sfery gospodarczej w nieznacznym stopniu stosuje się rachunek optymalizacyjny. Nowe środowiska operacyjne, zwane też platformami, powinny w standardzie oferować też profesjonalne aplikacje optymalizacyjne, z szerokim wskazaniem różnych przykładów zastosowań pomyślanych głównie dla studentów kierunków ekonomicznych i administracyjnych.

Potrzebna też jest nowa literatura zachęcająca przyszłych rządzących, ekonomistów i innych decydentów do korzystania z wariantowania sposobów i dochodzenia do wyniku najlepszego z punktu widzenia występujących ograniczeń zasobów.

4. Rozwiązanie problemu transportowego metodą VAM



4.1. Wstęp

Występuje wiele metod rozwiązywania optymalizacyjnego zagadnienia transportowego. Jedną z nich jest VAM (*Vogel's approximation Method*). Gdy sięgniemy do wyszukiwarki Google to dla frazy „Metoda VAM” pojawia się aż 14 600 opublikowanych internetowo pozycji w czasie 0,43 sekundy¹⁹. Przykład liczbowy tablic kosztów jednostkowych i przewozów wyrobów między dostawcami a odbiorcami spotykamy w publikacji w formacie PDF pt. „Metoda VAM”²⁰. Z tego przykładu macierz liczbowa kosztów jednostkowych transportu, ilości podaży i popytu oraz kolejne iteracje były inspiracją do opracowania w ramach niniejszego materiału odpowiednich formuł *Excelsa*. Zaprezentowano również sprawdzenie uzyskanego w *Excelu* rozwiązania dwoma sposobami z zastosowaniem:

1. Dodatku programowego *Solver* do arkusza kalkulacyjnego *Excel*.
2. Modułu „Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe” (*Linear and Integer Programming*) pakietu *WinQSB*.

Pakiet *WinQSB* zawiera jeszcze, oprócz już wymienionego modułu, wiele jeszcze innych modułów z obszaru badań operacyjnych i prognozowania, w tym:

- Programowanie celowe (*Goal Programming*),
- Programowanie kwadratowe (*Quadratic Programming*),
- Analiza decyzji (*Decision Analysis*),
- Programowanie dynamiczne (*Dynamic Programming*),
- Prognozowanie i regresja liniowa (*Forecasting and Linear Regression*),
- Programowanie nieliniowe (*Nonlinear Programming*),
- PERT_CPM (metoda sieciowa).

Starsza wersja pakietu *WinQSB* jest bezpłatnie dostępna w Internecie. Może więc stanowić doskonałe narzędzie, na poziomie dydaktyki, do testowania różnych rozwiązań, zwłaszcza z obszaru optymalizacji decyzji. Powróćmy jednak do wspomnianego przykładu dotyczącego zagadnienia transportowego zamkniętego, w którym suma podaży dostawców równa się sumie popytu odbiorców danego produktu. W tym celu wprowadzamy dane liczbowe do arkusza kalkulacyjnego *Microsoft Excel*²¹ jako plik będący skoroszytem zawierającym kilka arkuszy (zob. rys. 4.1). Jak już nadmieniono umowne dane liczbowe w zamieszczonych tablicach kosztów oraz przewozów zaczerpnięto z przykładu publikacji internetowej „Metoda VAM”²².

¹⁹ <https://www.google.pl/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=%22Metoda+VAM%22>.

²⁰ http://dydaktyka.polsl.pl/kwmimkm/wyklad_05_dzienne.pdf.

²¹ Opracowanie wykonano programem wersji *Microsoft Excel 2010*.

²² Ibidem.

	A	B	C	D	E
1	Dostawcy/odbiorcy	a	b	c	d
2	Tablica kosztów: A	5	3	8	2
3	B	4	6	4	2
4	C	9	2	3	11

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.1. Tablica kosztów jednostkowych przewozów zadania decyzyjnego

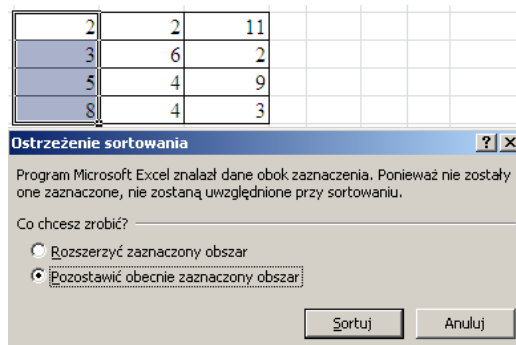
Trzech dostawców określono literami dużymi A, B, C, a czterech odbiorców małymi a, b, c, d. Chcąc skorzystać z metody VAM musimy sporządzić dwie dalsze macierze posortowane narastająco. Pierwszą wierszami po jej wcześniejszej transpozycji, tj. zamianie wierszy na kolumny (zob. rys. 4.2). W tym względzie korzystamy najpierw z opcji *Kopiuj* a później *Wklej* z transpozycją.

	G	H	I
2	2	2	2
3	3	4	3
4	5	4	9
5	8	6	11
6	1	2	1

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.2. Transponowana macierz kosztów posortowana w wierszach

Skorzystano z komputera, gdyż w praktyce zadana transportowe cechuje duża macierz kosztów. Następnie dokonujemy posortowania komputerowo w *Excelu* danej kolumny, będącej wierszem po transpozycji z pominięciem kolumn sąsiednich (zob. rys. 4.3).



Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.3. Okno dialogowe ustawienia do sortowania tylko danej kolumny (wiersza po transpozycji)

Dla tak przygotowanej tablicy kosztów dokonujemy komputerowo obliczenia wartości bezwzględnej, czyli modułu dla dwóch elementów o najmniejszym koszcie jednostkowym w danej kolumnie. W wierszu 6. arkusza kalkulacyjnego (rys. 4.2) znajduje się moduł z różnicy między dwoma najmniejszymi elementami określony formułą np.: =MODUŁ.LICZBY(H2-H3) równy dwa.

Kolejną czynnością przygotowawczą do korzystania z metody VAM jest posortowanie tablicy kosztów narastająco w czterech kolumnach a-d i też obliczenie modułów różnic między dwoma

najmniejszymi wartościami w danych kolumnach, korzystając z formuły np. =MODUŁ.LICZBY(B7-B8) (zob. rys. 4.4).

	B	C	D	E
7	4	2	3	2
8	5	3	4	2
9	9	6	8	11
10	1	1	1	0

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.4. Macierz kosztów posortowana w kolumnach z obliczonymi modułami w wierszu 10. arkusza kalkulacyjnego

4.2. Procedura rozwiązywania zadania decyzyjnego transportowego metodą VAM z zastosowaniem formuł *Excelsa*

Przyglądnijmy się obliczonym wartościom modułów na rysunku 4.2 (wiersz 6) i 4.4 (wiersz 10). Korzystamy z formuły wyboru największej wartości w tych wierszach, a mianowicie:

$$=MAX(G6:I6;B10:E10).$$

Odpowiedzią komputera jest „2”, czyli drugi wiersz po transpozycji, a więc dostawca B (zob. rysunek 4.2). Spośród węzłów (w, k) w tym wierszu wybieramy ten dla którego koszt jednostkowy przewozu jest najmniejszy. Występuje to dla odbiorcy czwartego, czyli „d” i równa się 2. Rozpoczynamy teraz wypełnianie tablicy przewozów mając podaną podaż dostawców i popyt odbiorców (zob. rys. 4.5).

	B	C	D	E	F	G	H
25	a	b	c	d			
26					120		
27	0	0	0	20	20	0	=F27-E27
28					60		
29	80	30	40	50			
30				30	=E29-E27		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Ryc. 4.5. Rozpoczęcie wypełniania tablicy przewozów

Widzimy, że podaż zbilansowana jest popytem i wynosi 200, tak więc jest to, jak już wspomniałem, zadanie transportowe zamknięte. Dalsze nasze rozwiązywanie tego zadania sprowadza się do czterech kroków procedury:

Krok 1

Korzystamy z formuły (=MIN(F27; E29) tj. wyznaczamy minimum z wartości 20 i 50. W węzle (B-d) lokujemy podaż równą 20. Następnie dokonujemy korekty liczb podaży i popytu o wartość 20, stosując formułę różnicy (=F27-E27) oraz (=E29-E27). W wierszu drugim dostawcy B wyczerpaliśmy już całą podaż, stąd inne węzły w tym wierszu są równe zero (zob. rysunek 4.5).

Krok 2

Dla wygody realizacji procedury kopiujemy sobie macierz transpozycji wierszy (rys. 4.2) i zacieramy kolumnę drugą odpowiadającą wierszowi „2” tablicy kosztów (rys. 4.1), co pokazano na rysunku 4.6. Dla przejrzystości obliczamy ponownie moduł różnicy dwóch najmniejszych elementów np.: [=MODUŁ.LICZBY(H32-H33)].

	H	I	J
32	2		2
33	3		3
34	5		9
35	8		11
36	1		1

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.6. Tablica kosztów posortowana w wierszach po usunięciu dostawcy B
Teraz w kolumnach po usunięciu wiersza dostawcy B pozostają tylko wartości dla dostawców A oraz C i dla nich też obliczamy wartość bezwzględną formułą np.: = MODUŁ.LICZBY(J40-J41).

	J	K	L	M
40	4	2	3	2
41	9	6	8	11
42	5	4	5	9

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.7. Tablica kosztów posortowana w kolumnach po usunięciu dostawcy B
Podobnie jak w kroku 1. procedury metody VAM stajemy teraz przed wyborem największej wartości spośród [(1, 1); (5, 4, 5, 9)], której odpowiada dostawca „d”. W *Excelu* realizujemy tą czynność formułą: [=MAX(H36; J36; J42:M42)]. W tej kolumnie są dwa węzły (1, 4) o wartości dwa oraz (3, 4) o wartości 11. Zgodnie z procedurą metody VAM wybieramy o wartości mniejszej, czyli węzeł (1, 4) i w nim lokujemy przewóz o wartości określonej formułą [=MIN(E56;F53)] i jest nią wartość 30. Doprowadzamy do sytuacji, gdy wiersz dostawcy B oraz kolumna odbiorcy d są kompletne co do m przewozów (zob. rysunek 4.8).

	B	C	D	E	F	G
61	a	b	c	d		
62				30	120	90
63	0	0	0	20	20	0
64				0	60	
65	80	30	40	50		
66				30		
67				0		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.8. Tablica przewozów po drugim kroku procedury metody VAM

Krok 3

Pozostają nam teraz wiersze (a, c) oraz kolumny (a, b, c), co w odniesieniu do posortowanych wierszy po transpozycji prezentuje się jak na rysunku 4.9. Obliczamy wartości bezwzględne

skorygowanego układu kosztów dla wierszy korzystając z przykładowej formuły podanej na wymienionym rysunku.

	H	I	J	K	L	M
70	A	B	C			
71				2		
72		3		3		
73		5		9		
74		8				
75		2		1	=MODUŁ.LICZBY(J71-J72)	

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.9. Posortowane tablice kosztów w wierszach z zaznaczeniem wartości pominiętych

Posortowanie w kolumnach z zaznaczeniem wartości pominiętych i ponowne obliczenie modułów analogicznie jak w kroku 1. pokazano na rysunku 4.10.

	H	I	J	K
78	a	b	c	d
79			2	3
80		5	3	
81		9		8
82		4	1	5

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 11.10. Skorygowanie tablicy kosztów w kolumnach z zaznaczeniem wartości pominiętych

Następnie wyznaczamy wiersz/kolumnę dla której moduł jest największy formułą: [=MAX(H75;J75;H82:J82)]. Jest to kolumna „c” (trzecia) z wartością modułu 5. W ramach tej kolumny najmniejszy koszt jednostkowy według macierzy kosztów ma węzeł (C, c) i jest to wartość 3 i tam lokujemy przewóz wyznaczony formułą: [MIN(D90,F89)] o wartości 40 (zob. rycina 11.11). W kolejności korygujemy liczby podaży i popytu określone wcześniej w kroku 2. procedury metody VAM.

	B	C	D	E	F	G
86	a	b	c	d		
87			0	30	120	90
88	0	0	0	20	20	0
89			40	0	60	
90	80	30	40	50		
91				30		
92				0		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.11. Skorygowanie tablicy przewozów w kroku 3. procedury

Rozłokowaliśmy w pełni podaż dostawcy B oraz popyt odbiorców c oraz d i sytuacja w naszej macierzy kosztów, według transponowanych wierszy oraz kolumn, wygląda jak na rysunku 4.12.

	G	H	I	J	K	L
103	A	B	C			
104				2		
105		3				
106		5		9		
107						
108		2		7	=MODUŁ.LICZBY(I104-I106)	
109						
110	Kolumny posortowane narastająco według wartości kosztów					
111	a	b	c	d		
112			2			
113		5	3			
114		9				
115		4	1			

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.12. Widok macierzy kosztów z uwzględnieniem tablicy przewozów przedstawionej na rysunku 4.11.

Krok 4

W tablicy kosztów pozostały nam węzły o nieulokowanych przewozach, a więc (A, a), (A, b), (C, a) i (C, b), co pokazano na rysunku 4.12. Dalsze postępowanie jest analogiczne jak w kroku 1., tj. wyznaczamy moduły dwóch najmniejszych elementów naszego układu macierzy po wierszach i kolumnach.

	B	C	D	E
108	a	b	c	d
109	5	3		
110	4	6	4	
111	9	2	3	
112	4	1		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.13. Sytuacja w macierzy kosztów po wyznaczeniu przewozów dla dostawcy B oraz przewozów dla odbiorców c i d

Korzystając z rysunku 4.11 pozostaje nam teraz wyznaczenie wartości maksymalnej z modułów formułą: [=MAX(G108;I108;G115;H115)]. Jest to wartość 7 odpowiadająca dostawcy C (wiersz trzeci tablicy kosztów). Spoglądając na rysunek 4.1 minimalny koszt jednostkowy dla węzła (C, b) równa się dwa. Sugeruje to nam, aby ulokowanie tam przewóz o ilości określonej formułą: [=MIN(C127;F127)], co odpowiada minimum z (30, 60), czyli 30. Możemy jednak ulokować tylko 20 jako dopełnienie do wartości początkowej 60. Skorygowana w ten sposób tabela przewozów pokazano na rysunku 4.14.

	B	C	D	E	F	G	H
131	a	b	c	d			
132			0	30	120	90	
133	0	0	0	20	20	0	
134	0	20	40	0	60	20	0
135	80	30	40	50			
136		10	0	30			

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.14. Sytuacja w macierzy przewozów po kroku 4. procedury

Krok 5

Jako puste, nie obsadzone przewozami, pozostały nam węzły (A, a) i (A, b). Według rysunku 4.1 (tablica kosztów) w wierszu A są węzły o kosztach jednostkowych przewozów (A, a) = 5, (A, b) = 3, (A, c) = 8, (A, c) = 2. Nas interesuje obliczenie modułu z posortowanego narastająco wiersza dostawcy A. Według zamieszczonej ryciny 4.15 moduł ten równa się dwa.

	J	K	L	M	N	O	P	Q
140	A	B	C					
141								
142		3						
143		5						
144								
145		2						=MODUŁ.LICZBY(G142-G143)

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.15. Określenie wartości modułu w wierszach z pominięciem elementów obsadzonych przewozami

Gdy zagłębimy do rysunku 4.3, czyli posortowaniu po kolumnach z zacienieniem pominiętych to pozostają nam tylko pojedyncze elementy (zob. rysunek 4.16). Tak więc jest tylko jedna wartość modułu różnicy o wartości dwa w wierszu A i ona jest traktowana jako maksymalna.

	J	K	L	M
148	a	b	c	d
149		4	2	
150				
151				
152				

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.16. Sytuacja w kolumnach z pominięciem węzłów z obsadzonych przewozami

Jednak w węźle (A, b) jest niższy koszt jednostkowy bo trzy i tam lokujemy nasz przewóz 10. Teraz pozostaje nam tylko wpisać 80 w węźle (A, a) i rozwiązanie zadania decyzyjnego transportowego metodą VAM uważa się za zakończone (zob. rysunek 4.17).

	B	C	D	E	F	G	H	I
162	80	10	0	30	120	90	80	0
163	0	0	0	20	20	0		
164	0	20	40	0	60	20	0	
165	80	30	40	50				
166	0	10	0	30				
167		0		0				

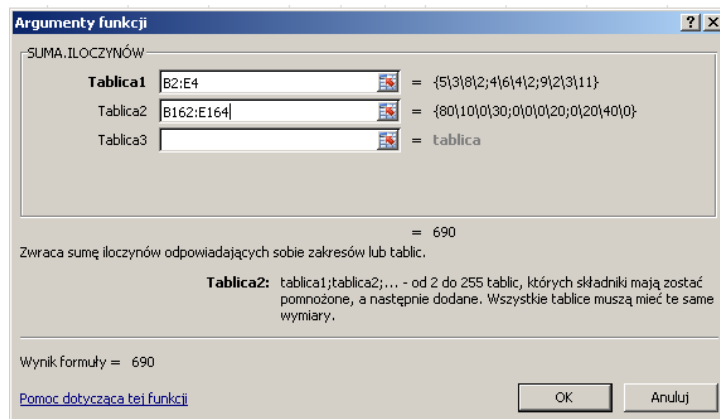
Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.17. Końcowa tablica ilości przewozów optymalnych ustalona metodą VAM

Mając teraz do dyspozycji tablicę kosztów (rysunek 4.1) oraz końcową tablicę przewozów (rysunek 4.17) obliczamy minimalny ogólny koszt transportu towarów od dostawców (A, B, C) do odbiorców (a, b, c, d). W *Excelu* koszt ten możemy obliczyć korzystając z formuły:

$$=B162*B2+C162*C2+E162*E2+E163*E3+C164*C4=D164*D4.$$

W *Excelu* możemy też zastosować funkcję [=SUMA.ILOCZYNÓW(B2:E4;B162:BE164)] korzystając z tablicy kosztów oraz tablicy przewozów zaprezentowanych na rysunkach 4.1 i 4.17. Zatem minimalny koszt przewozu wynosi: $K = 80 \cdot 5 + 10 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 40 \cdot 3 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 2 = 690$.



Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 4.18. Okno dialogowe definiowania tablic funkcji (SUMA.ILOCZYNÓW)

4.3. Zastosowanie metody simpleks dla sprawdzenia wyników według VAM

W *Microsoft Excel 2010* w ramach menu głównego *Dane* istnieje opcja *Solver*. Umożliwia ona sformułowanie zadania decyzyjnego w komórkach arkusza decyzyjnego. Dla porównania wyników rozwiązania manualnego metodą *VAM* oraz za pomocą programowania liniowego *simpleks* przyjmijmy te same wartości kosztów jednostkowych jak na rysunku 4.1. Dla lepszego zobrazowania rozpatrzmy jednak przykład dostaw z trzech hurtowni (H_1, H_2, H_3) do czterech sklepów (S_1, S_2, S_3, S_4). Rozplanowanie zadania decyzyjnego w komórkach arkusza kalkulacyjnego prezentuje rysunek 4.19.

	A	B	C	D	E	F
17	Dostawy z:	Razem/Sklepy	S1	S2	S3	S4
18	H1	4	1	1	1	1
19	H2	4	1	1	1	1
20	H3	4	1	1	1	1
21	Razem		3	3	3	3
22		Popyt	80	30	40	50
23	Hurtownie	Podaż	Koszty jednostkowe przewozu (c_{ij})			
24	H1	120	5	3	8	2
25	H2	20	4	6	4	2
26	H3	60	9	2	3	11
27	Razem	59	18	11	15	15
28	Koszt:	59	18	11	15	15

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver Excela*.

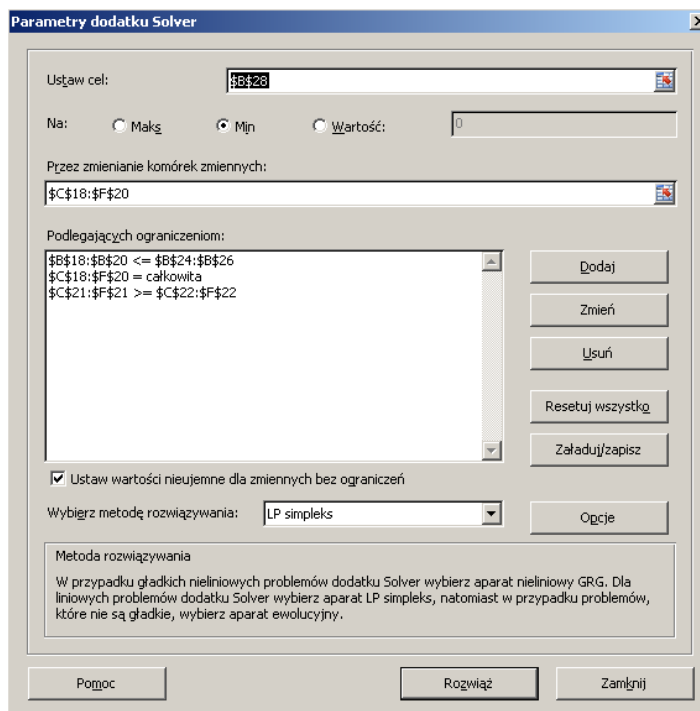
Rys. 4.19. Sformatowanie danych do optymalizacji całkowitego kosztu przewozu

W naszym zadaniu suma podaży hurtowni równa się sumie popytu sklepów i jak już wiemy wynosi 200. Zadanie decyzyjne inicjujemy przyjmując wartości początkowe w tabeli przewozów równe jeden. W komórkach *Razem* dla sklepów występuje formuła sumy np. [=SUMA(C18:C20)].

W komórkach B24:B26 zapisana jest podaż hurtowni o symbolach akceptowanych przez *Excela* tj. H1, H2, H3, a w komórkach C28:F28 obliczane są komputerowo sumy iloczynów przewozów i kosztów jednostkowych i tak w komórce C28 występuje formuła:

$$=SUMA(C24*C18+C25*C19+C26*C20).$$

W komórce o adresowaniu bezwzględny $\$B\28 traktowanej jako funkcja celu jest koszt przewozu jako suma sum z wiersza C28:F28. Ustawiamy się w niej przed rozpoczęciem procesu optymalizacji danego zadania decyzyjnego. Komórkami zmienianymi w trakcie rozwiązywania zadania transportowego jest obszar $\$C\$18:\$F\20 stanowiący formuły sum z wierszy dla hurtowni H1-H3. Mając te wytyczne pozostaje nam teraz sformułowanie ograniczeń zasobów w oknie dialogowym (zob. rysunek 4.20).



Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 4.20. Okno dialogowe „Parametry dodatku *Solver*” definiowania zadania transportowego zamkniętego metodą *LP simpleks*

W rozpatrywanym zadaniu decyzyjnym transportowym zastosowano następujące formuły ograniczeń:

- a) Liczba wysłanych towarów do sklepów \leq podaży hurtowni:

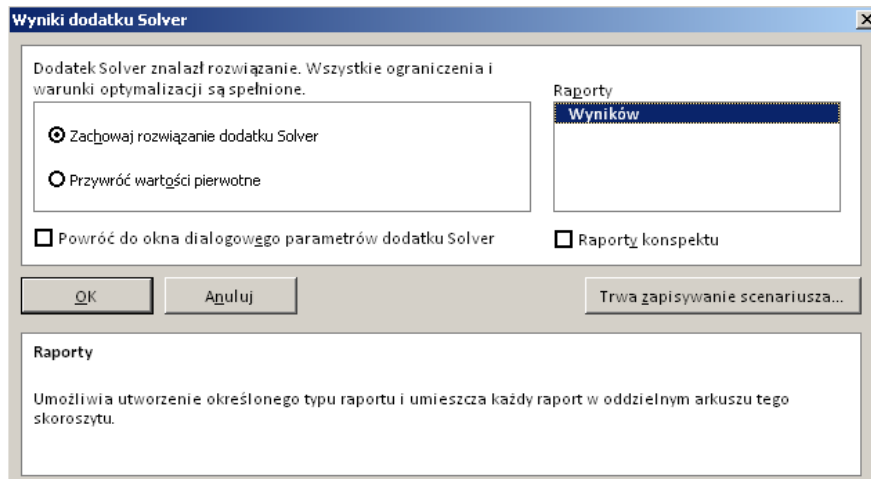
$$\$B\$18:\$B\$20 \leq \$B\$24:\$B\$26$$

- b) Liczba dostarczonych towarów do sklepów powinna zaspakajać ich popyt:

$$\$C\$21:\$F\$21 \geq \$C\$22:\$F\$22.$$

c) Rozwiązanie zadania, a więc zmienne naszej macierzy przewozów muszą być liczbami całkowitymi, co wyraża opcja „Integer” (*Int*), a formuła końcowa po akceptacji okna dialogowego „Parametry dodatku *Solver*” ma postać: $\$B\$18:\$B\$20 = \text{całkowita}$.

Jak już wspomniano, ustawiamy się w komórce kosztu (\$B\$28) i określamy kierunek funkcji celu jako „Min”, czyli minimum. Wybieramy jeszcze metodę rozwiązywania optymalizacyjnego zadania transportowego jako *LP simpleks*. Dodatek *Simpleks* umożliwia nam wybór trzech tzw. aparatów rozwiązywania, a mianowicie: *LP simpleks*, *Nieliniowy GRP*, *Ewolucyjny*. Nasz przykład to typowa liniowa zależność kosztu od liczby dostarczanych towarów. Klikamy myszką na przycisk *Rozwiąż* i program informuje nas o wykonaniu pracy. Domyślnie przyjmowane są opcje: *Zachowaj rozwiązanie dodatku Solver*, *Raport wyników*.



Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 4.21. Komunikat o wykonaniu zadania transportowego

Po akceptacji *OK* uzyskujemy rozplanowanie tablicy przewozów i obliczony minimalny koszt całkowity dostaw wynoszący $K = 670$. Tak więc wynik zadania metodą simpleks jest nieco lepszy niż uzyskany wcześniej metodą VAM, gdzie $K = 690$ (zob. rysunek 4.22).

Komórka celu (Min)					
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa		
\$B\$28	Koszt: Podaż	59	670		
Komórki zmiennych					
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite	
\$C\$18	H1 S1	1	60	Całkowite	
\$D\$18	H1 S2	1	10	Całkowite	
\$E\$18	H1 S3	1	0	Całkowite	
\$F\$18	H1 S4	1	50	Całkowite	
\$C\$19	H2 S1	1	20	Całkowite	
\$D\$19	H2 S2	1	0	Całkowite	
\$E\$19	H2 S3	1	0	Całkowite	
\$F\$19	H2 S4	1	0	Całkowite	
\$C\$20	H3 S1	1	0	Całkowite	
\$D\$20	H3 S2	1	20	Całkowite	
\$E\$20	H3 S3	1	40	Całkowite	
\$F\$20	H3 S4	1	0	Całkowite	

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 4.22. Raport wyników rozwiązania zadania transportowego *Solverem*

Ponadto *Solver* poinformował nas w formie dodatkowego tekstu, że czas rozwiązania zadania wynosi 0,015 sekundy i praca wykonana została w dziewięciu iteracjach (krokach). Przypomnijmy

sobie, że w naszej wcześniejszej metodzie manualnej VAM realizację wykonaliśmy w pięciu krokach procedury optymalizacyjnej. W rozwiązywaniu zadania transportowego domyślnie przyjmowane są wartości zmiennych jako nieujemne. Zaprezentowane na rysunku 4.22 wyniki zapisane zostały na oddzielnym arkuszu skoroszytu. Solver podał nam również wartości początkowe rozpoczęcia procesu iteracyjnego.

4.4. Rozwiązanie alternatywne zadania modułem pakietu WinQSB

Zastosujemy teraz do rozwiązania naszego problemu transportowego moduł *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe* wchodzący w skład pakietu programowego WinQSB. Dane wprowadzić możemy alternatywnie w dwóch formatach: *Matrix* (macierz), *Normal* (nierówności). Przejrzyściej jest zastosować rozplanowanie macierzowe, gdyż odpowiada kolumnom i wierszom arkusza kalkulacyjnego (zob. rysunek 4.23). Widzimy tu funkcję celu (*Minimize*), która zmierza do minimum, a zmiennych X11-X35 mamy 12, co odpowiada iloczynowi trzech hurtowni i czterech sklepów.

Variable ->	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	X33	X35	Direction	R. H. S.
Minimize	5	3	8	2	4	6	4	2	9	2	3	11	=	120
C1	1	1	1	1									=	20
C2					1	1	1	1					=	60
C3	1					1			1	1	1	1	=	80
C4		1					1				1		=	30
C5			1									1	=	40
C6				1			1				1		=	50
C7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=	50
LowerBound														
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Źródło: Opracowanie własne w module *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe (LPILP)*.

Rys. 4.23. Definiowanie zadania transportowego zamkniętego w module LPILP

W zapisie matematycznym, uwzględniając koszty jednostkowe przewozów funkcja celu ma postać:

$$FC: 5x_{11} + 3x_{12} + 8x_{13} + 2x_{14} + 4x_{21} + 6x_{22} + 4x_{23} + 2x_{24} + 9x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 11x_{34} \rightarrow \min$$

Ograniczenia podaży i popytu zapisujemy jako:

$$C_1: x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 120$$

$$C_2: x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 20$$

$$C_3: x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 60$$

$$C_4: x_{11} + x_{21} + x_{31} = 80$$

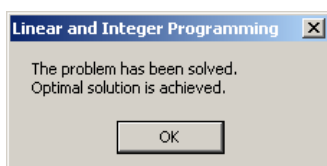
$$C_5: x_{12} + x_{22} + x_{32} = 30$$

$$C_6: x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40$$

$$C_7: x_{14} + x_{24} + x_{34} = 50$$

Jako warunki brzegowe zmienne $x_{ij} \geq 0$, gdzie: $i = (1, 2, 3)$; $j = (1, 2, 3, 4)$, co odpowiada (*LowerBound*) na rysunku 4.23. Granica górna (*UpperBound*) nie jest określona, program oznaczył to symbolem *M*, czyli nieskończoność). Całkowitoliczbowość zmiennych podajemy w wierszu

Variable Type jako *Integer*. Zakończenie rozwiązywania zadania transportowego sygnalizowane jest komunikatem (zob. rysunek 4.24).



Rys. 4.24. Komunikat modułu LPILP o zakończeniu rozwiązywania optymalizacyjnego

Program generuje raport wyników jako tzw. rozwiązanie mieszane. Wyszczególnia się w nim poszczególne zmienne tablicy przewozów i obliczone ich wartości optymalne. Ponadto podawany jest efekt analizy wrażliwości, czyli w jakim zakresie mogą się zmieniać liczby poszczególnych zmiennych, aby wynik rozwiązania optymalizacyjnego nie uległ zmianie (zob. rysunek 4.25).

	18:50:09		Monday	November	14	2016		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X11	60	5	300	0	basic	4	10
2	X12	10	3	30	0	basic	2	4
3	X13	0	8	0	4	at bound	4	M
4	X14	50	2	100	0	basic	-M	3
5	X21	20	4	80	0	basic	-M	5
6	X22	0	6	0	4	at bound	2	M
7	X23	0	4	0	1	at bound	3	M
8	X24	0	2	0	1	at bound	1	M
9	X31	0	9	0	5	at bound	4	M
10	X32	20	2	40	0	basic	1	3
11	X33	40	3	120	0	basic	-M	4
12	X35	0	11	0	10	at bound	1	M
	Objective	Function	(Min.) =	670				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	120	=	120	0	0	120	M
2	C2	20	=	20	0	-1	20	80
3	C3	60	=	60	0	-1	60	70
4	C4	80	=	80	0	5	20	80
5	C5	30	=	30	0	3	20	30
6	C6	40	=	40	0	4	30	40
7	C7	50	=	50	0	2	0	50

Źródło: Opracowanie własne w module LPILP.

Rys. 4.25. Rozwiązanie mieszane zadania transportowego zamkniętego

W module LPILP dostępna jest także forma skrócona raportu rozwiązania zwana sumaryczną. Zwróćmy uwagę, że wynik końcowy 670 jest taki sam jak w Solverze, gdyż oba te programy bazują na metodzie programowania liniowego *simpleks*.

5. Iteracyjna optymalizacja parametrów w wybranych modelach



5.1. Uogólniony model Holta

Zagadnienie doboru najlepszych parametrów równań modeli wyrównywania wykładniczego przewija się w różnych publikacjach. Jest przedmiotem zarówno ustaleń przez specjalistę, obliczenia według określonego wzoru, czy też postępowań iteracyjnych zarówno manualnych jak i komputerowych. W niniejszym materiale zwrócono uwagę na modele Holta, Wintersa, Holta-Wintersa oraz modele stanowiące uogólnienia rozwiązań „klasycznych”. Tematykę tę rozpatrzono w układzie przeglądu literaturowego włączając w to źródła internetowe. Realizacje komputerowe bazujące na module prognozowania programu WinQSB oparto o dane statystyczne dotyczące konsumpcji piwa przez jednego mieszkańca w latach 1989-2010.

W modelu Holta do wygładzania szeregu czasowego stosuje się średnią ruchomą z odpowiednim parametrem. Szeregi takie cechuje występowanie wahań przypadkowych oraz trend, czyli tendencja rozwojowa badanego zjawiska. Model Holta jest jedną z metod wygładzania (wyrównywania) wykładniczego. Oprócz omawianego modelu m.in. stosowany jest także prosty model wyrównywania wykładniczego, model Wintersa, model Holta-Wintersa, a także do prognoz długoterminowych model trendu tłumionego z uwzględnieniem sezonowości addytywnej i multiplikatywnej. Zagadnienie optymalizacji iteracyjnej parametrów uogólnionego modelu Holta, każdorazowo w odniesieniu do kolejnych okresów prognozowania spotykamy w publikacji Romana Szostka²³, który proponuje modyfikację metody Holta polegającą na:

- nie ograniczaniu przedziału parametrów α oraz β do $[0, 1]$;

- ustalaniu najlepszych wartości tych parametrów kolejno dla okresu prognozowanego $[n + 1]$, $[n + 2]$, ..., $[n = T]$, przy czym n to liczba obserwacji, a T ostatni z okresów prognozowania.

Umożliwia to stosowanie omawianego modelu Holta również do bardziej odległych okresów czasowych, przy czym model ten dla okresu t bazuje na równaniu:

$$F_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(F_{t-1} + S_{t-1}) \quad (1)$$

oraz

$$S_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)(S_{t-1}) \quad (2)$$

gdzie: $t = 2, \dots, n - 1$; F_t - wygładzona wartość szeregu czasowego; S_t - wygładzona wartość przyrostu trendu na okres t ; α, β - parametry modelu;

przy czym: x_0, x_1, \dots, x_{n-1} - wartości empiryczne prognozowanego szeregu; $F_1 = x_1$; $S_1 = x_1 - x_0$.

²³ Szostek R., *Uogólniony model Holta na przykładzie prognozowania liczby pasażerów w transporcie lotniczym w Polsce, Ekonometria*, 2(36) 2012.

Prognozy na kolejne okresy $k = 1, 2, 3$, przy założeniu okresu początkowego $t = 0$ obliczamy rekurencyjnie według wzoru²⁴:

$$x_{n+k-1}^* = F_{n-1} + kS_{n-1} \quad (3)$$

Wygasłe prognozy dla okresów $t = 2, 3, \dots, n - 1$ obliczamy według wzoru:

$$x_t^* = F_{t-1} + S_{t-1} \quad (4)$$

Pozwala to nam na obliczenie błędów prognoz, a do oceny jakości stosować możemy średnią liniową lub średnią kwadratową J_2 o postaci:

$$J_2 = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=2}^{n-1} (F_{t-1} + S_{t-1} - x_t)^2} \quad (5)$$

W kolejnych krokach dobieramy parametry α oraz β tak, aby otrzymać najmniejszą optymalną wartość błędu przykładowo według miary J_2 . Roman Szostek proponuje nie przestrzeganie założenia że²⁵:

$$\alpha \in [0, 1] \quad \text{oraz} \quad \beta \in [0, 1]$$

Dla przyjętych dwóch miar jakości (liniowej, kwadratowej) oraz obliczeń ze skokiem 0,0001 dla parametrów α oraz β przy wykorzystaniu specjalnego programu w języku (C++) uzyskano optymalne wartości tych parametrów. Dla miary kwadratowej $\alpha = 1,5676$ a $\beta = 0,1720$, przy czym zwróćmy uwagę, że $\alpha > 1$. Umożliwia to sporządzenie wykresu punktowego na podstawie wzorów (1), (2), (4) modelu Holta obejmującego :

X_t - kolejne obserwacje zmiennej,

F_t , - wygładzone wartości szeregu czasowego,

S_t - wygładzone wartości przyrostu trendu na okres t ,

X_t^* – dokładnie wyznaczone wygasłe prognozy .

Natomiast przy zachowaniu ograniczenia przedziału $[0, 1]$ i przyjętej przykładowo miary kwadratowej parametrów α oraz β wynoszą: $\alpha = 1$, $\beta = 0,3057$.

Przy ustalaniu prognoz wygasłych krok prognozy ($k = 1$). Jeśli chcemy jednak, aby przy pomocy modelu Holta ustalać prognozy na k okresów do przodu, to również musimy tak samo obliczać prognozy wygasłe oraz odpowiednio dobrać (przykładowo na podstawie miary kwadratowej) optymalne wartości parametrów α oraz β . W takim przypadku minimalizujemy miarę jakości o następującej postaci:

$$J_2(k) = \sqrt{\frac{1}{n-k-1} \sum_{t=k+1}^{n-1} (F_{t-k} + kS_{t-} - x_t)^2} \quad (6)$$

gdzie: $k = 1, 2, 3, \dots$

Badania Szostka wykazały, że dzięki modyfikacji postępowania ze swobodą wartości parametrów α oraz β jak również ich odniesienia do ilości okresów prognozowania przy ustalaniu prognoz

²⁴ Ibidem, wzory zaczerpnięto z podanego wyżej artykułu.

²⁵ Ibidem, s. 18.

wygasłych doprowadzono do większej wiarygodności prognoz. Przez analogię można opracować kod programu dla przykładu danych spożycia piwa w przeliczeniu na 1. mieszkańca Polski zamieszczonych dalej w tabeli 5.1²⁶. Skorzystajmy jednak ze standardowego modułu w ramach pakietu *WinQSB*.

5.2. Modele wyrównywania wykładniczego w programie *WinQSB*

Dostępne oprogramowanie *WinQSB* w Internecie, pracujące pod Windows XP, umożliwia dla danego szeregu czasowego danych zastosowanie kolejno kilku modeli wyrównywania wykładniczego, a mianowicie²⁷:

- prostego wyrównywania wykładniczego (SES),
- prostego wyrównywania wykładniczego z trendem (SEST),
- podwójnego wyrównywania wykładniczego (DES),
- podwójnego wyrównywania wykładniczego z trendem (DEST),
- adaptacyjnego wyrównywania wykładniczego (AES),
- modelu Holta-Wintersa z sezonowością addytywną (HWA),
- modelu Holta-Wintersa z sezonowością multiplikatywną (HWM).

W zakresie SEST istnieje w programie *WinQSB* opcja określenia najlepszych wartości parametrów.

Po zainstalowaniu *WinQSB* postępowanie sprowadza się do:

- wywołania programu z dysku;
- wyboru modułu FC, a następnie wywołania z menu głównego kolejno: *File* (zbiór), *New Problem* (nowy problem), *Problem type* (typ problemu) i wybór w ramach niego: *Time Series Forecasting* (szereg czasowy);
- wprowadzamy informacje: tytuł problemu, jednostka czasu, liczba okresów obserwacji;
- wprowadzamy dane rzeczywiste - przykładowo spożycie piwa w kwartałach roku gospodarczego²⁸;
- zapisanie pliku na dysku i wywołanie funkcji: *Solve and Analyze Perform Forecasting*;
- zaznaczamy interesującą nas metodę prognozowania, np. SEST;
- wybieramy żądanie wyszukiwania iteracyjnego przez program wartości najlepszych (*Search the best*) dla naszego modelu wyrównywania wykładniczego według kryterium błędu:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (\hat{Y}_n - Y_n)} \quad (7)$$

gdzie: n - liczba sumowanych reszt, \hat{Y}_n - wartość określona z modelu, Y_n - wartość z obserwacji w okresie t .

Zatem MSE stanowi wartość średnią sumy kwadratów reszt. Ponadto po wyborze *Search the best* podajemy programowi tylko zakres danego parametru z krokiem iteracyjnym przykładowo 0,01. W przypadku SES wpisujemy także liczbę okresów do prognozowania. Jeśli nie podamy prognozy inicjującej to program przyjmuje $F(0) = F_2 = Y_1$ i oblicza prognozę według wzoru²⁹:

²⁶ Ibidem, zob. s. 22-23.

²⁷ Wornalkiewicz W., *Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych*, monografia, *Ekonomiczno-społeczne problemy współczesnego zarządzania i komunikacji*, (red.) Duczmal M, Pokusa T, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji, Opole 2008.

²⁸ Ibidem, tab. 2, s. 203.

²⁹ Ibidem, s. 196.

$$F_n = \alpha Y_{n-1} + (1-\alpha)F_{n-1} \quad (8)$$

Tu możemy zauważyć, że symbolizacja i znaczenia poszczególnych elementów wzorów są różne w zależności od autora publikacji zarówno zwartej jak i internetowej. Otrzymany wynik błędu jest mniejszy po wyborze przez komputer optymalnego parametru α . Przetestujmy teraz metodę SEST posiadającą analogię do przedstawionego już modelu Holta z zastosowaniem opcji *Search the best* na przykładzie danych zamieszczonych w tabeli 5.1. Podajemy ilość okresów prognozowania - 1, nie określamy parametrów α oraz β , a także wartości początkowej $F(0)$. Jako kryterium błędu przyjmujemy MSE oraz krok iteracyjny 0.01 dla parametrów α i β . Trzeba tu jednak zaznaczyć, że zarówno krok iteracyjny oraz dane empiryczne podajemy z kropką dziesiętną zamiast przecinka.

Tab. 32.1. Ilość piwa wypitego w Polsce w litrach (l) przez jednego mieszkańca w latach (r) – (1989-2010)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	2	2
	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010		
	31,3	30,4	37,2	38,6	33	36,4	39	42,8	49,8	54,1	60,7	66,9	66,5	70,7	74,6	75,5	80,7	87,4	93,4	94,4	91,2	90,5		

Źródło: „Rocznik Statystyczny” za lata: 1988-2006, GUS, Warszawa, GUS; www.gov.pl - lata 2006-2010.

Realizację komputerową metody SEST z wykorzystaniem opcji *Search the best* przedstawiono na rysunku 5.1.

11-10-2012 Rok	Actual Data	Forecast by SEST	Forecast Error	CFE	MAD	MSE	MAPE (%)	Tracking Signal	R-square
1	31,30								
2	30,40	31,30	-0,90	-0,90	0,90	0,81	2,96	-1,00	
3	37,20	30,18	7,02	6,12	3,96	25,02	10,91	1,55	0,84
4	38,60	38,67	-0,07	6,05	2,66	16,68	7,33	2,27	
5	33,00	40,05	-7,05	-1,00	3,76	24,94	10,84	-0,27	
6	36,40	32,76	3,64	2,64	3,74	22,60	10,67	0,71	
7	39,00	37,03	1,97	4,60	3,44	19,48	9,74	1,34	
8	42,80	40,11	2,69	7,30	3,33	17,74	9,24	2,19	
9	49,80	44,55	5,25	12,55	3,57	18,96	9,41	3,51	0,79
10	54,10	52,81	1,29	13,84	3,32	17,04	8,63	4,17	0,91
11	60,70	57,42	3,28	17,12	3,32	16,41	8,30	5,16	0,89
12	66,90	64,81	2,09	19,21	3,20	15,32	7,83	5,99	0,92
13	66,50	71,51	-5,01	14,20	3,35	16,13	7,81	4,23	
14	70,70	69,91	0,79	14,99	3,16	14,94	7,29	4,75	
15	74,60	74,30	0,30	15,29	2,95	13,88	6,80	5,18	
16	75,50	78,27	-2,77	12,52	2,94	13,47	6,59	4,26	
17	80,70	78,51	2,19	14,72	2,89	12,92	6,35	5,08	
18	87,40	84,23	3,17	17,88	2,91	12,75	6,19	6,14	
19	93,40	91,69	1,71	19,59	2,84	12,21	5,95	6,89	
20	94,40	98,10	-3,70	15,89	2,89	12,29	5,84	5,50	
21	91,20	98,21	-7,01	8,88	3,10	14,13	5,93	2,87	
22	90,50	93,33	-2,83	6,05	3,08	13,84	5,80	1,96	
23		91,95							
CFE			6,05						
MAD			3,08						
MSE			13,84						
MAPE			5,80						
Trk. Signal			1,96						
R-square			1,13						
Alpha=1									
Beta=0,24									
F(0)=31,3									
T(0)=0									

Źródło: Opracowanie własne modułem FC programu WinQSb.

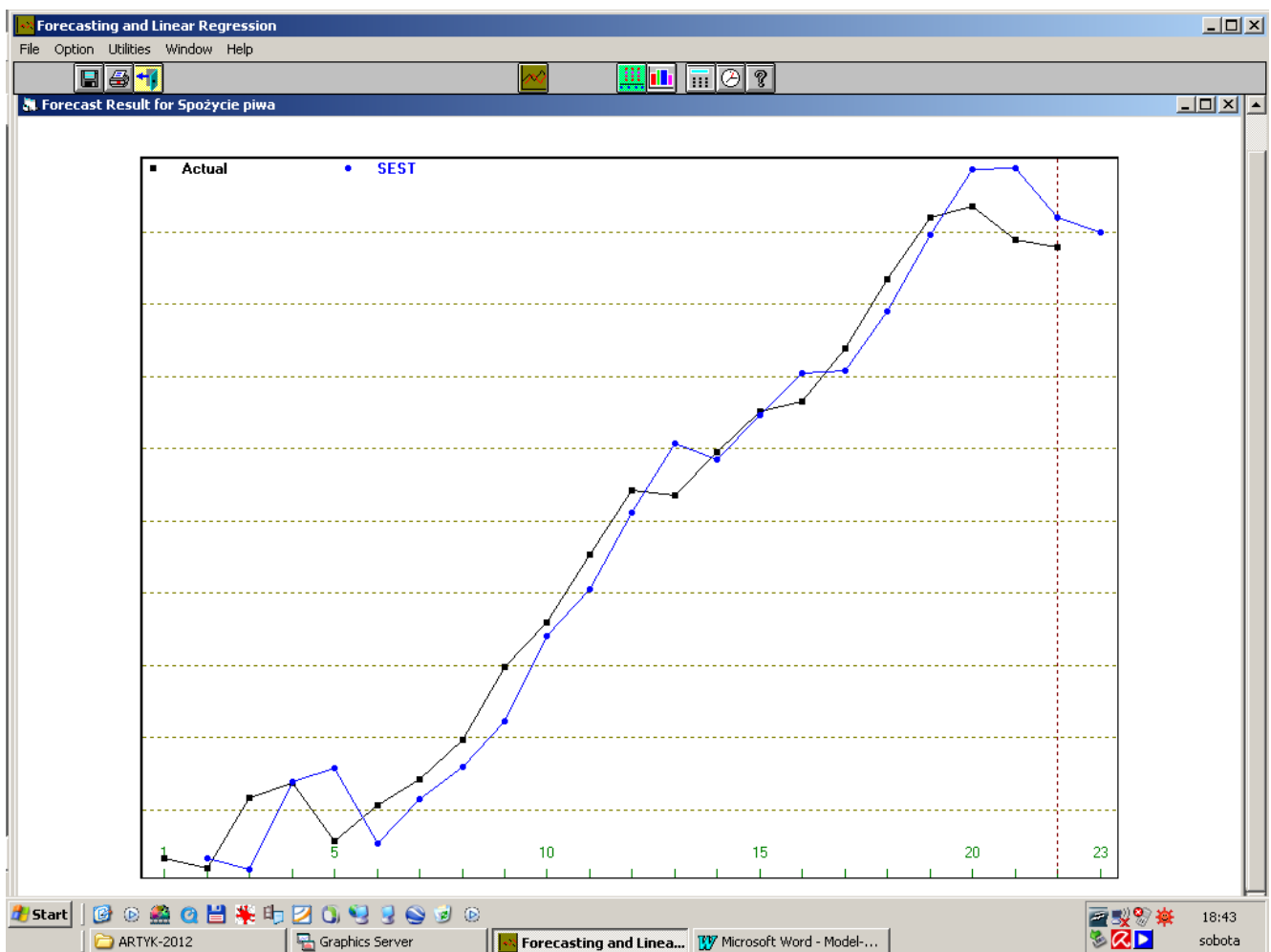
Rys. 5.1. Raport z realizacji metody SEST z określeniem prognozy na okres 23.

Program ustalił parametry optymalne $\alpha = 1$ oraz $\beta = 0,24$ oraz zainicjował prognozę $F(0) = F_2 = Y_1 = 31,3$. Kryterium błędu $MSE = 13,84$. Zatem RMSE jako pierwiastek z MSE wynosi 3,72. Oprócz miary MSE w raporcie występują także inne miary błędu, tj. CFE, MAD oraz spotykany często w literaturze średni procentowy absolutny błąd MAPE:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{\hat{y}_n - y_n}{y_n} \right| 100$$

Z rysunku 5.1 dowiadujemy się, że wartość prognozy na okres 23. wynosi 91,95.

Skorzystajmy jeszcze z graficznej prezentacji danych empirycznych i modelowych generowanej przez moduł *Forecasting and Linear Regression* (FC) pakietu WinQSB (zob. rysunek 5.2). Jak łatwo zauważyć na załączonym rysunku, spożycie piwa w litrach w przeliczeniu na jednego mieszkańca wykazuje zmienność, a także trend rosnący i w kolejnych latach kształtowało się w przedziale (od 31,3-90,5), czyli nastąpił wzrost prawie trzykrotny.



Źródło: Opracowanie własne modułem FC programu WinQSB.

Rys. 5.2. Graficzne przedstawienie empirycznych (*Actual*) i modelowych (SEST) wartości zmiennej prognozowanej

Dobór metody wygładzania wykładniczego zależy od cech badanego szeregu czasowego do których zaliczamy: wahania przypadkowe, trend, sezonowość. Cechy takie posiada spożycie piwa w kwartałach roku gospodarczego (III, IV oraz I i II następnego roku).

Procedury zastosowanie modułu FC do dalszych metod wyrównywania wykładniczego, a w tym określania wartości parametrów znajdzie Czytelnik w artykule „Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych”³⁰. Temu tematowi poświęcony jest także m.in. podrozdział „Przykłady doboru najlepszych parametrów modelu...” w książce „Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych ...”³¹. Podano w nim także postępowanie w zakresie korzystania programu *WinQSB* obejmujące modele: podwójne wyrównywanie wykładnicze z trendem (DEST), model Holta-Wintersa z sezonowością multiplikatywną.

5.3. Zastosowanie dodatku *Solver Excela*

Dodatek *Solver* arkusza kalkulacyjnego *Excel* służy do znalezienia rozwiązania optymalnego przy zadanej funkcji celu i ograniczeniach. Może więc być zastosowany do znalezienia wartości optymalnych parametrów równań modelu wygładzania wykładniczego. W publikacji Radzikowskiej użyto go do znalezienia wartości minimalnego średniego względnego błędu *ex post* (Ψ) wygasłych już prognoz³², przy czym zaproponowano stosowanie *Solwera* do: prostego modelu wygładzania wykładniczego, modelu liniowego Holta. W cytowanej publikacji prosty model wygładzania wykładniczego określony jest równaniem:

$$y_t^* = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)y_{t-1}^* \quad (9)$$

gdzie: α - parametr wygładzania, y_{t-1} - wartość obserwacji zmiennej szeregu czasowego dla okresu ($t-1$), y_{t-1}^* - wartość prognozy zmiennej dla okresu ($t-1$).

Jako już wspomniano jako miarę błędu stosuje się (Ψ) w %, który według notacji we wspomnianej książce określony jest wzorem³³:

$$\psi = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n \frac{|y_t - y_t^*|}{y_t} 100 \quad (10)$$

gdzie: k - stała wygładzania (ilość okresów).

Zmieniła się zatem symbolizacja we wzorze stanowiącym analogię do poznanej wcześniej miary błędów MAPE. Wykorzystajmy nadal szereg czasowy podany w tabeli 5.1. Jako wartość początkową prognozy przyjmuje się: $y_1^* = y_1 = 31,3$ lub średnią arytmetyczną z trzech pierwszych obserwacji:

³⁰ Ibidem, s. 196-202.

³¹ Duczmal M., Wornalkiewicz W.: *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych ...*, Wydawnictwo Instytut Śląski” Opole 2010, podrozdział 1.13.2.

³² Radzikowska B. (red.), *Metody prognozowania Zbiór zadań*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2004, rozdz. 1.1.

³³ Ibidem, s. 12.

$$y_1^* = (y_1 + y_2 + y_3) / 3 = (31,3 + 30,4 + 37,2) / 3 = 32,97$$

Następnie zastosowano *Solvera* do określenia optymalnej wartości parametru α . Wymagało to wcześniejszego wprowadzenia wartości obserwacji do arkusza kalkulacyjnego *Excel* (zob. tabela 5.2).

Tab. 5.2. Dane rzeczywiste, prognoza, błędy jej oszacowania modelem prostego wykładniczego

A	B	C	D	E
2	t	Spożycie	Prognoza	Błąd [%]
3	1	31,3	32,97	5,32
4	2	30,4	29,71	2,28
5	3	37,2	31,06	16,50
6	4	38,6	43,06	11,57
7	5	33,0	34,33	4,04
8	6	36,4	31,73	12,84
9	7	39,0	40,87	4,79
10	8	42,8	37,22	13,04
11	9	49,8	48,13	3,35
12	10	54,1	51,39	5,01
13	11	60,7	56,69	6,61
14	12	66,9	64,53	3,54
15	13	66,5	69,16	4,00
16	14	70,7	63,96	9,54
17	15	74,6	77,14	3,41
18	16	75,5	72,17	4,41
19	17	80,7	78,68	2,50
20	18	87,4	82,63	5,46
21	19	93,4	91,96	1,54
22	20	94,4	94,78	0,40
23	21	91,2	94,04	3,11
24	22	90,5	88,49	2,22
25	23		92,42	
26	Σ			125,48
27	Ψ			5,70

gdzie: ψ - średni względny błąd prognoz *ex post* określony wzorem (10), przy czym $n = 22$, a $k = 0$.

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

W tabeli 5.2 zaznaczono dużymi literami wiersze i kolumny arkusza kalkulacyjnego *Excel*, przy czym obliczenia wykonano pod systemem operacyjnym *Windows XP*. Wygasłe prognozy spożycia piwa w litrach na 1. mieszkańca Polski dla poszczególnych okresów obliczono według wzoru (9). Natomiast błędy dla okresów (1-22) określono na podstawie wzoru:

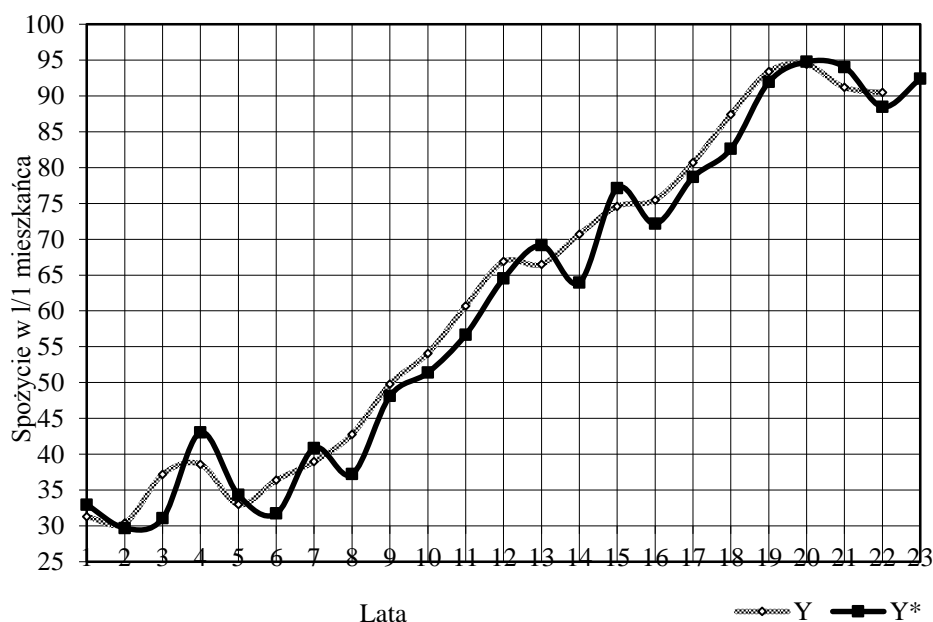
$$\psi_t = \frac{|y_t - y_t^*|}{y_t} 100 \quad (11)$$

po wcześniejszym wyznaczeniu wartości optymalnej parametru $\alpha = 1,9554$ w *Solverze* (tab. 5.3).

Tab. 5.3. Raport z określenia parametru α przy minimum wartości średniego względnego błędu prognoz ex post

F			
α			
1,9554			
Microsoft Excel 8.0 Raport wyników			
Arkusz: [Optymalizacja.xls]Arkusz1			
Raport utworzony: 2012-11-11 15:12:34			
Komórka celu (Min)			
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$E\$27	Psi Błąd	38,71	5,70
Komórki decyzyjne			
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$G\$3	α	0	1,9554
Warunki ograniczające			
BRAK			

Raport wykonano dodatkiem *Solver*. Wynik dla α otrzymano w *Solverze* bez podawania typowego ograniczenia $\alpha = (0, 1)$. Przy $\alpha = 1,9553954 \approx 1,9554$, $\psi = 5,70$ stanowi wartość minimalną. Zobaczmy jeszcze jak układają się na wykresie punktowym wartości rzeczywiste i modelowe zmiennej „Spżycie piwa”.



Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 5.3. Spżycie piwa w litrach w przeliczeniu na 1. mieszkańca Polski

Mimo użycia prostego modelu wygładzania wykładniczego lecz nie ograniczania parametru α widzimy dobre dopasowanie danych teoretycznych do empirycznych.

Rozwiążmy jeszcze nasze zadanie w *Solverze* stosując model liniowy Holta. Jak już wiemy jest to model dwurównaniowy (zob. wzory 1 oraz 2). Ze względu na oznaczenie zmiennej jako y oraz w nawiązaniu do wcześniejszego prostego modelu wygładzania wykładniczego skorzystajmy ze wzorów³⁴:

a) Wygładzone wartości szeregu czasowego w okresie $t-1$:

$$F_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)(F_{t-2} + S_{t-2}) \quad (12)$$

b) Wygładzone wartości przyrostu trendu w okresie $t-1$:

$$S_{t-1} = \beta(F_{t-1} - F_{t-2}) + (1-\beta)S_{t-2} \quad (13)$$

gdzie: α, β - parametry wygładzania modelu o typowym przedziale $[0,1]$, dobierane również według średniego względnego błędu prognoz (zob. wzór 10).

Wartość prognozy na okres T , który jest większy od n , czyli liczby wyrazów zmiennej prognozowanej w szeregu czasowym określamy z zależności³⁵:

$$y_T^* = F_n + (T - n)S_n \quad (14)$$

Istotną rolę odgrywa wyznaczenie wartości początkowych. Przyjmijmy dla naszego przykładu, że $F_1 = y_1 = 31,3$; $S_1 = y_2 - y_1 = 30,4 - 31,3 = -0,9$. I tu również posłużono się dodatkiem *Solver* dla określenia najlepszych parametrów α oraz β przy kryterium według wzoru (10). Obliczenia pomocnicze elementów oraz wygasłych prognoz wykonano w arkuszu kalkulacyjnym *Excel* (zob. tabela 5.4). Dla początkowych wartości $\alpha = 0,35$ i $\beta = 0,55$ suma kwadratów błędów wygasłych prognoz dla obserwacji (3-22) wynosi 491,1. Średnia wartość kwadratu błędów przy 20 obserwacjach równa się 24,555. Tak więc miara RMSE jest pierwiastkiem średniego kwadratu błędów i wynosi 4,96.

Tab. 5.4. Rozplanowanie arkusza kalkulacyjnego do optymalizacji parametrów α i β modelu Holta

1	A	B			C	D
2	t	y_t	F_t	S_t	y_t^*	
3	1	31,3	31,30	-0,90		
4	2	30,4	30,40	-0,90	30,40	
5	3	37,2	44,65	0,70	29,50	
6	4	38,6	32,08	-0,70	45,34	
7	5	33,0	34,57	-0,36	31,38	
8	6	36,4	38,52	0,09	34,21	
9	7	39,0	39,37	0,17	38,61	
10	8	42,8	45,95	0,85	39,55	
11	9	49,8	52,71	1,47	46,79	
12	10	54,1	54,03	1,45	54,18	
13	11	60,7	65,75	2,54	55,48	
14	12	66,9	65,56	2,25	68,29	
15	13	66,5	65,23	1,98	67,81	

³⁴ Radzikowska B. (red.), *Metody prognozowania ...*, op.cit., s. 33.

³⁵ Ibidem, s. 34.

16	14	70,7	74,07	2,70	67,21	
17	15	74,6	72,50	2,25	76,78	
18	16	75,5	76,23	2,41	74,75	
19	17	80,7	82,70	2,84	78,64	
20	18	87,4	89,21	3,22	85,53	
21	19	93,4	94,34	3,42	92,43	
22	20	94,4	91,15	2,73	97,76	
23	21	91,2	88,61	2,17	93,87	
24	22	90,5	90,22	2,11	90,79	
25	23			Prognoza	92,34	207,6
26					Średni	10,38
27					RMSE	3,22

gdzie: Średni (=G25/20).

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

W obliczeniu wygasłych prognoz oraz prognozy na okres 23. zastosowano wyznaczone przez *Solvera* wartości optymalne parametrów $\alpha = 1,9671$ i $\beta = 0,1055$. Ponadto posłużono się funkcją *Excela* (=SUMA.XMY.2(C5:C24;F5:F24) dla szybkiego obliczenia (207,6) tj. sumy kwadratów różnic wartości empirycznych od prognozowanych dla obserwacji 3-22. Miara RMSE jest pierwiastkiem z wartości w komórce (Średni).

Raport z procedury wyznaczenia wartości optymalnych parametrów α i β przy nieograniczaniu typowym ich przedziałów [0, 1] wykonany dodatkiem *Solver Excela* prezentuje tabela 5.5. Jako funkcję celu przyjęto minimum RMSE. Komórkami zmienianymi były F3 oraz G5, których początkowe wartości, jak już wspomniano były odpowiednio: 0,3500 oraz 0,5500.

Tab. 5.5. Raport *Solvera* przy nieograniczaniu parametrów α oraz β

F	G		
α	β		
1,9671	0,1055		
Microsoft Excel 8.0 Raport wyników dla RMSE			
Arkusz: [Optymalizacja.xls]Holta			
Raport utworzony: 2012-11-20 21:49:15			
Parametry bez ograniczeń			
Komórka celu (Min)			
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$G\$27	RMSE	4,96	3,22
Komórki decyzyjne			
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$I\$3	α	0,3500	1,9671
\$J\$3	β	0,5500	0,1055
Warunki ograniczające:			Brak

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Dla przykładu zobaczymy jak kształtować się będą wartości parametrów α i β przy warunku przedziału [0,1] – tab. 5.6.

Tab. 5.6. Dane i obliczenia pomocnicze przy ograniczeniu przedziału parametrów α i β do [0, 1]

1	A	B			C	D
2	t	y_t	F_t	S_t	y^*_t	
3	1	31,3	31,30	-0,90		
4	2	30,4	30,40	-0,90	30,40	
5	3	37,2	37,20	1,38	29,50	
6	4	38,6	38,60	1,39	38,58	
7	5	33,0	33,00	-0,68	39,99	
8	6	36,4	36,40	0,53	32,32	
9	7	39,0	39,00	1,14	36,93	
10	8	42,8	42,80	1,93	40,14	
11	9	49,8	49,80	3,43	44,73	
12	10	54,1	54,10	3,69	53,23	
13	11	60,7	60,70	4,55	57,79	
14	12	66,9	66,90	5,04	65,25	
15	13	66,5	66,50	3,43	71,94	
16	14	70,7	70,70	3,66	69,93	
17	15	74,6	74,60	3,73	74,36	
18	16	75,5	75,50	2,89	78,33	
19	17	80,7	80,70	3,57	78,39	
20	18	87,4	87,40	4,50	84,27	
21	19	93,4	93,40	4,94	91,90	
22	20	94,4	94,40	3,78	98,34	
23	21	91,2	91,20	1,71	98,18	
24	22	90,5	90,50	1,00	92,91	
25	23			Prognoza	91,50	299,4
26				Średni		14,97
27				RMSE		3,87

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Widzimy wyraźny wzrost miary błędu RMSE wygasłych już prognoz dla okresów (3-22).

Obliczenia wykonano po wcześniejszym wyznaczeniu najlepszych wartości parametrów $\alpha = 1$ i $\beta = 0,2963$ przyjmując dla nich ograniczenia przedziału [0, 1] (zob. tabela 5.7 opracowana w *Excelu*).

Tab. 5.7. Raport *Solvera* przy zadanych ograniczeniach parametrów α i β

F	G		
α	β		
1,0000	0,2963		
0	0		
1	1		
Komórka celu (Min)			
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$G\$27	RMSE	4,96	3,87

Komórki decyzyjne				
	Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
	\$I\$3	α	0,3500	1,0000
	\$J\$3	β	0,5500	0,2963

* * *

Zamieszczone rozważania potwierdzają celowość pozostawienia otwartości wartości parametrów modeli w procesie ich optymalizacji. Zaprezentowano trzy możliwości doboru najlepszych wartości parametrów w równaniach modeli jednorównaniowych, dwurównaniowych stosując: specjalny program napisany w języku PL/I, moduł programowania liniowego i całkowitoliczbowego programu WinQSB, dodatek Solver arkusza kalkulacyjnego Excel.

Na uwagę zasługuje też propozycja zachowania zgodności „skoku” aktywnej prognozy np. ($T = n + 1$) z skokiem doboru obserwacji przy obliczaniu miary błędu wygasłych prognoz. Dodam, że iteracyjna optymalizacja parametrów z zastosowaniem programu *WinQSB* jest też pomocna w doborze parametrów w modelach trzyrównaniowych Holta-Wintersa o parametrach α, β, γ .

6. Podejście do problemu komiwojażera



6.1. Wprowadzenie

Komiwojażer, czyli dostawca wyrusza z centrum dystrybucji, dostarcza jednorodny towar do kilku miejscowości, po czym wraca z powrotem do swojej bazy macierzystej. Problem komiwojażera, jako zagadnienie transportowe, polega na znalezieniu takiego wariantu trasy między miejscowościami, aby ona z punktu widzenia celu była jak najkorzystniejsza. Cecha, która jest optymalizowana w tego typu zadaniu decyzyjnym, może być sumą odległości między poszczególnymi miejscowościami.

Rozwiązanie problemu klasycznym sposobem optymalizacji zadania transportowego, poprzez zastosowanie algorytmu simpleks, napotyka na trudności związane ze znaczną liczbą zmiennych decyzyjnych. Ponadto zachodzi potrzeba dodatkowych zmiennych sztucznych, wprowadzonych dla zapewnienia odwiedzania przez komiwojażera podczas jednej trasy wszystkich miejscowości. I tak dla 10. odbiorców przewożonego towaru np. paczek przez kuriera, dla rozpatrzenia wszystkich wariantów możliwych tras, mamy 100 zmiennych decyzyjnych oraz 80 zmiennych sztucznych. Ograniczenia w sformułowaniu zadania decyzyjnego muszą zapobiec też powrotom dostawcy do poprzedniej miejscowości.

W niniejszym opracowaniu pokazano podejście do rozwiązania zagadnienia komiwojażera dla 10. odbiorców, przy założeniu symetrii macierzy odległości między parami miejscowości. W realizacji procedur posługiwano się pomocniczo arkuszem kalkulacyjnym *Excel*, a jako narzędzie optymalizacji użyto jego dodatku programowego o nazwie *Solver* oraz moduł „*Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*” pakietu *WinQSB*. Zanim zaprezentowane zostaną testy komputerowe, nad przybliżeniem problemu komiwojażera, proponuje się nieco informacji z cytowanych fragmentów publikacji innych autorów w Internecie.

6.2. Problem komiwojażera w publikacjach

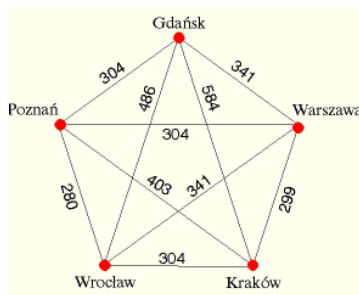
W artykule internetowym „*W poszukiwaniu optymalnej trasy, czyli problem komiwojażera w praktyce*” spotykamy rozważanie, czym jest problem komiwojażera³⁶. Wyznaczenie bowiem optymalnej trasy transportu, poprzez analizę poszczególnych etapów przejazdu, umożliwi skrócenie długości trasy. Prowadzi to do obniżenia kosztów, a także do terminowości dostaw. W celu zminimalizowania odległości i kosztów przejazdu, należy znaleźć trasę najkrótszą, najtańszą lub najszybszą. Jeśli oprócz przewozu ładunków, dodatkowo uwzględnimy liczbę i pojemność środków

³⁶ <https://www.comp-win.pl/blog/tag/problem-komiwojazera/>.

transportowych, to mamy do czynienia z problemem marszrutyzacji. Oprócz drogi przejazdu na całej trasie komiwojażera istotne jest także optymalizowanie całkowitego kosztu transportu. Ponadto w rozwinięciu omawianego problemu można uwzględnić także takie czynniki jak zróżnicowanie taboru, ograniczenie maksymalnej długości trasy, ustalenie terminów odbioru lub dostawy towaru.

W zadaniach decyzyjnych dotyczących optymalizacji tras stosowane są różnorodne metody, a spośród nich na uwagę zasługują algorytmy heurystyczne. Stosowane są także algorytmy konstrukcyjne, wpływające na przyporządkowanie wybranych zamówień do określonych pojazdów, przy czym wykorzystywane jest do tego odpowiednie oprogramowanie. Jego rola sprowadza się do układania tras w taki sposób, aby automatycznie przydzielać do nich zlecenia. Celami są skrócenie czasu przewozu towaru oraz wybranie najlepszego, najtańszego przewoźnika.

W kolejnej publikacji „*Problem komiwojażera*” zademonstrowano przykład z sugestią rozwiązania dającego odpowiedź na pytanie³⁷: *Jak komiwojażer powinien zaplanować trasę podróży, aby w sumie przebył możliwie najkrótszą drogę?* Często poszukiwanie optymalnej trasy polega na zminimalizowaniu całkowitych kosztów dostawy towarów. W podejściu do sformułowania problemu komiwojażera rozpatrzono 5 miast: Wrocław, Poznań, Gdańsk, Warszawa, Kraków. Połączenia przedstawione w formie grafu ważonego pokazanego na rysunku 6.1, w którym wierzchołki są miastami, a każda para miast połączona jest krawędziami, z wagami równymi odległościom w kilometrach.



Źródło: <http://www.mini.pw.edu.pl/miniwyklady/grafy/prob-komiw.html>.

Rys. 6.1. Graf ważony połączeń między pięcioma miastami

Tak więc w grafie pełnym jest tyle wierzchołków, ile miast musi odwiedzić komiwojażer, z uwzględnieniem miasta z którego wyjeżdża. Zadanie sprowadza się więc do znalezienia w grafie pełnym cyklu Hamiltona o minimalnej sumie wag krawędzi. Przyjmijmy, że komiwojażer wyrusza z Warszawy, ma dowieźć towar do czterech pozostałych miast, następnie powrócić do Warszawy i przy tym przebyć możliwie najmniejszą liczbę kilometrów. Liczbę wszystkich możliwych tras przy $n = 5$ miastach określamy ze wzoru:

$$t_n = \frac{1}{2}(n - 1)! = \frac{1}{2}(1 * 2 * 3 * 4) = 12$$

³⁷ <http://www.mini.pw.edu.pl/miniwyklady/grafy/prob-komiw.html>.

Algorytmy rozwiązujące problem komiwojażera wymagają rozpatrzenia wielu wariantów tras. Dla przytoczonych wcześniej liczby 10. miast liczba wariantów, czyli cykli Hamiltona, przy skorzystaniu z formuły *Excelsa* ($=\text{SILNIA}(10)$) wynosi: $3628800/2 = 1814400$. Znaczna liczba potencjalnych cykli Hamiltona powoduje, wyraźne wydłużenie czasu obliczeń komputerowych i z tego względu stosuje się algorytmy przybliżające, dające rozwiązanie suboptymalne. Zakłada się, że wynik działania algorytmu przybliżającego nie może być gorszy od optymalnego o więcej niż pewna z góry ustalona wartość.

Zagłębmy jeszcze do artykułu „*Algorytm mrówkowy jako metoda rozwiązania problemu komiwojażera*”³⁸, gdzie w jego streszczeniu czytamy: *Firmy związane z dystrybucją i transportem, próbują opracować trasy swoich pojazdów, aby możliwie zminimalizować koszty i umożliwić dostarczenie ich towarów w wystarczająco krótkim czasie. W związku z rosnącą informatyzacją przedsiębiorstw, warto rozważyć zastosowanie inteligentnych systemów do rozwiązywania różnego rodzaju problemów decyzyjnych. Takie systemy pozwalają na wielowymiarową analizę danych i dostarczenie informacji potrzebnych w procesie podejmowania decyzji. W pracy przedstawiono do rozwiązania tego problemu optymalizację kolonią mrówek i przeanalizowano dobór parametrów wejściowych dla tego algorytmu, aby znaleźć optymalne rozwiązanie problemu komiwojażera.*

Zwróciłem w Internecie jeszcze uwagę na artykuł, dotyczący zastosowania algorytmów ewolucyjnych do problemów marszrutyzacji, stanowiących jak już nadmieniałem, rozwinięcie problemu komiwojażera³⁹. Zaprezentowano krótko algorytmy ewolucyjne zastosowane w rozważanym problemie planowania optymalnego zestawu tras dla zespołów pojazdów. Rezultaty działania algorytmów ewolucyjnych porównano z wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu zaawansowanego dwufazowego algorytmu heurystycznego.

Interesujący jest artykuł Anny Raj-Rogowskiej pt. „*Planowanie tras z wykorzystaniem narzędzia Solver jako zadanie logistyczne w małej firmie*”⁴⁰. Autorka przedstawiła przykład realizowanych procesów transportowych w małej firmie kurierskiej. Godny uwagi jest opis pracy kurierów, który zacytuję: *Kurierzy przed wyjazdem na trasę otrzymują listy lokalizacji, które muszą obsłużyć. Kolejność poszczególnych punktów na liście jest zupełnie przypadkowa. Tylko od kierowcy zależy sposób uszeregowania miejscowości i odebrania wszystkich przesyłek w jak najkrótszym czasie. Praca kierowców, którzy nie mają wystarczającego doświadczenia często bywa męcząca i niepotrzebnie się przeciąga w czasie. Dodatkowo wybranie nieodpowiedniej trasy skutkuje zawyżonymi kosztami transportu firmy kurierskiej”.*

³⁸ <https://pbn.nauka.gov.pl/sedno-webapp/works/747816>, Ochelska-Mierzejeska J., *Algorytm mrówkowy jako metoda rozwiązania problemu komiwojażera*, czasopismo - TTS Technika Transportu Szynowego, zeszyt 12, strony: 1140-1147.

³⁹ <http://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-15b9ff61-e7ff-461b-a365-1f0b952d0fe8>.

⁴⁰ Raj-Rogowska A., „*Planowanie tras z wykorzystaniem narzędzia Solver jako zadanie logistyczne w małej firmie*”, *Politechnika Gdańska*, <https://www.reserachgate.net/publication/273612128>.

Jako narzędzie optymalizacji procesów logistycznych stosowany jest *Solver Excela*. Podobne oprogramowanie tego typu, o nazwie *OpenSolver*, dostępne jest także w ramach oprogramowania *open source*. Dodatek *Solver Excela* umożliwia analizowanie problemów optymalizacji typu liniowego, nieliniowego, całkowitoliczbowego oraz binarnego. Narzędzie to jest stale doskonalone i rozwijane i tak w *Excel 2010* można wskazać metodę rozwiązania problemu decyzyjnego z pośród⁴¹: *LP Simpleks*, nieliniowej GRG, ewolucyjnej.

Wskazana *Solverowi* komórka celu musi zmierzać do minimum. Według autorki omawianej publikacji do efektywnego rozwiązania zadania decyzyjnego transportowego typu *problem komiwojażera* stosowane są algorytmy genetyczne (ewolucyjne), mrówkowe i heurystyczne. Z tego względu w prezentowanym przykładzie z zastosowaniem *Solvera* wybrano metodę ewolucyjną, z zaznaczenie ograniczeń komórek zmienianych jako *dif (all different - wszystkie inne)*. W takiej sytuacji program przypisze komórkom zmienianym wartości ze zbioru 1, 2, 3, ..., 10 i co istotne, każda z nich wystąpi tylko jeden raz, bez powtórzeń. *Ponadto w Opcji* dokonano ustawienia parametru *Szybkość mutacji* na 0,5, przy czym standardowo jest 0,075. Mutacja wprowadza do genotypu losowe zmiany, a jej zadaniem jest zapewnienie różnorodności w populacji, czyli zapobieganie przedwczesnej zbieżności algorytmu⁴². W wyniku obliczeń metodą ewolucyjną autorka artykułu uzyskała minimalną długość trasy wynoszącą 960,42 km dla przykładu z ośmioma miastami. Dla wskazania zalecanej kolejności dojazdu z towarem przez kuriera, należy poruszać się w pętli wylistowanych ośmiu miast. Rozpoczynamy od miasta startu, czyli z numerem 1, a następnie wybieramy kolejne miasta (2-8) na liście w dół lub w górę, by ostatecznie powrócić do miasta 1. Graficzne rozmieszczenie optymalnej trasy, czyli pętli Hamiltona pokazano na rysunku 6.2.

⁴¹ Wayne L. Winston, *Microsoft Excel 2010 Analiza i modelowanie danych biznesowych*, APN Promise, Warszawa 2011, s. 250.

⁴² Raj-Rogowska A., „Planowanie tras z wykorzystaniem narzędzia Solver jako zadanie logistyczne w małej firmie”, op. cit.



Źródło: Raj-Rogowska A., „Planowanie tras z wykorzystaniem narzędzia Solver jako zadanie logistyczne w małej firmie”.

Rys. 6.2. Optymalna trasa kuriera

Trasa obejmuje miasta: Gdynia-Kościerzyna-Bytów-Słupsk-Koszalin-Szczecin-Piła-Poznań-Bydgoszcz-Toruń-Gdynia.

W streszczeniu artykułu „*Algorytmy ewolucyjne i ich zastosowanie*”⁴³, Ewa Figielska odnosi się do algorytmów ewolucyjnych, z którego moim zdaniem warto przytoczyć następujący fragment: *Pojęcie algorytmy ewolucyjne obejmuje metodologie inspirowane darwinowską zasadą doboru naturalnego stosowane do rozwiązywania trudnych zagadnień. W artykule przedstawione są podstawowe cztery typy algorytmów ewolucyjnych: algorytmy genetyczne, programowanie genetyczne, strategie ewolucyjne i programowanie ewolucyjne, omówiona jest i zilustrowana przykładem zasada działania algorytmu ewolucyjnego oraz przedstawione są przykłady zastosowań algorytmów w praktyce.*

Podobnie jak w procesie biologicznym, algorytm ewolucyjny tworzy stopniowo coraz to doskonalsze rozwiązania i z tego względu może służyć do problemów optymalizacyjnych. W rzeczywistych zastosowaniach przestrzeń potencjalnych rozwiązań jest duża i dlatego uzasadnione jest stosowanie technik probabilistycznych. Występujące w praktyce problemy, charakteryzują się też dużą liczbą zmiennych oraz złożonością przestrzeni poszukiwań.

⁴³ http://zeszyty-naukowe.wws.edu.pl/zeszyty/zeszyt1/Algorytmy_Ewolucyjne_I_Ich_Zastosowania.pdf.

6.3. Zastosowanie *Solvera* do rozwiązania symetrycznego problemu komiwojażera

Inspiracją do napisania tej części opracowania, była wykonana praca zaliczeniowa z przedmiotu „Systemy informacyjne w logistyce”⁴⁴. Zadaniem wykładowcy było sprawdzenie poprawności wykonania pracy pod *Solverem*. W tym zadaniu komiwojażer wyrusza z miasta Wielunia i ma dowieźć jednorodny towar do 9. dalszych miast, a mianowicie: Wrocławia, Łodzi, Opoła, Krakowa, Zakopanego, Sieradza, Częstochowy, Pabianic, Mysłowic i powrócić do bazy w Wieleniu. Celem jest znalezienie najkrótszego cyklu Hamiltona, odpowiadającego optymalnej trasie, liczonej odległościami w kilometrach, między poszczególnymi miastami. Jak już wiemy przy 10. odbiorcach liczba różnych cykli Hamiltona wynosi 181440. Manualne rozważenie takiej ilości wariantów tras staje się niewykonalne. Z tego względu sięgnięto po narzędzie informatyczne, jakim jest program *Solver* wywołany z zakładki *Dane* w ramach *Excelsa*, wchodzącego w skład pakietu biurowego *Microsoft Office 2010*.

Solver uznawany jest za najbardziej zaawansowane narzędzie analityczne *Excelsa*. Wykorzystywany jest do rozwiązywania jednokryteriowych zadań optymalizacyjnych, w których jak już nadmieniono, liczba zmiennych decyzyjnych nie przekracza 200. Jego zastosowanie wymaga zapisu modelu zadania decyzyjnego w arkuszu kalkulacyjnym, przy czym model optymalizacji obejmuje 3 elementy:

1. *Funkcja celu*. Jest to komórka w modelu arkusza, która w wyniku przeprowadzonego obliczenia optymalizacyjnego ma przyjąć wartość minimalną, maksymalną lub w postaci liczby rzeczywistej.
2. *Komórki zmieniane* – decyzyjne. Zawierają poszukiwane wartości, które są zmieniane iteracyjnie i podstawiane przez dodatek *Solver* do funkcji celu, aż do określenia rozwiązania optymalnego.
3. *Komórki ograniczeń*. Mogą one być zastosowane do komórki celu, jak i komórek zmienianych. Wprowadzone komórki ograniczające stanowią formułę w komórce arkusza. Wartość tej komórki musi mieścić się w określonych granicach lub osiągnąć wartości docelowe.

Algorytmy ewolucyjne posiadają szereg następujących unikalnych cech, odróżniających je wyraźnie od innych heurystycznych metod optymalizacji⁴⁵:

- a) Przetwarzanie parametrów zadania w postaci zakodowanej, a nie bezpośrednio, co daje możliwość ich zastosowania w szerokiej klasie problemów.
- b) Prowadzenie poszukiwań przy użyciu zbioru potencjalnych rozwiązań, co zapewnia większe prawdopodobieństwo odnalezienia globalnego maksimum funkcji celu.
- c) Wykorzystywanie jedynie wartości funkcji celu, nie zaś jej pochodnych lub innych dodatkowych dotyczących jej informacji, co powoduje znaczne uproszczenie złożoności obliczeń.

⁴⁴ Wojcik K., *Rozpoznanie problemu komiwojażera i marszrutyzacji*, praca zaliczeniowa niepublikowana, WSZiA w Opolu, Opole 2019.

⁴⁵ file:///C:/Documents%20and%20Settings/home/Moje%20dokumenty/102_B_Gluszek_Rudzinski.pdf, Gluszek A., Rudziński F., *Zastosowanie algorytmów ewolucyjnych w problemie marszrutyzacji z oknami czasowymi*.

Postępowanie w zakresie rozwiązania zadania z zastosowaniem metody ewolucyjnej przedstawione zostanie w kolejnych krokach⁴⁶:

1. Tworzymy tabelę z odległościami pomiędzy analizowanymi 10. miastami w arkuszu kalkulacyjnym Excel.

2. W komórki w których występują takie same miasta np. Wieluń - Wieluń wpisujemy 999, dla pominięcia tego typu tras w doborze rozwiązania (zob. rysunek 6.3).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		Miejscowość	Nr	Wieluń	Wrocław	Łódź	Opole	Kraków	Zakopane	Sieradz	Częstochowa	Pabianice	Myslowice
2				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3		Wieluń	1	999	125	112	89	218	318	48	69	96	152
4		Wrocław	2	125	999	217	100	272	370	152	193	200	206
5		Łódź	3	112	217	999	205	267	365	68	128	16	203
6		Opole	4	89	100	205	999	190	288	142	95	190	124
7		Kraków	5	218	272	267	190	999	109	265	149	264	67
8		Zakopane	6	318	370	365	288	109	999	363	247	362	165
9		Sieradz	7	48	152	68	142	265	363	999	111	64	186
10		Częstochowa	8	69	193	128	95	149	247	111	999	121	77
11		Pabianice	9	96	200	16	190	264	362	54	121	999	201
12		Myslowice	10	152	206	203	124	67	165	186	77	201	999

Źródło: Opracowanie własne w Excelu na podstawie danych - Wojcik K., *Rozpoznanie problemu komiwojażera i marszrutyzacji*, op. cit.

Rys. 6.3. Macierz symetryczna odległości między 10. miastami

3. Obok tworzymy dodatkową tabelę z kolejnymi miastami.

4. Wykorzystujemy funkcję INDEKS i w komórce R2 wpisujemy formułę: =INDEKS(\$E\$3:\$N\$12;Q2;Q3).

Powielamy tą formułę w komórkach (R3:R11). Zakres (E3:N12) to nasza tabela z odległościami w km.

5. Wstawiamy formułę (=SUMA(R2:R11) w komórce R13 i otrzymujemy wynik 1794 km (zob. rysunek 6.4).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		Miejscowość	Nr	Wieluń	Wrocław	Łódź	Opole	Kraków	Zakopane	Sieradz	Częstochowa	Pabianice	Myslowice	Miejscowość	Nr	Odległość	
2				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Wieluń	1	1	125
3		Wieluń	1	999	125	112	89	218	318	48	69	96	152	Wrocław	2	2	217
4		Wrocław	2	125	999	217	100	272	370	152	193	200	206	Łódź	3	3	205
5		Łódź	3	112	217	999	205	267	365	68	128	16	203	Opole	4	4	190
6		Opole	4	89	100	205	999	190	288	142	95	190	124	Kraków	5	5	109
7		Kraków	5	218	272	267	190	999	109	265	149	264	67	Zakopane	6	6	363
8		Zakopane	6	318	370	365	288	109	999	363	247	362	165	Sieradz	7	7	111
9		Sieradz	7	48	152	68	142	265	363	999	111	64	186	Częstochowa	8	8	121
10		Częstochowa	8	69	193	128	95	149	247	111	999	121	77	Pabianice	9	9	201
11		Pabianice	9	96	200	16	190	264	362	54	121	999	201	Myslowice	10	10	152
12		Myslowice	10	152	206	203	124	67	165	186	77	201	999	Wieluń	1	1	
13																Suma [km]	1794

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

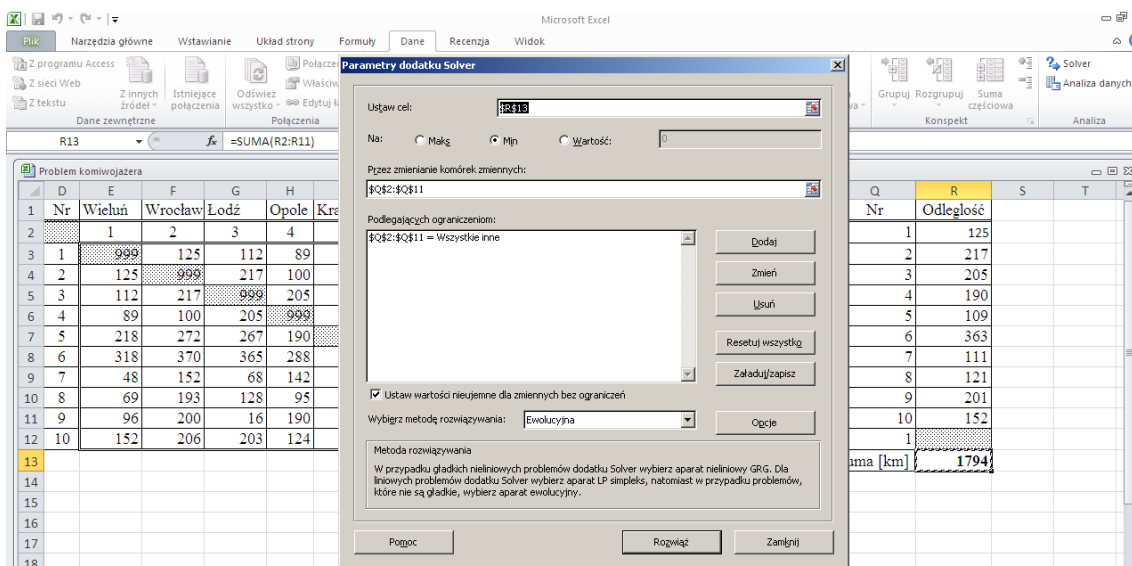
Rys. 6.4. Przygotowane dane wejściowe do procedury optymalizacji

⁴⁶ Wojcik K., *Rozpoznanie problemu komiwojażera i marszrutyzacji*, op. cit.

Kolejność miast i podane dla nich odległości stanowią inicjujący cykl Hamiltona. W tym wariancie komiwojażer zawozi towar do miast według wstępnej kolejności porządkowej bez zwracania uwagi na odległości.

6. Komórka R13 z liczbą 1794 jest komórką celu, w której wartość dążąca do minimum będzie poprawiana przez program.

7. Ustawiamy kursor w komórce R13 i klikamy zakładkę *Dane* i wybieramy funkcję *Solver* (zob. rysunek 6.5).



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

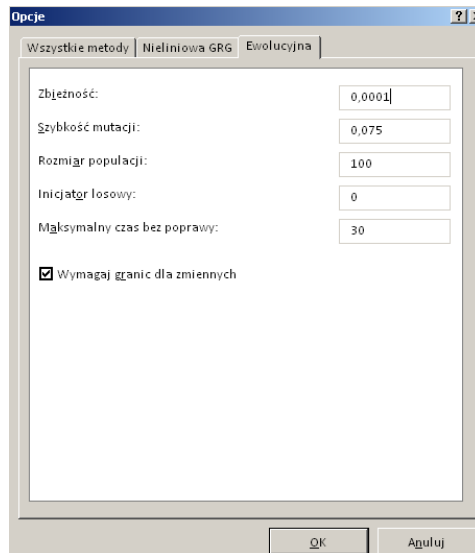
Rys. 6.5. Okno z parametrami dodatku *Solver*

8. Po wyborze *Solver* pojawiło się okno dialogowe, w którym musimy (zob. rysunek 6.5):

- ustawić cel o adresowaniu bezwzględnym, czyli komórkę R13, a następnie w „NA” wybrać „Min” (minimum);
- w podoknie „Przez zmienianie komórek zmiennych” wskazujemy komórki: \$Q\$2:\$Q\$11;
- w „Wybierz metodę rozwiązywania” wybieramy „Ewolucyjna”;

Możemy też skorzystać z przycisku „Opcje” i ustawić np. szybkość mutacji podczas procesu optymalizacyjnego, ale pozostawiamy bez zmian (zob. rysunek 6.6); sprawdziłem, że przy naszym niedużym zadaniu jak na metodę ewolucyjną i ustawieniu szybkości mutacji np. na 0,5 otrzymujemy ten sam wynik rozwiązania optymalizacyjnego; podkreślę jeszcze, że mutacja (łac. *mutatio*) to nagle, skokowe zmiany materiału genetycznego komórki⁴⁷.

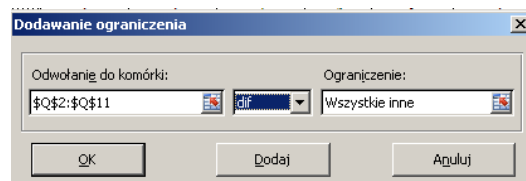
⁴⁷ <https://pl.wikipedia.org/wiki/Mutacja>.



Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.6. Okno ustawienia opcji

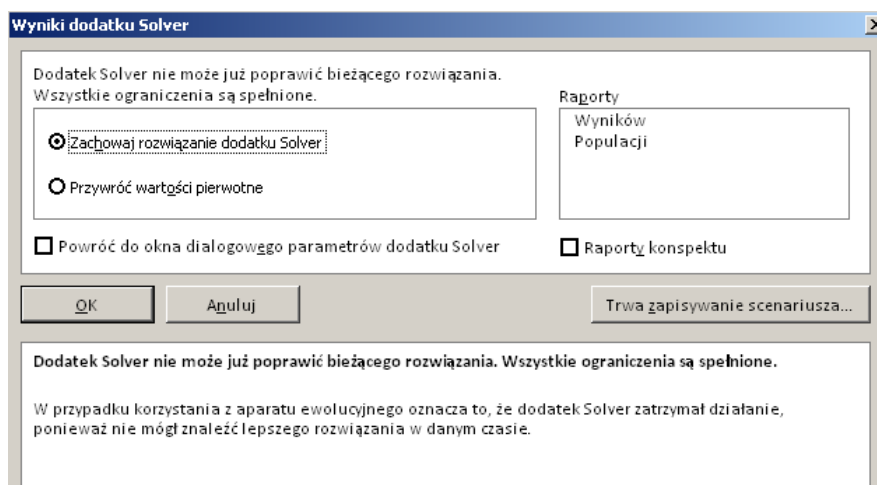
Następnie klikamy na przycisk „Dodaj” i pojawiło się nam okno „Dodawanie ograniczenia” (zob. rysunek 6.7). Z tabeli pokazanej na rysunku 6.5 wybieramy obszar Q2:Q11 i wskazujemy na typ ograniczenia „dif”, czyli „Wszystkie inne” i OK.



Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.7. Wskazanie typu ograniczenia dla komórek zmienianych

Po akceptacji OK pojawia się nam okno „Wyniki dodatku Solver”. Zachowujemy rozwiązanie tego dodatku i znowu OK (zob. rysunek 6.8).



Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.8. Definiowanie potrzeby raportów z realizacji procedury ewolucyjnej

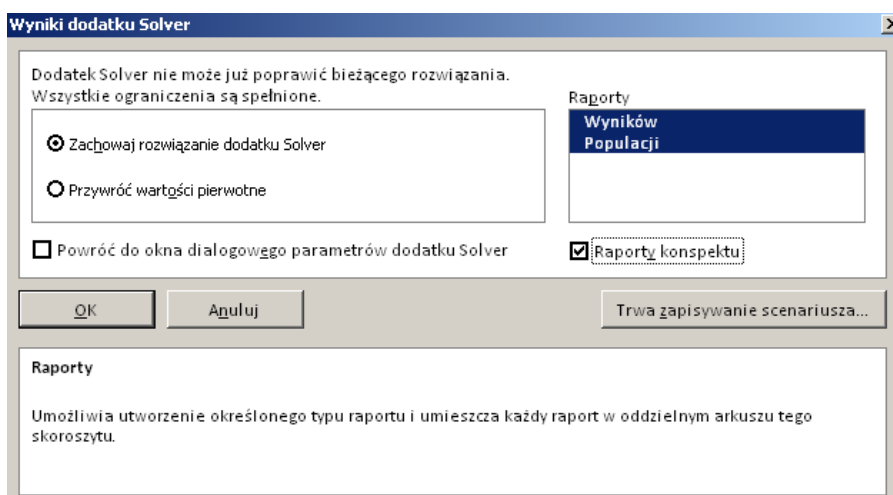
W kolumnach Q i R program *Solver* przedstawił rozwiązanie optymalne (zob. rysunek 6.9), jako okno na tle naszych danych z odległościami między miastami.

Q	R
Nr	Odległość
6	109
5	67
10	77
8	95
4	100
2	125
1	48
7	68
3	16
9	96
1	
Suma [km]	801

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys.6.9. Rozwiązanie optymalne

Możemy teraz zachować rozwiązanie potwierdzając to w „*Raporty konspektu*” i uzyskujemy sumaryczne raporty wyników i populacji (zob. rysunek 6.10).



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys.6.10. Zaznaczenie uzyskania raportów sumarycznych wyników i populacji

Proponuje się jeszcze przyjrzeć raportowi wyników, na którym *Solver* stwierdza, że nie może poprawić rozwiązania i wszystkie ograniczenia są spełnione. Ponadto wyświetla założenia zadania decyzyjnego w zakresie funkcji celu, komórek zmienianych i ograniczeń. Zwróćmy uwagę na podanie też wartości początkowej i końcowej (zob. rysunek 6.11).

Microsoft Excel 14.0 Raport wyników

Arkusz: [Problem komiwojazera.xlsx]Arkusz1
 Raport utworzony: 2019-11-25 17:19:42
 Wynik: Dodatek Solver nie może już poprawić bieżącego rozwiązania. Wszystkie ograniczenia są spełnione.
 Aparat dodatku Solver
 Opcje dodatku Solver

Komórka celu (Min)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$R\$13	Suma [km] Odległość	1794	801

Komórki zmiennych

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
\$Q\$2:\$Q\$11				

Ograniczenia

\$Q\$2:\$Q\$11=	Wszystkie inne	BRAK
-----------------	----------------	------

Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.11. Raport wyników

Po zrealizowaniu rozwiązania nastąpiło odsłonięcie danych i wyników (zob. rysunek 6.12).

Miejscowość	Nr	Wieluń	Wrocław	Łódź	Opole	Kraków	Zakopane	Sieradz	Częstochowa	Pabianice	Myslowice	Miejscowość	Nr	Odległość	
Wieluń	1	999	125	112	89	218	318	48	69	96	152	Wrocław	2	5	
Wrocław	2	125	999	217	100	272	370	152	193	200	206	Łódź	3	10	
Łódź	3	112	217	999	205	267	365	68	128	16	203	Opole	4	8	
Opole	4	89	100	205	999	190	288	142	95	190	124	Kraków	5	4	
Kraków	5	218	272	267	190	999	109	265	149	264	67	Zakopane	6	2	
Zakopane	6	318	370	365	288	109	999	363	247	362	165	Sieradz	7	1	
Sieradz	7	48	152	68	142	265	363	999	111	64	186	Częstochowa	8	7	
Częstochowa	8	69	193	128	95	149	247	111	999	121	77	Pabianice	9	3	
Pabianice	9	96	200	16	190	264	362	54	121	999	201	Myslowice	10	9	
Myslowice	10	152	206	203	124	67	165	186	77	201	999	Wieluń	1	1	
														Suma [km]	801

Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.12. Widok tabeli danych i wyników

Widzimy tu w kolumnach P i Q numery naszych miast przed i po procesie optymalizacji, przy czym dla kolejności trasy 1-10 było 1794, a teraz znacznie mniej bo 801 km. Po ułożeniu elementów rozwiązania, według optymalnej kolejności miast do których komiwojazer zawiózł towar, uzyskujemy trasę przedstawioną na rysunku 6.13.

Od	Do	km
1 Wieluń	7 Sieradz	48
7 Sieradz	3 Łódź	68
3 Łódź	9 Pabianice	16
9 Pabianice	1 Wieluń	96
6 Zakopane	5 Kraków	109
5 Kraków	10 Myslowice	67
10 Myslowice	8 Częstochowa	77
8 Częstochowa	4 Opole	95
4 Opole	2 Wrocław	100
2 Wrocław	1 Wieluń	125
	Suma:	801

Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 6.13. Ułożenie miast według optymalnej pętli Hamiltona

Standardowo uzyskujemy rozwiązanie kombinowane z analizą wrażliwości. Istnieje też możliwość zmiany rozwiązania i zaprezentowanie go jako rozwiązanie sumaryczne, korzystając z zakładek „Results” oraz „Format”.



Źródło: Opracowanie własne w WinQSB.

Rys. 6.18. Wywołanie rozwiązania sumarycznego

Standardowy wynik z dokładnością do czterech miejsc po przecinku zamieniamy np. na dwa miejsca, po wcześniejszym zaznaczeniu tabeli raportu sumarycznego i kliknięciu ikony (0.00) (zob. rysunek 6.18). Możemy też zmienić na liczby całkowite usuwając kropkę i dwa miejsca po kropce w zakładce „Format”. Po ułożeniu rozwiązania sumarycznego w trzech częściach uzyskano widok pokazany na rysunku 6.19.

11-27-2019 21-22-27	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit Cij	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	999	0	993	at bound
2	X12	0	125	0	51	at bound
3	X13	0	112	0	102	at bound
4	X14	0	89	0	39	at bound
5	X15	0	218	0	159	at bound
6	X16	0	318	0	244	at bound
7	X17	1	48	48	0	basic
8	X18	0	69	0	0	basic
9	X19	0	96	0	100	at bound
10	X110	0	152	0	120	at bound
11	X21	0	125	0	63	at bound
12	X22	0	999	0	875	at bound
13	X23	0	217	0	157	at bound
14	X24	1	100	100	0	basic
15	X25	0	272	0	163	at bound
16	X26	0	370	0	246	at bound
17	X27	0	152	0	54	at bound
18	X28	0	193	0	74	at bound
19	X29	0	200	0	154	at bound
20	X210	0	206	0	124	at bound
21	X31	0	112	0	86	at bound
22	X32	0	217	0	123	at bound
23	X33	0	999	0	969	at bound
24	X34	0	205	0	135	at bound
25	X35	0	267	0	188	at bound
26	X36	0	365	0	271	at bound
27	X37	0	68	0	0	basic
28	X38	0	128	0	39	at bound
29	X39	1	16	16	0	basic
30	X310	0	203	0	151	at bound
31	X41	0	89	0	57	at bound
32	X42	1	100	100	0	basic
33	X43	0	205	0	169	at bound
34	X44	0	999	0	923	at bound
35	X45	0	130	0	105	at bound

11-27-2019 21-22-27	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit Cij	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
36	X46	0	289	0	188	at bound
37	X47	0	142	0	68	at bound
38	X48	0	95	0	0	basic
39	X49	0	190	0	168	at bound
40	X410	0	124	0	66	at bound
41	X51	0	218	0	177	at bound
42	X52	0	272	0	163	at bound
43	X53	0	267	0	222	at bound
44	X54	0	190	0	105	at bound
45	X55	0	999	0	905	at bound
46	X56	1	109	109	0	basic
47	X57	0	265	0	182	at bound
48	X58	0	149	0	45	at bound
49	X59	0	264	0	233	at bound
50	X510	0	67	0	0	basic
51	X61	0	318	0	262	at bound
52	X62	0	370	0	246	at bound
53	X63	0	365	0	305	at bound
54	X64	0	288	0	188	at bound
55	X65	1	109	109	0	basic
56	X66	0	999	0	875	at bound
57	X67	0	363	0	265	at bound
58	X68	0	247	0	128	at bound
59	X69	0	362	0	316	at bound
60	X610	0	165	0	83	at bound
61	X71	1	48	48	0	basic
62	X72	0	152	0	36	at bound
63	X73	0	68	0	16	at bound
64	X74	0	142	0	50	at bound
65	X75	0	265	0	164	at bound
66	X76	0	363	0	247	at bound
67	X77	0	999	0	909	at bound
68	X78	0	111	0	0	basic
69	X79	0	54	0	16	at bound
70	X710	0	186	0	112	at bound

71	X81	0	69	0	19	at bound
72	X82	0	193	0	74	at bound
73	X83	0	128	0	73	at bound
74	X84	0	95	0	0	basic
75	X85	0	149	0	45	at bound
76	X86	0	247	0	128	at bound
77	X87	0	111	0	18	at bound
78	X88	0	999	0	885	at bound
79	X89	0	121	0	80	at bound
80	X810	1	77	77	0	basic
81	X91	0	96	0	84	at bound
82	X92	0	200	0	120	at bound
83	X93	1	16	16	0	basic
84	X94	0	190	0	134	at bound
85	X95	0	264	0	199	at bound
86	X96	0	362	0	282	at bound
87	X97	0	54	0	0	basic
88	X98	0	121	0	46	at bound
89	X99	0	999	0	997	at bound
90	X910	0	201	0	163	at bound
91	X101	0	152	0	138	at bound
92	X102	0	206	0	124	at bound
93	X103	0	203	0	185	at bound
94	X104	0	124	0	66	at bound
95	X105	0	67	0	0	basic
96	X106	0	165	0	83	at bound
97	X107	0	186	0	130	at bound
98	X108	1	77	77	0	basic
99	X109	0	201	0	197	at bound
100	X1010	0	999	0	959	at bound
Objective Function		(Min.) =	700			

Źródło: Opracowanie własne w WinQSB.

Rys. 6.19. Zestawienie rozwiązania sumarycznego

Sumaryczna odległość zaproponowana przez moduł LPiLP pakietu WinQSB w rozwiązaniu sumarycznym wynosi 700 km. Gdy porównamy z rozwiązaniem ewolucyjnym wykonanym dodatkiem Solver Excels, gdzie wynik był 810, widzimy wyraźne obniżenie funkcji celu. Zaproponowaną trasę optymalną zaprezentowano na rysunku 6.20, stanowiącym wyciąg z rozwiązania sumarycznego modulem LPiLP.

SUMARYCZ-wyciąg - Notatnik				
Plik Edycja Format Widok Pomoc				
Solution Summary for Problem-komwojazer				
11-27-2019	Decision	Solution	Unit Cost or	
21:22:27	Variable	Value	Profit C(j)	Contribution
7	X17	1	48	48 0
14	X24	1	100	100 0
29	X39	1	16	16 0
32	X42	1	100	100 0
46	X56	1	109	109 0
55	X65	1	109	109 0
61	X71	1	48	48 0
80	X810	1	77	77 0
83	X93	1	16	16 0
98	X108	1	77	77 0
Objective Function			(Min.)=	700

Źródło: Opracowanie własne w *WinQSB*.

Rys. 6.20. Zestawienie rozwiązania sumarycznego

Porównamy teraz jeszcze otrzymane dwa rozwiązania algorytmem ewolucyjnym i według simpleksa bez warunku zaliczenia wszystkich 10. miast przez komiwojazerę podczas jednego cyklu Hamiltona.

Tab. 1. Porównanie wyników uzyskanych dwoma metodami

Ewolucyjny (<i>Solver</i>)					Simpleks (<i>WinQSB</i>)				
Od		Do		km	Od		Do		km
1	Wieluń	7	Sieradz	48	1	Wieluń	7	Sieradz	48
7	Sieradz	3	Łódź	68	2	<i>Wrocław</i>	4	<i>Opole</i>	100
3	Łódź	9	Pabianice	16	3	<u>Łódź</u>	<u>9</u>	<u>Pabianice</u>	16
9	Pabianice	1	Wieluń	96	4	<i>Opole</i>	2	<i>Wrocław</i>	100
6	Zakopane	5	Kraków	109	5	Kraków	6	Zakopane	109
5	Kraków	10	Mysłowice	67	6	Zakopane	5	Kraków	109
10	Mysłowice	8	Częstochowa	77	7	Sieradz	1	Wieluń	48
8	Częstochowa	4	Opole	95	8	Częstochowa	10	Mysłowice	77
4	Opole	2	Wrocław	100	9	<u>Pabianice</u>	<u>3</u>	<u>Łódź</u>	16
2	Wrocław	1	Wieluń	125	10	Mysłowice	8	Częstochowa	77
			Suma:	801					

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

W podanym rozwiązaniu metodą simpleks, z powodu braku warunku zaliczenia podczas jednej trasy 10. miast, komiwojazer powraca 4 razy do tego samego miejsca, uzyskując lepszy wynik funkcji celu (zob. tabela 6.1). W tej sytuacji powinniśmy rozpatrzyć formułę określającą konieczność zaliczenia 10. miast⁴⁸. Każdy załadunek, transport oraz rozładunek między dwoma miastami możemy rozpatrywać jako odcinek w marszrucie przewozów między $n = 10$ miastami, co wyrażone jest warunkiem:

$$z_i - z_j + n * x_{ij} \leq n - 1 \quad i, j = 2, \dots, n, i \neq j, z_i, z_j \in R$$

Dla rozwiązania komputerowego naszego przykładu przyjmujemy, że $i, j = 2, 3, \dots, 10$, a nowe zmienne stanowią liczby całkowite 1-10. Warunek ten czuwa nad przechodzeniem marszrutę przez

⁴⁸ W niniejszej części opracowania zastosowano przez analogię formuły i opisy zawarte w rozdziale 16. książki: *Elementy inżynierii i analizy systemów zarządzania Wybrane aspekty logistyczne*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, Opole 2019.

wszystkie miasta. Widzimy tu wprowadzenie dodatkowych zmiennych z_i oraz z_j , przy czym i oznacza numer wiersza, a j numer kolumny w której znajduje się zmienna decyzyjna x_{ij} .

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, n$$

Przystąpmy teraz ponownie do sformułowania zadania decyzyjnego, zwanego problemem komiwojażera, w module *LPiLP*. Najpierw wprowadzamy funkcję celu z kryterium *minimum* ze stu zmiennymi decyzyjnymi X_{11} - X_{1010} i współczynnikami wynikającymi z macierzy odległości **C**, lecz jak już wspomniano zamiast „ ∞ ” wpisujemy liczbę 999. W nawiązaniu do klasycznego algorytmu transportowego, kolejne zmienne z_i „dostawcy”, oznaczamy jako: $Z1d, Z2d, \dots, Z10$. Zmiennym z_j „odbiorcom” nadamy następujące nazwy komputerowe: $Z1o, Z2o, \dots, Z10o$. Zmienne te nie mają wpływu na wartość funkcji celu, lecz są tylko zabiegiem matematycznym do algorytmu optymalizacyjnego simpleks, stad ich współczynniki w funkcji celu są równe zero. Macierz odległości między 10. miastami przedstawia się następująco:

$$C = \begin{bmatrix} \infty & 125 & 112 & 89 & 218 & 318 & 48 & 69 & 96 & 152 \\ 125 & \infty & 217 & 100 & 272 & 370 & 152 & 193 & 200 & 205 \\ 112 & 217 & \infty & 205 & 267 & 365 & 68 & 128 & 16 & 203 \\ 89 & 100 & 205 & \infty & 190 & 288 & 142 & 95 & 190 & 124 \\ 218 & 272 & 267 & 190 & \infty & 109 & 265 & 149 & 264 & 67 \\ 318 & 370 & 365 & 288 & 109 & \infty & 363 & 247 & 362 & 165 \\ 48 & 152 & 68 & 142 & 265 & 363 & \infty & 111 & 54 & 186 \\ 69 & 193 & 128 & 95 & 149 & 247 & 111 & \infty & 121 & 77 \\ 96 & 200 & 16 & 190 & 264 & 362 & 54 & 121 & \infty & 201 \\ 152 & 206 & 203 & 124 & 67 & 165 & 186 & 77 & 201 & \infty \end{bmatrix}$$

Okazuje się jednak, że pokazanie całości tak sformułowanego zadania decyzyjnego przekracza ramy niniejszej publikacji. Po usunięciu bowiem pierwszego wiersza i pierwszej kolumny macierzy **C** uzyskujemy macierz **C'**. Trzeba teraz utworzyć, oprócz wcześniejszych stu zmiennych decyzyjnych X_{ij} , dodatkowo 80 zmiennych wynikających z zapewnienia dotarcia przez komiwojażera z dostawą do wszystkich 10. miast bez powtórzeń. Warto więc w tym zakresie wykonać wstępnie prace wprowadzania danych posługując się *Excelem*. Jest to obszerne zagadnienie dla prezentacji w ramach niniejszej pracy. Proponuję więc pokazanie postępowania, na przykładzie wcześniej wykonanego prze zemnie, dla czterech miast (zob. rysunek 6.21)⁴⁹. Przy wprowadzaniu danych łatwo się pomylić i dlatego dodam, że w module *LPiLP* wszelkie korekty nanosimy korzystając z menu *Edit*. Menu tego modułu pozwala nam również, jak już wspomniałem, na zmianę standardowej szerokości kolumn na węższe.

⁴⁹ Wornalkiewicz W., Duczmal W., *Elementy inżynierii i analizy systemów zarządzania Wybrane aspekty logistyczne*, op. cit.

Variable	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	X33	X34	X41	X42	X43	X44	Z1d	Z2d	Z3d	Z4d	Z1o	Z2o	Z3o	Z4o	directio	R. H.	
Minim	999	2	5	3	5	999	4	2	7	2	999	6	4	3	5	999	0	0	0	0	0	0	0	0			
C1	1	1	1	1																					=	1	
C2					1	1	1	1																	=	1	
C3									1	1	1	1													=	1	
C4													1	1	1	1									=	1	
C5	1				1				1				1												=	1	
C6		1				1				1				1											=	1	
C7			1				1				1				1										=	1	
C8				1				1				1				1									=	1	
C9							4											2							<=	3	
C10								4										2							<=	3	
C11									4										3						<=	3	
C12												4								3					<=	3	
C13													4								4				<=	3	
C14														4								4			<=	3	
Lower	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
Upper	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
Variable	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Binary	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Źródło: Opracowanie własne programem WinQSB.

Rys. 6.21. Postać sformułowania zadania decyzyjnego problemu komiwojażera

Na widoku ekranu formułowania zadania decyzyjnego (zob. rysunek 6.21) ograniczenia wynikające z warunku dostawy stanowią zapisy C1-C4, a warunku odbioru C5-C8. Warunek ujęcia w trasie czterech miast z pominięciem pierwszego „dostawcy” ($i = 1$) oraz pierwszego „odbiorcy” ($j = 1$) stanowi 6 zapisów wynikających ze zredukowanej macierzy C na C' do stopnia trzeciego.

$$C' = \begin{bmatrix} \infty & 4 & 2 \\ 2 & \infty & 6 \\ 3 & 5 & \infty \end{bmatrix}$$

Pozostały więc wiersze 2-4 oraz kolumny 2-4 odpowiadające zmiennym $z_{i=2do4}$ oraz $z_j = 2do 4$. Przyjmując warunki brzegowe wykluczające równość numeru wiersza i kolumny (patrz symbol nieskończoności, który w sformułowanym zadaniu przyjęto jako 999) do rozpatrywanego przykładu ograniczenie będzie w postaci:

$$z_i - z_j + 4 * x_{ij} \leq 3 \quad i, j = 2, \dots, 4, i \neq j, z_i, z_j \in C$$

W zapisie komputerowym to ograniczenie reprezentowane jest przez warunki szczegółowe C9-C14 (gdzie * to znak mnożenia):

$$C9: z_2 - z_3 + 4 * x_{23} \leq 3$$

$$C10: z_2 - z_4 + 4 * x_{24} \leq 3$$

$$C11: z_3 - z_2 + 4 * x_{32} \leq 3$$

$$C12: z_3 - z_4 + 4 * x_{34} \leq 3$$

$$C13: z_4 - z_2 + 4 * x_{42} \leq 3$$

$$C14: z_4 - z_3 + 4 * x_{43} \leq 3$$

Warunki brzegowe zmiennych x_{ij} wynikają z zakresu zmiennej binarnej (*Binary*). Całkowitoliczbowość zmiennych z_i (Z1d, Z2d, Z3d, Z4d) oraz z_j (Z1o, Z2o, Z3o, Z4o) zaznaczamy wybierając podwójnym kliknięciem typ zmiennej *Variable* jako *Integer*.

Pozostaje nam teraz tylko kliknięcie na menu *Solve and Analyze* w celu uzyskania rozwiązania optymalnego. Jak już nadmieniono rozwiązanie zadania decyzyjnego możemy uzyskać w dwóch

postaciach jako mieszane, zwane też kombinowanym zawierającym wyniki i analizę wrażliwości oraz sumaryczne tylko z wynikami *Solution Value* i kolumnami algorytmu simpleks: *Reduced Cost*, *Basic Status* (zob. rysunek 6.22). Liczbą jeden przy zmiennych x_{ij} zaznaczone są odcinki marszruty optymalnej o długości 13, odpowiadającej (X13, X32, X24, X41) składające się z odcinków ($c_{13} = 5$; $c_{32} = 2$; $c_{24} = 2$; $c_{41} = 4$). Rozwiązanie komputerowe przykładu problemu komiwojażera z czterema miastami pokazano na rysunku 6.22.

11-28-2019 10:50:39	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	999	0	993	at bound
2	X12	0	2	0	1	at bound
3	X13	1	5	5	0	basic
4	X14	0	3	0	0	basic
5	X21	0	5	0	0	basic
6	X22	0	999	0	999	at bound
7	X23	0	4	0	0	at bound
8	X24	1	2	2	0	basic
9	X31	0	7	0	0	basic
10	X32	1	2	2	0	basic
11	X33	0	999	0	993	at bound
12	X34	0	6	0	2	at bound
13	X41	1	4	4	0	basic
14	X42	0	3	0	4	at bound
15	X43	0	5	0	2	at bound
16	X44	0	999	0	998	at bound
17	Z1d	1	0	0	0	at bound
18	Z2d	1	0	0	0	at bound
19	Z3d	1	0	0	0	at bound
20	Z4d	1	0	0	0	at bound
21	Z1o	1	0	0	0	at bound
22	Z2o	2	0	0	0	basic
23	Z3o	1	0	0	0	at bound
24	Z4o	1	0	0	0	at bound
Objective Function			(Min.) =	13		

Źródło: Opracowanie własne programem *WinQSB*.

Rys. 6.22. Rozwiązanie sumaryczne optymalne problemu komiwojażera dla odwiedzanych czterech miast

Tak więc, przy wprowadzeniu warunku dowozu do czterech miast optymalnym rozwiązaniem jest trasa: 1-3, 3-2, 2-4, 4-1.

d/o	1	2	3	4
1			x	
2				x
3		x		
4	x			

Widzimy więc, że nie następują nawroty do miejscowości poprzedniej, co zauważyliśmy we wcześniejszym ćwiczeniu.

* * *

Zaprezentowano dwa podejścia do rozwiązania problemu komiwojażera. W pierwszym przypadku skorzystano z metody ewolucyjnej rozwiązania problemu. Próba dojścia do wyniku poprzez zastosowanie modułu *Programowanie liczbowe i całkowitoliczbowe* pakietu *WinQSB* okazała się bardzo pracochłonna i trudna do zademonstrowania na łamach tego materiału.

Jednak wskazano na procedurę realizacji, a w szczególności na sposób sformułowania zadania decyzyjnego dla 10. miast. Przeprowadzono postępowanie przykładowe dla czterech miast, przy którym ilość zmiennych w funkcji celu pozwoliła na rozwiązanie problemu komiwojażera i zademonstrowanie w niniejszej pracy.

7. Optymalizacja marszrutyzacji z zastosowaniem funkcji Excela



7.1. Wprowadzenie

Jednym z kierunków badań w logistyce jest zastosowanie programowania matematycznego do zarządzania łańcuchem dostaw. Można w nich wyodrębnić następujące klasy zagadnień, których celem jest optymalizacja⁵⁰:

- marszrutyzacja środków transportu dla potencjalnych tras dostaw (VRP - *Vehicle Routing Problems*),
- planowanie czasowe realizacji dostaw (*Vehicle Scheduling Problems*),
- lokalizacja magazynów produkcyjnych lub punktów dystrybucji (*Facility Location*),
- zaprojektowanie sieci dystrybucyjnych (*Transportation Network Design Problems*),
- określenie ilości i ładowności środków transportu do realizacji dostaw (*Vehicle Fleet Sizing Problems*).

Problematyka marszrutyzacji ma wiele wariantów rozwiązań modeli decyzyjnych. Celem jest określenie zamkniętej trasy dostaw począwszy od bazy, poprzez odbiorców, dla których znane są popyty oraz miejsca zlokalizowania. W podstawowej odmianie problemu marszrutyzacji (VRP) następuje wybór tras dostaw do kilku odbiorców. Znamy miejsce oraz potrzeby odbiorców. Tabor pojazdów charakteryzuje się jednakową ładownością, przy czym pojazdy wyjeżdżają od jednego dostawcy. Funkcja celu takiego zadania decyzyjnego ma na celu minimalizowanie łącznych kosztów obsługi lub całkowitej długości tras przewozów do odbiorców. Zagadnienie transportowe określone skrótem VRP doczekało się opracowania różnych jego odmian, a w tym często publikowanej VRPB (*Vehicle Routing Problem with Backhauling*). W tym modelu brani są pod uwagę odbiorcy towarów, których zaopatruje centrum bazowe oraz dostawcy zaopatrujący to centrum. W tej odmianie marszrutyzacji oprócz liczby i pojemności środków transportu dodatkowo wymaga się, aby załadunek u dostawców następował po wyładunku dóbr u odbiorców. Może pojawić tu się problem sterowania pustymi przebiegami pojazdów⁵¹.

Do rozwiązania problemu marszrutyzacji stosowane są różne specjalistyczne programy komputerowe. Dla celów dydaktycznych praktyczne jest wykorzystanie dla niewielkich macierzy tras i dostawców programu *WinQSB* oraz dodatku *Solver* w ramach arkusza kalkulacyjnego *Excel*. Nadmienię, że określenie *solver* oznacza funkcję w kalkulatorach naukowych lub programach komputerowych umożliwiającą rozwiązywanie równań⁵². Po wprowadzeniu równania i podaniu wartości liczbowych wszystkich parametrów program wyznacza wartość zmiennej. W niektórych

⁵⁰ Zamieszczone rozwiązanie zadania decyzyjnego bazuje na artykule: Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, artykuł w czasopiśmie *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, tom XIV, 2013, tab. 2, <http://www.academia.edu/9499435>.

⁵¹ Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2016, s. 194.

⁵² <https://pl.wikipedia.org/wiki/Solver>.

przypadkach, gdy nie ma możliwości odpowiedniego przekształcenia równania, kalkulator lub program komputerowy z solverem jest sposobem obliczenia szukanej wartości. Bardziej zaawansowane solvery wykorzystywane są w problemach optymalizacyjnych. Proste wersje komputerowych solverów są standardowo dostępne w arkuszach kalkulacyjnych *MS Excel*, czy też *OOo Calc*. Trzeba dodać, że zaawansowane solvery jak *CPLEX* lub serwery *Frontline'a* są samodzielnymi programami. Solvery mogą też stanowić dodatki do innych programów obliczeniowych, np. arkuszy kalkulacyjnych typu *Excel* lub *MATLAB*. Dodam, że skrót *OOo Calc* (*OpenOffice Calc*) oznacza zaawansowany arkusz kalkulacyjny wchodzący w skład bezpłatnego pakietu biurowego *Apache OpenOffice*, dostępnego na platformach *Microsoft Windows*, *Linux*, *Solaris*, a także w *OS X*, *FreeBSD*⁵³. Pakiet ten jest dystrybuowany przez Apache Software Foundation, także w języku polskim łącznie z narzędziami językowymi, tj. słownikiem ortograficznym oraz tezaurem. Omawiany arkusz odpowiada *Microsoft Excel* oraz *Quattro Pro*, tak więc obejmuje formuły, narzędzia analityczne, rozwiniętą grafikę biznesową, a także wbudowane narzędzie do eksportu dokumentów w międzyplatformowym formacie PDF.

Dodatek *Solver* jest częścią zestawu poleceń, a za jego pomocą można znaleźć optymalną wartość formuły w komórce celu, która podlega ograniczeniom, dotyczącym wartości innych komórek z formułą znajdujących się w danym arkuszu⁵⁴. *Solver* pracuje z grupą komórek, zwanych zmiennymi decyzyjnymi, które uczestniczą w wyliczaniu formuł w komórkach celu i komórkach ograniczeń. Podstawową funkcją dodatku *Solver* jest dostosowanie wartości w komórkach zmiennych decyzyjnych tak, aby spełnić wymagania komórek ograniczeń i uzyskać pożądany wynik minimalny lub maksymalny w komórce celu.

Nadmienia się że, w programie *Excel 2010* można otworzyć plik utworzony w innym formacie plików, klikając kartę *Plik*, a następnie klikając pozycję *Otwórz*. Skoroszyty programu *Excel 97–2003* są automatycznie otwierane w trybie zgodności. Analogicznie pliki *Excels* można zapisać także na wyjściu w innym formacie np. PDF. Format PDF (*Portable Document Format*) zachowuje formatowanie dokumentu i umożliwiającą udostępnianie plików. Dokument w formacie PDF zachowuje zamierzony format podczas wyświetlania w trybie online lub drukowania. Format PDF przydaje się w przypadku dokumentów, które będą powielane przy użyciu metod drukowania.

Rozwiązanie problemu marszrutyzacji na przykładzie przedstawiłem w publikacji - rozdział 1.9 *Marszrutyzacja przewozów z zastosowaniem programu WinQSB*⁵⁵. Warto jednak przytoczyć tu założenia realizacji zadania w *WinQSB*. Po zainstalowaniu programu *winqsb.exe* z Internetu, z menu *Start* wywołujemy ten program a następnie wybieramy moduł *Linear and Integer Programming*⁵⁶.

⁵³ https://pl.wikipedia.org/wiki/OpenOffice_Calc.

⁵⁴ Niniejszy materiał bazuje na tekście menu „Pomoc” w arkuszu kalkulacyjnym *Excel*.

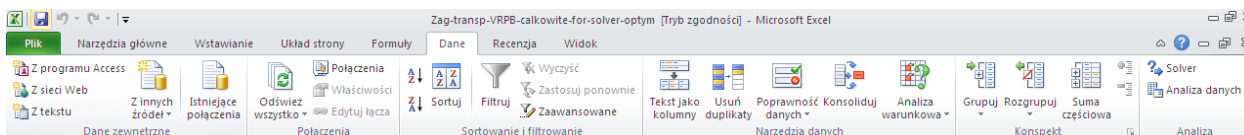
⁵⁵ Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op. cit.

⁵⁶ *Ibidem*, s. 198.

Nadajemy nazwę pliku, dążenie funkcji celu do minimum kosztu przewozu oraz podajemy wstępną liczbę zmiennych oraz ograniczeń. W trakcie dalszego formułowania zadania decyzyjnego możemy skorygować liczbę zmiennych i ograniczeń. Zarówno funkcja celu jak i ograniczenia mają postać liniową. W programie *WinQSB* wybieramy spośród dwóch możliwości *Normal*, *Matrix* tą drugą, odpowiadającą arkuszowi kalkulacyjnemu *Excel*. Wprowadzamy także 50 zmiennych x_{ij} z współczynnikami zero. Następnie wprowadzamy współczynniki C_i (koszty przewozu na 10 trasach) do zmiennych y_j . Miejsca odbioru na trasach zaznaczone są liczbą 1 lub 0 przy 50 zmiennych z_{ij} , gdy dany odbiorca nie „sąsiaduje” z wcześniej podanym dla danej trasy.

Po zdefiniowaniu funkcji celu, ograniczeń zasobów oraz warunków brzegowych oraz dokładnym sprawdzeniu poprawności całości modelu możemy przystąpić do uzyskania wyników optymalnych modulem *Linear and Integer Programming* programu *WinQSB*. W tym względzie korzystamy z funkcji *Solve and Analyze*. Mamy 110 zmiennych decyzyjnych zapisanych w notacji komputerowej. Początkowa zmienna X11, a końcowa Z105.

Rozwiązaniem jest skorzystanie z trzech tras T_3 z przewozem 17 szt. - jako rozładunek $z_{3,2}$, następnie T_6 z przewozem do odbiorców trzeciego i czwartego jako rozładunki $z_{6,3}$ i $z_{6,4}$, odpowiednio 16 oraz 15 sztuk, a także skorzystanie z trasy T_{10} i obsłużenie odbiorcy pierwszego (18 szt.) – rozładunek $z_{10,1}$ oraz piątego (14 szt.) – rozładunek $z_{10,5}$. Tak więc towar należy dostarczyć trzema pojazdami na wymienionych wcześniej trasach. Pełne rozwiązanie wartości zmiennych decyzyjnych przeprowadzone programem *WinQSB* jest zgodne z sygnalizowanymi wynikami uzyskanymi w dodatku *Solver* arkusza kalkulacyjnego *Excel* przez autorów publikacji: *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*⁵⁷. Autorzy nie podali jednak postępowania w zakresie sformatowania danych wejściowych oraz sposobu uzyskania rozwiązania optymalnego założonego zadania marszrutyzacji dodatkiem *Solver* *Excela*. Zainteresowałem się tym i było to moim przedmiotem prac testowych z *Solverem*, wychodząc z ogólnego modelu matematycznego zadania decyzyjnego⁵⁸. Po zainstalowaniu dodatku *Solver* do arkusza kalkulacyjnego *Microsoft Excel 2010* możemy go wywołać poprzez rozwinięcie podmenu „Dane”, a później naciskając „*Solver*” (zob. rys. 7.1).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu *Excel*.

Rys. 7.1. Umieszczenie *Solvera* w menu *Excela*

⁵⁷ Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op.cit.

⁵⁸ Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op. cit., rozdział 1.9.2.

Zrozumienie podejścia optymalizacyjnego zastosowanego w procedurze dla *WinQSB* jak i *Solvera* wymaga podania ogólnego modelu matematycznego marszrutyzacji. W tym względzie skorzystano z informacji zawartych w wspomnianym już artykule autorów Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji* oraz rozdziału 1.9⁵⁹.

7.2. Model zadania klasy VRP

Zanim przystąpimy do rozpatrzenia liniowego modelu matematycznego marszrutyzacji typu VRP przyjmijmy założenia:

- firma przewozowa ma jednostopniowy system dystrybucji tj. dostawca (jeden magazyn centralny) obsługuje kilka odbiorców np. marketów handlowych;
- transporty towarów do dostawców mogą odbywać się cyklicznie;
- pojazdy mają jednakową ładowność i te same koszty na danej trasie; ładowność może być wyznaczona poprzez takie cechy fizyczne jak objętość i powierzchnię skrzyni ładunkowej, dopuszczalna masa ładunku, przy czym jedna z tych cech powinna być dominującą; można na podstawie tych cech wyznaczyć całkowite możliwości taboru zwanego też flotą pojazdów;
- przewożone towary są jednakowo przygotowane do przewozu, np. towary są zamocowane na standardowych paletach EUR;
- znana jest mapa połączeń między dostawcą a odbiorcami, z zaznaczeniem odległości i czasu przejazdu; istnieje możliwość wyznaczenia potencjalnych tras dostaw rozpoczynających i kończących się u dostawcy;
- przebycie określonej trasy wywołuje pewien koszt, z rozróżnieniem załadunku, transportu oraz wyładunku;
- w optymalizacji koszty zmienne dostaw (zależne od wielkości ładunku wynikającego z łącznego zapotrzebowania odbiorców) są pomijane;
- uwzględnia się część stałą kosztów wywołaną operacją załadowania lub wyładowania towarów;
- po każdej trasie odbywa się tylko jeden kurs pojazdu;
- w każdym kursie następuje jeden załadunek u dostawcy, a jego koszty stałe można dodać do kosztów transportu;
- koszty stałe rozładunku mogą być różne u poszczególnych odbiorców.

W optymalnej marszrutyzacji środków transportu dla potencjalnych tras według VRP problem decyzyjny polega na wyborze tras, którymi można dostarczyć żądane ilości towarów odbiorcom przy minimalnych kosztach sumarycznych. Ogólny model matematyczny takiego problemu decyzyjnego obejmuje funkcję celu, ograniczenia zasobów oraz warunki brzegowe zmiennych. Funkcja celu stanowi sumę kosztu transportu oraz kosztów stałych załadunku u dostawcy (pierwszy człon FC) oraz koszty stałe rozładunków u odbiorców (człon drugi FC).

$$FC(y_i, z_{ij}) = \sum_{i=1}^I C_i * y_i + \sum_{i=1}^I c_j * z_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

gdzie:

I – liczba tras; i – numer trasy, $i=1, 3, \dots, I$;

⁵⁹ Ibidem, s.196.

J – liczba odbiorców; j – numer odbiorcy, $j = 1, 2, \dots, J$;

C_i – koszt przejazdu po trasie T_i powiększony o koszt stały załadunku ($C_i > 0$);

c_i – stały koszt rozładunku u odbiorcy O_j ($c_j > 0$).

Wprowadzone do zadania decyzyjnego ograniczenia obejmują:

5 warunków dla odbiorców:

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} = d_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, J$$

10 warunków dla tras:

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq S * y_i \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I$$

5x10 warunków ładowności samochodów:

$$x_{ij} \leq S * z_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J$$

5x10 warunków możliwości dostawy:

$$z_{ij} \leq a_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J$$

W wymienionych warunkach wprowadzono parametry: d_j – zapotrzebowanie odbiorcy O_j ($d_j \geq 0$); S – ładowność samochodu ($S > 0$); a_{ij} – wskazujący na możliwe punkty odbioru towaru na trasie przez odbiorców.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Liczba jeden występuje wtedy, gdy odbiorca O_j położony jest na trasie T_i , a liczba zero w przeciwnym przypadku. Złożoność problemu wymaga wprowadzenia do modelu zadania decyzyjnego trzech grup zmiennych, a mianowicie:

x_{ij} – wielkość ładunku przewożonego po trasie T_i do odbiorcy O_j ;

y_i – wybrana trasa dostawy ładunku, przyjmująca 1, gdy realizowany jest kurs po trasie T_i , lub 0, w przypadku przeciwnym;

z_{ij} – wyładunek u odbiorcy O_j , wielkość 1, gdy następuje w trakcie kursu po trasie T_i lub 0 w przypadku przeciwnym.

Widzimy, że w modelu zadania decyzyjnego występują zmienne mieszane x_{ij} , które przyjęto jako całkowitoliczbowe oraz y_j i z_{ij} jako zmienne binarne. Ponadto w modelu zadania decyzyjnego niezbędne są warunki brzegowe:

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

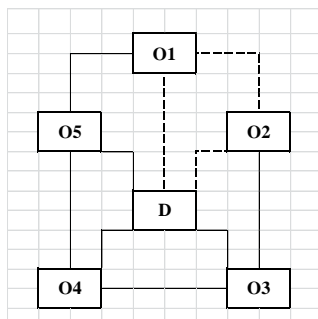
$$y_i - \text{binarne dla } i = 1, 2, \dots, I \quad (7)$$

$$z_{ij} - \text{binarne dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (8)$$

Podjęmując testowanie w *Solverze*, aby mieć odniesienie co do poprawności wyników, skorzystano z przykładu zamieszczonego w cytowanej już publikacji internetowej⁶⁰. Przykład ten dotyczy sieci dystrybucji obejmującej obsługę pięciu odbiorców przez jednego dostawcę i dla lepszego podglądu ponownie przytoczono schemat sieci dystrybucji towarów (zob. rys. 7.2). Liniami zaznaczono umownie potencjalne drogi, którymi dostawca D mający kilka samochodów może

⁶⁰ Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op.cit.

rozwozić towar do odbiorców O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 . Samochody po kursie wracają do bazy, przy czym zapotrzebowanie wymienionych odbiorców d_j wynosi: 18, 17, 16, 15, 14 sztuk. Ładowność poszczególnych samochodów wynosi 33 sztuki. W cytowanym przykładzie założono obsługę w trakcie jednego kursu najwyżej dwóch odbiorców na trasie. Przy takim założeniu jest 10 tras (zob. zaznaczenie trasy drugiej linią przerywaną).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie rysunku 1 „Przykładowa sieć dystrybucji”⁶¹.

Rys. 7.2. Sieć dystrybucji towarów

Dla uproszczenia przyjęto jednakowy koszt rozładunku u odbiorcy wynoszący 10 zł. Koszty załadunku oraz transportu na 10. trasach z podaniem wartości binarnej parametrów a_{ij} podano w tab. 7.1.

Tab. 7.1. Parametry (współczynniki) a_{ij} oraz koszty C_i na trasach

Koszt	Trasa	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
200	T_1	1	0	0	0	0
320	T_2	1	1	0	0	0
240	T_3	0	1	0	0	0
400	T_4	0	1	1	0	0
300	T_5	0	0	1	0	0
340	T_6	0	0	1	1	0
180	T_7	0	0	0	1	0
290	T_8	0	0	0	1	1
160	T_9	0	0	0	0	1
270	T_{10}	1	0	0	0	1

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tabeli 1 „Wybrane dane do przykładu odbiorców O_j ”⁶².

W nadmienionej publikacji autorzy zaznaczają, że optymalizację prezentowanego zadania decyzyjnego wykonano dodatkiem *Solver Excela* i uzyskano wartość funkcji celu 900 obejmującej zarówno koszty transportu jak i załadunku i rozładunku. Jak już wspomniałem, nie podano jednak sposobu sformułowania zadania decyzyjnego w tym programie. W naszym przykładzie dla $I = 10$ tras oraz $J = 5$ odbiorców model zadania decyzyjnego obejmuje:

$I \cdot J = 10 \cdot 5 = 50$ zmiennych ciągłych (rzeczywistych całkowitych),

$I \cdot (J + 1) = 10 \cdot (5 + 1) = 60$ zmiennych binarnych.

⁶¹ Ibidem.

⁶² Ibidem.

$$2 \cdot I \cdot J + I + J = 2 \cdot 10 \cdot 5 + 10 + 5 = 215 \text{ warunków ograniczających (2) – (5).}$$

7.3. Określenie danych wejściowych i formuł do realizacji *Solverem*

Dojście do zaprezentowanego rozwiązania wymagało wiele prób związanych ze zdefiniowaniem danych wejściowych, formuł *Excelsa* jak również ustawienia opcji optymalizacyjnych w *Solverze*. Efekt zapisania danych dla 10 tras oraz 5 odbiorców pokazano na rysunku 7.3.

B3		fx =SUMA(C3:G3)					
	A	B	C	D	E	F	G
1		Wielkość zmiennych x_{ij} przewozu trasą T_i do odbiorców O_j (na przecięciu)					
2	Trasa T_i	Razem O_j	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
3	T_1	5	1	1	1		1
4	T_2	5	1	1	1		1
5	T_3	5	1	1	1		1
6	T_4	5	1	1	1		1
7	T_5	5	1	1	1		1
8	T_6	5	1	1	1		1
9	T_7	5	1	1	1		1
10	T_8	5	1	1	1		1
11	T_9	5	1	1	1		1
12	T_{10}	5	1	1	1		1
13	Razem T_i :		10	10	10	10	10
14	Ładowność środków transportu:		33				
15		Zapotrzebowanie: d_j	18	17	16	15	14

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 7.3. Tabela wejściowa przewozów

Celowo zaznaczono też kolumny i wiersze arkusza kalkulacyjnego dla lepszego wyjaśnienia zamieszczonych w niniejszym materiale formuł *Excelsa*. Na skrzyżowaniu tras T_i i odbiorców O_j występuje 50 zmiennych x_{ij} . Macierz przewozów inicjowana jest liczbą 1. W kolumnie B występuje formuła sumy wierszowej np. (=SUMA(C3:G3)). W wierszu 13 są sumy kolumnowe np. (=SUMA(C3:C12)). W komórce C14 podano stałą ładowność samochodów równą 33. W wierszu 15 – komórki (C15:G15) zawierają zapotrzebowania odbiorców.

Kolejna tablica pokazuje trasy dopuszczalne ($T_1 - T_{10}$), łączne koszty transportu oraz załadunku i wyładunku na poszczególnych dopuszczalnych trasach dowozu towarów (zob. rys. 7.4). W wierszu 28. występują sumy możliwości dostaw do odbiorców. W macierzy (obszar C18:G27) wymieniono zapisami „0” lub „1” warianty dróg transportu. Wielkość 80 stanowi sumę zapotrzebowania wszystkich 5. odbiorców obliczoną przez *Excelsa* formułą: =SUMA(C15:G15). W wierszu 29. wprowadzono wartość 10 jako jednakowy koszt załadunku i wyładunku dla każdego z

pięciu odbiorców. Na uwagę zasługuje jeszcze kolumna H, w której w komórkach (H18:H27) zapisanie rozłożenia kosztu na odbiorców (jednego lub dwóch).

C28		fx =SUMA(C18:C27)						
A	B	C	D	E	F	G	H	
16	Wartości parametrów a_{ij} oraz koszty załadunku i realizacji kursu po trasie T_i						80	
17	Trasa T_i	Koszt C_i	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	
18	T_1	200	1	0	0	0	0	
19	T_2	320	1	1	0	0	0	
20	T_3	240	0	1	0	0	0	
21	T_4	400	0	1	1	0	0	
22	T_5	300	0	0	1	0	0	
23	T_6	340	0	0	1	1	0	
24	T_7	180	0	0	0	1	0	
25	T_8	290	0	0	0	1	1	
26	T_9	160	0	0	0	0	1	
27	T_{10}	270	1	0	0	0	1	
28	Razem:	3	3	3	3	3		
29	Koszt rozładunku c_i u odbiorców:	10	10	10	10	10		

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 7.4. Warianty możliwości dla tras transportu

Wprowadzamy jeszcze zmienną y_i w komórki (I32:I41) aktywności tras przyjmując na wejściu „1”.

O32		fx =SC\$14*I32							
I	J	K	L	M	N	O	P		
31	y_i	z_{ij}					$S \cdot y_i$	Trasa T_i	
32	1	1	0	0	0	0	33 T_1		
33	1	1	1	0	0	0	33 T_2		
34	1	0	1	0	0	0	33 T_3		
35	1	0	1	1	0	0	33 T_4		
36	1	0	0	1	0	0	33 T_5		
37	1	0	0	1	1	0	33 T_6		
38	1	0	0	0	1	0	33 T_7		
39	1	0	0	0	1	1	33 T_8		
40	1	0	0	0	0	1	33 T_9		
41	1	1	0	0	0	1	33 T_{10}		

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 7.5. Zainicjowanie zmiennych aktywności tras i dopuszczalnych rozładunków u odbiorców O1:O5

Inicjujemy macierz zmiennych z_{ij} realizowanych dopuszczalnych dostaw w obszarze (J32:N41) wprowadzając oznaczenie marszrut tras $T_1:T_{10}$. Ponadto tworzymy ograniczenia stałej ładowności pojazdów w komórkach (O32:O41) korzystając z formuły np. (=SC\$14*I32), przy czym w komórce o adresowaniu bezwzględny zapisana jest wartość „33”.

Przy takim ustawieniu wartości początkowych zmiennych całkowitych x_{ij} oraz zmiennych binarnych y_i oraz z_{ij} koszt przewozu stanowiący sumę kosztu transportu – dostawy oraz kosztów

załadunku i wyładunku wynosi „2850”, czyli jest sumą wartości w komórkach (D45+E45) – zob. rysunek 7.6.

B45 fx =D45+E45						
	A	B	C	D	E	F
45	Koszt przewozu:	2850	Dostawa →	2700	150	← Załadunek i rozładunek

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 7.6. Ustawienie funkcji celu w komórce B45

Trzeba jeszcze wymienić formułę zapisaną w komórce D45 (=I53) stanowiącą sumę iloczynów zapisanych w komórkach (I43:I52) formułą np.: (=B32*I32), czyli zmiennej y_i i kosztu C_i . Dla zmiennych początkowych koszt dostawy wynosi: 2700 (zob. rys. 7.7).

	I
42	Koszt T_i
43	200
44	320
45	240
46	400
47	300
48	340
49	180
50	290
51	160
52	270
53	2700

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 7.7. Obliczone koszty dostawy na trasach ($T_1:T_{10}$)

Ze względu na przyjęty jednakowy koszt załadunku i wyładunku wynik w komórce E45 otrzymujemy korzystając z formuły (=10*Q42). Wielkość w komórce Q42 jest sumą sum z komórek zmiennych z_{ij} i dla zmiennych początkowych równa się 15, co prezentuje rysunek 7.8.

Q33 fx =SUMA(J33:N33)			
	P	Q	R
31	Trasa T_i	SUMA (z_{ij})	
32	T_1	1	
33	T_2	2	
34	T_3	1	
35	T_4	2	
36	T_5	1	
37	T_6	2	
38	T_7	1	
39	T_8	2	
40	T_9	1	
41	T_{10}	2	
42		15	

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 7.8. Sumowanie aktywności zmiennej z_{ij} na trasach ($T_1:T_{10}$)

W celu wprowadzenia ograniczeń dostaw na poszczególnych trasach wynikających z ładowności i potrzeb odbiorców konieczne jest jeszcze opracowanie w *Excelu* tabeli pomocniczej reagującej na kształtowanie się zmiennej z_{ij} w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji. Jako kryteria graniczne w ramach kolumn (J:N) przyjęto zamówienia odbiorców zapisane w wierszu 54. Tak więc przykładowa formuła dla trasy T_1 i odbiorcy O_1 jest następująca: ($=\$J\$54*\$J32*\$H\$18$). Pełny komplet obliczeń pokazano na rysunku 7.9.

	J	K	L	M	N
43	n * z _i . w _i				
44	18,0	0,0	0,0	0,0	0,0
45	18,0	17,0	0,0	0,0	0,0
46	0,0	17,0	0,0	0,0	0,0
47	0,0	17,0	16,0	0,0	0,0
48	0,0	0,0	16,0	0,0	0,0
49	0,0	0,0	16,0	15,0	0,0
50	0,0	0,0	0,0	15,0	0,0
51	0,0	0,0	0,0	15,0	14,0
52	0,0	0,0	0,0	0,0	14,0
53	18,0	0,0	0,0	0,0	14,0
54	18	17	16	15	14

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 7.9. Obliczenia pomocnicze do ograniczeń funkcji celu.

7.4. Skorzystanie z metody optymalizacji „LP simpleks” w Solverze

Ustawiamy się na komórce funkcji celu tj. B45 (zob. rys. 7.10). Poprzez menu „Dane” wywołujemy dodatek programowy *Solver*.

	A	B
45	Koszt przewozu:	2850

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 7.10. Ustawienie się na komórce celu B45 przed realizacją zadania optymalizacyjnego

Mając wprowadzone dane początkowe zapisane w komórkach arkusza kalkulacyjnego *Excel*, przystępujemy do zdefiniowania parametrów dla programu *Solver* i w tym celu poprzez ustawienia się na komórkach lub zaznaczając obszar określamy:

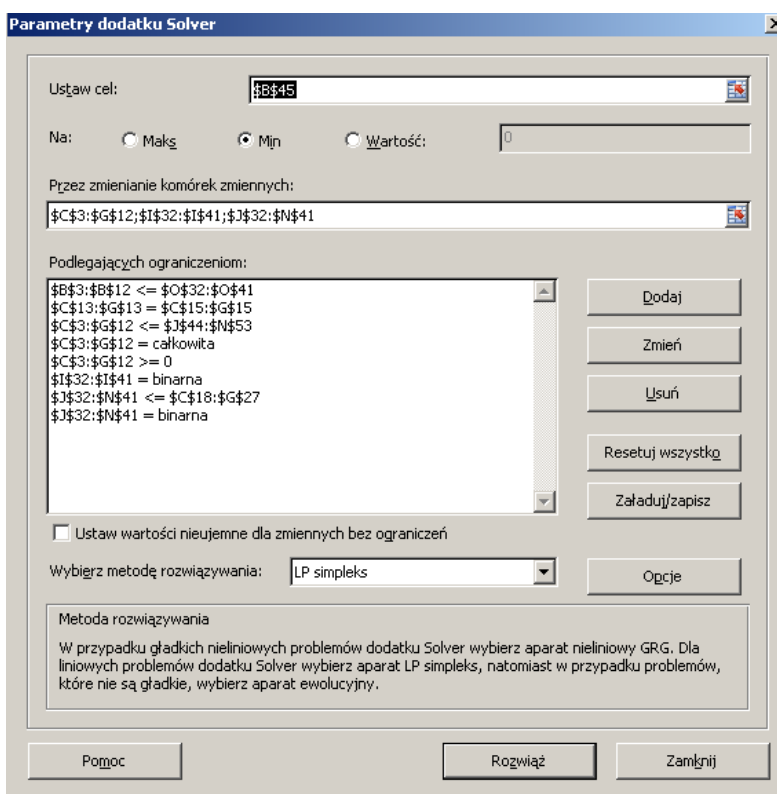
- komórkę celu ($\$B\45) ze wskazaniem na „Min”;
- obszary zmiennych: x_{ij} ($\$C\$3:\$G\12), y_i ($\$I\$32:\$I\41), z_{ij} ($\$J\$32:\$N\41);
- ograniczenia zmiennych: $\$B\$3:\$B\$12 \leq \$O\$32:\$O\41 ; $\$C\$13:\$G\$13 = \$C\$15:\$G\15 ;

$\$C\$3:\$G\$12 \leq \$J\$44:\$N\53 , $\$J\$32:\$N\$41 \leq \$C\$18:\$G\27 ;

- warunki brzegowe zmiennych x_{ij} : $\$C\$3:\$G\$12 = \text{całkowita}$, $\$C\$3:\$G\$12 \geq 0$;
- warunki brzegowe zmiennej y_i : $\$I\$32:\$I\$41 = \text{binarna}$;

- warunki brzegowe zmiennych z_{ij} : $\$J\$32:\$N\$41 = \text{binarna}$.

Zwróćmy uwagę, że *Solver* adresuje obszary jako bezwzględne dodając „\$”. Znaki nierówności wprowadzane są podwójnie np. (\leq). Całkowitoliczbowość zmiennej x_{ij} określana jest poprzez wybór opcji „*int*” a binarność zmiennych y_i oraz z_{ij} wybierając opcję „*bin*”. Musimy jeszcze ustawić wartości nieujemne dla zmiennych x_{ij} jako bez ograniczeń (okienko puste). Wybieramy metodę rozwiązywania „*LP simpleks*”. Program podpowiada nam cytując: „*W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie wybierz aparat ewolucyjny*”. Widok okna dialogowego „*Parametry dodatku Solver*” pokazano na rysunku 7.11.



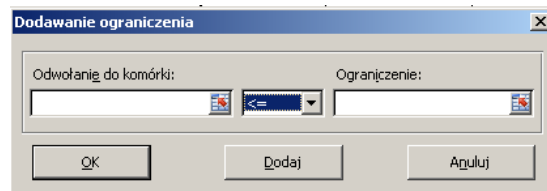
Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 7.11. Wypełnione okno „*Parametry dodatku Solver*”

Solver umożliwia wykonywanie modyfikacji ograniczeń poprzez skorzystanie z przycisków: „*Dodaj*”, „*Zmień*”, „*Usuń*”. Przykład otwartego okna „*Dodawanie ograniczeń*” przedstawiono na rysunku 7.12. W „*Odwołanie do komórek*” podajemy adresy bezwzględne obszarów/komórki, a w „*Ograniczenie*” także odpowiednie adresy lub wartość liczbową. W podoknie wyboru mamy możliwość zaznaczenia: \leq , $=$, \geq , *int*, *bin*, *dif*.

Wprowadzenie rozszerzenia „*dif*” informuje o potrzebie wymiany danych tekstowych z innymi aplikacjami i wtedy zapisywany jest tylko aktywny arkusz. Trzeba jednak pamiętać, że zapisywanie skoroszytu w dowolnym formacie tekstowym powoduje częściową utratę jego

dotychczasowego formatowania. W tym formacie plików zapisywany jest tylko tekst, wartości oraz formuły z aktywnego arkusza. W sytuacji gdy opcje arkusza są ustawione tak, aby w komórkach były wyświetlane wyniki formuł to w przekonwertowanym pliku zapisywane są tylko wyniki formuł. Aby zapisać formuły, należy je wyświetlić w arkuszu przed zapisaniem pliku korzystając z karty *Plik* i w ramach *Opcji* kategorii *Zaawansowane*.

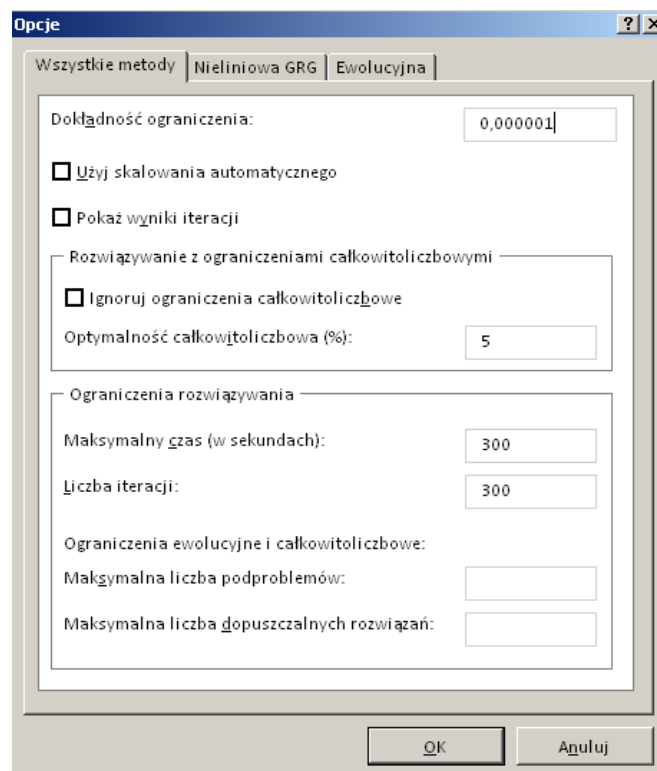


Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 7.12. Okno definiowania ograniczeń zmiennych

Istotną rolę dla rozwiązywania iteracyjnego zadania optymalizacyjnego odgrywają odpowiednie ustawienia w oknie „*Opcje*” (zob. rysunek 7.13) i dlatego przyjąłem:

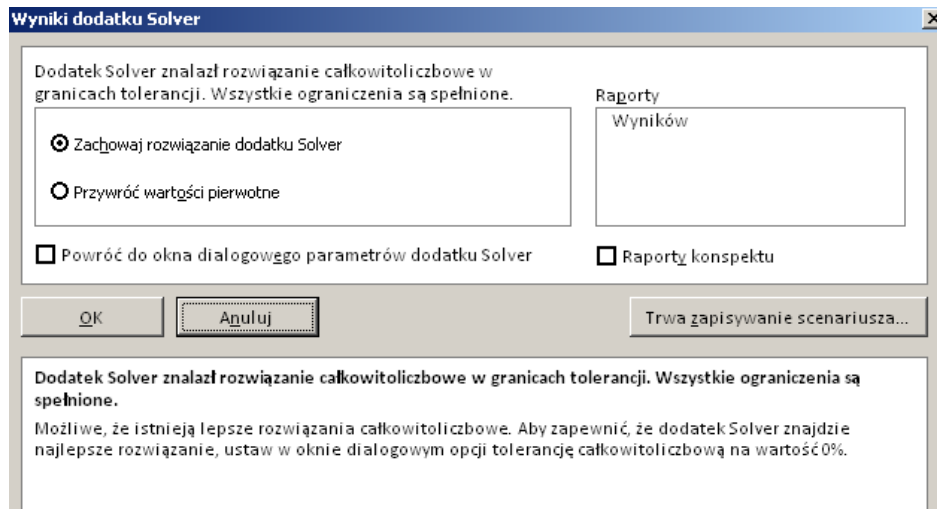
- dokładność ograniczenia (0,000001),
- rozwiązywanie z ograniczeniami całkowitoliczbowymi (5%),
- ograniczenie czasu rozwiązywania 300 sekund,
- liczba iteracji – 300.



Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 7.13. Ustawienia w oknie „*Opcje*”

Po naciśnięciu „OK” program realizuje kolejne iteracje procedury „LP simpleks”, a gdy już uzyska rozwiązanie to informuje o tym użytkownika generując okno „Wyniki dodatku Solver” (zob. rysunek 7.14).



Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 7.14. Okno komunikatu o znalezieniu rozwiązania

Z okna (zob. rysunek 7.14) dowiadujemy się, że „Dodatek Solver znalazł rozwiązanie całkowitoliczbowe w granicach tolerancji. Wszystkie ograniczenia są spełnione”. Program podpowiada nam również: „Możliwe, że istnieją lepsze rozwiązania całkowitoliczbowe. Aby zapewnić, że dodatek Solver znajdzie lepsze rozwiązanie, ustaw w oknie dialogowym opcji tolerancję całkowitoliczbową na wartość 0%”. W ramach okna dialogowego „Wyniki dodatku Solver” możemy ponadto:

- zachować rozwiązanie dodatku Solver (na innym pliku) lub przywrócić wartości pierwotne,
- zażądać raportu wyników,
- powrócić do okna dialogowego parametrów dodatku Solver,
- zażądać raport konspektu,
- zapisać scenariusz.

Przykładowo wybrano raport wyników oraz zapisano rozwiązanie na odrębnym pliku. Efektem końcowym jest wynik zapisany w komórce celu. Zatem minimalny koszt dostawy oraz załadunku i wyładunku wynosi 900 i jest zgodny z wcześniej sygnalizowanym rozwiązaniem otrzymanym przez siebie w programie WinQSB (zob. rysunek 7.15).

	A	B	C	D	E	F
45	Koszt przewozu:	900	Dostawa →	850	50	← Załadunek i rozładunek

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 7.15. Efekt działania Solvera (wynik w komórce celu B45)

Zobaczymy jeszcze jakie trasy przewozów uznał *Solver* za optymalne i jakie na nich ulokował przewozy. Z kolejnego rysunku 7.16 wynika, że rozwiązania są następujące:

$$T_3 - O_2 \text{ 17 szt.},$$

$$T_6 - O_3 \text{ 16 szt. oraz } T_3 - O_4 \text{ 15 szt.},$$

$$T_{10} - O_1 \text{ 18 szt. oraz } T_{10} - O_5 \text{ 14 szt.}$$

B8 f: =SUMA(C8:G8)							
A	B	C	D	E	F	G	
Wielkość zmiennych x_{ij} przewozu trasą T_i do odbiorców O_j (na przecięciu)							
Trasa T_i	Razem O_j	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	
T ₁	0	0	0	0	0	0	0
T ₂	0	0	0	0	0	0	0
T ₃	17	0	17	0	0	0	0
T ₄	0	0	0	0	0	0	0
T ₅	0	0	0	0	0	0	0
T ₆	31	0	0	16	15	0	0
T ₇	0	0	0	0	0	0	0
T ₈	0	0	0	0	0	0	0
T ₉	0	0	0	0	0	0	0
T ₁₀	32	18	0	0	0	0	14

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 7.16. Optymalne dostawy

Trasom odpowiada zmienna y_i , która dla tras optymalnym przyjęła wielkość „1”. Podobnie *Solver* wyróżnił wielkością binarną „1” odbiorców do których dotarł towar daną trasą uznaną jako optymalna (zob. rysunek 7.17). W kolumnie „O” obliczana jest dopuszczalna ładowność na trasach wynikająca z wartości zmiennej y_i po optymalizacji.

O34 f: =SC\$14*134								
I	J	K	L	M	N	O	P	
y_i	z_{ij}					$S \cdot y_i$	Trasa T_i	
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₁
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₂
1	0	1	0	0	0	33		T ₃
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₄
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₅
1	0	0	1	1	0	33		T ₆
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₇
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₈
0	0	0	0	0	0	0	0	T ₉
1	1	0	0	0	0	33		T ₁₀

Źródło: Opracowanie własne w dodatku *Solver*.

Rys. 7.17. Wybór optymalny tras dostaw

Zagłębmy jeszcze do naszej tabeli pomocniczej obliczania przewozów jak ograniczeń tabeli wyników po optymalizacji (zob. rysunek 7.18). Widzimy tu odbicie tabeli (rys. 7.17) z uwzględnieniem dopuszczalnych zamówień przez poszczególnych pięciu odbiorców.

	J	K	L	M	N
43	$\sum z_i \cdot w_i$				
44	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
45	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	0,0	17,0	0,0	0,0	0,0
47	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
48	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	0,0	0,0	16,0	15,0	0,0
50	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
51	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
52	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
53	18,0	0,0	0,0	0,0	14,0
54	18	17	16	15	14

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 7.18. Sytuacja w tabeli (wg rys. 7.9) po działaniu optymalizacyjnym Solvera

W obszernym raporcie wyników programu *Microsoft Excel 14.0*, którego fragment stanowi rysunek 7.19 dowiadujemy się o:

- nazwie pliku oraz zastosowanym modelu (VRPB),
- zastosowanym aparacie obliczeniowym (LP simpleks),
- czasie rozwiązania (1,454 sek.),
- liczbie iteracji – 36,
- liczbie podproblemów zadania optymalizacyjnego,
- założonych opcjach względem dodatku Solver o których już wcześniej wspominałem,
- wartości początkowej i końcowej w komórce celu.
- wartościach początkowych i końcowych poszczególnych dostaw, w tym naszej przykładowej (T3 O2) zapisanej w notacji komputerowej.

Komórka celu (Min)					
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa		
\$B\$45	Koszt przewozu: Średnia:	2850	900		
Komórki zmiennych					
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite	
\$C\$3	T1 O1	1	0	0	Całkowite
\$D\$3	T1 O2	1	0	0	Całkowite
\$E\$3	T1 O3	1	0	0	Całkowite
\$F\$3	T1 O4	1	0	0	Całkowite
\$G\$3	T1 O5	1	0	0	Całkowite
\$C\$4	T2 O1	1	0	0	Całkowite
\$D\$4	T2 O2	1	0	0	Całkowite
\$E\$4	T2 O3	1	0	0	Całkowite
\$F\$4	T2 O4	1	0	0	Całkowite
\$G\$4	T2 O5	1	0	0	Całkowite
\$C\$5	T3 O1	1	0	0	Całkowite
\$D\$5	T3 O2	1	17	17	Całkowite

Źródło: Opracowanie własne w dodatku Solver.

Rys. 7.19. Fragment raportu wyników wygenerowanego przez dodatek Solver

A teraz zobaczymy jeszcze na fragmencie widoku raportu kombinowanego „*Combined Report for VRPB*” jak nasze zadanie marszrutyzacji zrealizował moduł „*Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*” (*Linear and Integer Programming*) pakietu *WinQSB* (zob. rysunek 7.20).

	09:11:14		Thursday	June	04	2015
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	0	0	0	at bound
2	X12	0	0	0	0	at bound
3	X13	0	0	0	0	at bound
4	X14	0	0	0	0	at bound
5	X15	0	0	0	0	basic
6	X21	0	0	0	9,6970	at bound
7	X22	0	0	0	9,6970	at bound
8	X23	0	0	0	9,6970	at bound
9	X24	0	0	0	9,6970	at bound
10	X25	0	0	0	9,6970	at bound
11	X31	0	0	0	0,3030	at bound
12	X32	17,0000	0	0	0	basic

Źródło: Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op. cit., rys. 1.9.14.

Rys. 7.20. Początkowy fragment rozwiązania optymalnego w *WinQSB*

* * *

W podsumowaniu warto zwrócić uwagę na złożoność formatowania zadania decyzyjnego o zmiennych mieszanych problemu marszrutyzacji realizowanego dodatkiem *Solver*. Jednak dość dokładnie zaprezentowane postępowanie może być kanwą podejść do innych problemów w zakresie logistyki zwłaszcza na etapie edukacyjnym.

Warto jeszcze bliżej poznawać funkcjonalność narzędzia informatycznego jakim jest *Solver* będący dodatkiem do arkusza kalkulacyjnego *MS Excel*, którego to coraz nowsze wersje proponuje firma Microsoft. Interesujące jest też zgłębienie arkanów informacji zapisanych w tekście „*Pomoc*” wywoływanym z poziomu pracy *Excela*.

8. Marszrutyzacja przewozów z zastosowaniem programu WinQSB



8.1. Wstęp

W niniejszym rozdziale, dla lepszego zobrazowania postępowania, powtórzono akapity algorytmu ujęte w wcześniejszym rozwiązaniu z zastosowaniem funkcji *Excelsa*. Jak już wspomniano jednym z kierunków badań w logistyce jest zastosowanie programowania matematycznego do zarządzania łańcuchem dostaw. Można w nich wyodrębnić następujące klasy zagadnień, których celem jest optymalizacja⁶³:

- marszrutyzacja środków transportu dla potencjalnych tras dostaw (*VRP - Vehicle Routing Problems*),
- planowanie czasowe realizacji dostaw (*Vehicle Scheduling Problems*),
- lokalizacja magazynów produkcyjnych lub punktów dystrybucji (*Facility Location*),
- zaprojektowanie sieci dystrybucyjnych (*Transportation Network Design Problems*),
- określenie ilości i ładowności środków transportu do realizacji dostaw (*Vehicle Fleet Sizing Problems*).

Według Mirosława Liana oraz Tomasza Pisuli⁶⁴ głównymi elementami zarządzania łańcuchem dostaw są:

- długoterminowe planowanie marszrutyzacji dostaw;
- planowanie i projektowanie nowych punktów produkcyjnych, centrów dystrybucyjno-magazynowych oraz intermodalnych sieci transportowych;
- planowanie wielkości sieci transportowej;
- określanie obsady osobowej do sieci zaopatrzenia.

Problematyka marszrutyzacji ma wiele wariantów rozwiązań modeli decyzyjnych. Warto tu wymienić klasyczne już zagadnienie komiwojażera (*Travelling Salesman Problem*), które dotyczy pojedynczego środka transportu bez ograniczenia dotyczącego jego ładowności. Celem jest określenie zamkniętej trasy dostaw począwszy od bazy, poprzez odbiorców, dla których znane są popyty oraz miejsca zlokalizowania. W podstawowej odmianie problemu marszrutyzacji (*VRP*) następuje wybór tras dostaw do kilku odbiorców. Znany miejsce oraz potrzeby odbiorców. Tabor pojazdów charakteryzuje się jednakową ładownością, przy czym pojazdy wyjeżdżają od jednego dostawcy. Funkcja celu takiego zadania decyzyjnego ma na celu minimalizowanie łącznych kosztów obsługi lub całkowitej długości tras przewozów do odbiorców. Zagadnienie transportowe określone skrótem *VRP* doczekało się opracowania różnych jego odmian, a mianowicie:

a) *VRPB - Vehicle Routing Problem with Backhauling*. Brani są pod uwagę odbiorcy towarów, których zaopatruje centrum bazowe oraz dostawcy zaopatrujący to centrum. W tej odmianie marszrutyzacji oprócz liczby i

⁶³ Opracowanie niniejsze bazuje na artykule: Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, artykuł w czasopiśmie *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, tom XIV, 2013, <http://www.academia.edu/9499435>.

⁶⁴ Ibidem.

pojemności środków transportu dodatkowo wymaga się, aby załadunek u dostawców następował po wyładunku dóbr u odbiorców, Może pojawić tu się problem sterowania pustymi przebiegami pojazdów.

b) MPDP - *Mixed Pickup and Delivery Problem*. Jest alternatywnym rozwiązaniem VRPB, z możliwością naprzemiennego załadunku towarów dostawców i wyładunku u odbiorców.

c) PVRP - *Periodic Vehicle Routing Problem*. Stanowi problem planowania okresowych dostaw towarów do odbiorców, aby długość tras dla całego okresu planowania była minimalna. Zagadnienie zmierza do wyznaczenia do których odbiorców w danym dniu zostanie dowieziony towar i jakimi trasami.

d) VRPTW - *Vehicle Routing with Time Windows*. Odmiana ta uwzględnia „okna czasowe” rozpoczęcia pracy u każdego odbiorcy. Jeśli pojazdy będą u odbiorców wcześniej to muszą czekać na towar. Dopuszcza się możliwość wcześniejszego obsłużenia przybyłego transportu, lecz wiąże się to z określonymi karami.

e) IRP - *Inventory Vehicle Routing*. W tej odmianie problemu marszrutyzacji następuje minimalizowanie łącznych kosztów użycia środków transportu oraz magazynowania dóbr.

Inspiracją do napisania tego artykułu było zapytanie internetowe odnośnie rozwiązania zadania - cytuję: „...*Problem marszrutyzacji środków transportu w planowaniu tras dostaw z wykorzystaniem metody optymalizacji Vehicle Routing Problem with Backhauling (VRPB)*”. Jak już nadmieniono metoda ta jest modyfikacją klasycznego modelu marszrutyzacji dostaw z uwzględnieniem dostaw powrotnych od odbiorców. Zagadnienie optymalizacyjne polega na takim wyborze tras, aby zminimalizować koszty załadunku, transportu oraz rozładunku. W modelowaniu zadania decyzyjnego stosuje się zmienne mieszane rzeczywiste i binarne.

8.2. Model matematyczny zadania decyzyjnego klasy VRP

Zanim przystąpimy do rozpatrzenia liniowego modelu matematycznego marszrutyzacji typu VRP przypomnijmy sobie jego założenia:

- firma przewozowa ma jednostopniowy system dystrybucji tj. dostawca (jeden magazyn centralny) obsługuje kilka odbiorców np. marketów handlowych;
- transporty towarów do dostawców mogą odbywać się cyklicznie;
- pojazdy mają jednakową ładowność i te same koszty na danej trasie; ładowność może być wyznaczona poprzez takie cechy fizyczne jak objętość i powierzchnię skrzyni ładunkowej, dopuszczalna masa ładunku, przy czym jedna z tych cech powinna być dominującą; można na podstawie tych cech wyznaczyć całkowite możliwości taboru zwanego też flotą pojazdów;
- przewożone towary są jednakowo przygotowane do przewozu, np. towary są zamocowane na standardowych paletach EUR;
- znana jest mapa połączeń między dostawcą a odbiorcami, z zaznaczeniem odległości i czasu przejazdu, istnieje możliwość wyznaczenia potencjalnych tras dostaw rozpoczynających i kończących się u dostawcy;
- przebycie określonej trasy wywołuje pewien koszt, z rozróżnieniem załadunku, transportu oraz wyładunku;
- w optymalizacji koszty zmienne dostaw (zależne od wielkości ładunku wynikającego z łącznego zapotrzebowania odbiorców) są pomijane;
- uwzględnia się część stałą kosztów wywołaną operacją załadunku lub wyładunku towarów,
- po każdej trasie odbywa się tylko jeden kurs pojazdu,

- w każdym kursie następuje jeden załadunek u dostawcy, a jego koszty stałe można dodać do kosztów transportu,

- koszty stałe rozładunku mogą być różne u poszczególnych odbiorców.

W optymalnej marszrutyzacji środków transportu dla potencjalnych tras według VRP problem decyzyjny polega na wyborze tras, którymi można dostarczyć żądane ilości towarów odbiorcom przy minimalnych kosztach sumarycznych. Rozpoznanie źródeł internetowych wykazało istnienie krótkiej publikacji poświęconej tematowi dostaw według marszrutyzacji VRP⁶⁵. Zamieszczono w niej propozycję ogólnego modelu matematycznego takiego problemu decyzyjnego obejmuje funkcję celu, ograniczenia zasobów oraz warunki brzegowe zmiennych. Funkcja celu stanowi sumę kosztu transportu oraz kosztów stałych załadunku u dostawcy (pierwszy człon FC) oraz koszty stałe rozładunków u odbiorców (człon drugi FC).

$$FC(y_i, z_{ij}) = \sum_{i=1}^I C_i * y_i + \sum_{i=1}^I c_j * z_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

gdzie:

* - znak mnożenia w *Excelu*,

I - liczba tras; i - numer trasy, $i = 1, 2, \dots, I$; J - liczba odbiorców; j - numer odbiorcy,

$j = 1, 2, \dots, J$; C_i - koszt przejazdu po trasie T_i powiększony o koszt stały załadunku ($C_i > 0$); c_j - stały koszt rozładunku u odbiorcy O_j ($c_j > 0$).

Wprowadzone do zadania decyzyjnego ograniczenia obejmują:

a) 5 warunków dla odbiorców:

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} = d_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, J \quad (2)$$

b) 10 warunków dla tras:

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq S * y_i \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I \quad (3)$$

c) 5x10 warunków ładowności samochodów:

$$x_{ij} \leq S * z_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

d) 5x10 warunków możliwości dostawy:

$$z_{ij} \leq a_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (5)$$

W wymienionych warunkach wprowadzono parametry: d_j - zapotrzebowanie odbiorcy O_j ($d_j \geq 0$); S - ładowność samochodu ($S > 0$); a_{ij} - wskazujący na możliwe punkty odbioru towaru na trasie przez odbiorców.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Liczba jeden występuje wtedy, gdy odbiorca O_j położony jest na trasie T_i , a liczba zero, w przeciwnym przypadku. Złożoność problemu wymaga wprowadzenia do modelu zadania decyzyjnego trzech grup zmiennych, a mianowicie:

x_{ij} - wielkość ładunku przewożonego po trasie T_i do odbiorcy O_j ;

⁶⁵ Ibidem.

y_i - wybrana trasa dostawy ładunku, przyjmująca 1, gdy realizowany jest kurs po trasie T_i , lub 0, w przypadku przeciwnym;

z_{ij} - wyładunek u odbiorcy O_j , wartość 1, gdy następuje w trakcie kursu po trasie T_i lub 0 w przypadku przeciwnym.

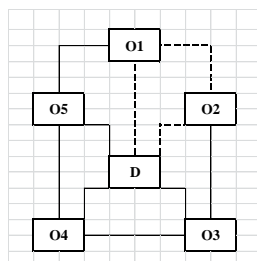
Widzimy, że w modelu zadania decyzyjnego występują zmienne mieszane x_{ij} , które przyjęto jako całkowitoliczbowe oraz y_j i z_{ij} jako zmienne binarne. Ponadto w modelu zadania decyzyjnego niezbędne są warunki brzegowe:

$$x_{ij} \geq 0 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

$$y_i - \text{binarne dla } i = 1, 2, \dots, I \quad (7); \quad z_{ij} - \text{binarne dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (8)$$

8.3. Założenia do testowania modelu programem *WinQSB*

Pakiet *WinQSB* można bezpłatnie pozyskać z Internetu wywołując z domeny *google* program *winqsb.exe*. Zawiera on obszerną funkcjonalność w zakresie modelowania ekonometrycznego, prognozowania oraz optymalizacji, a w tym zastosowany w niniejszym przykładzie moduł „Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe”. Aby, mieć odniesienie co do poprawności wyników skorzystano z przykładu zamieszczonego w cytowanej już publikacji⁶⁶. Przykład ten dotyczy sieci dystrybucji obejmującej obsługę pięciu odbiorców przez jednego dostawcę (zob. rysunek 8.1). Liniami zaznaczono umownie potencjalne drogi, którymi dostawca D mający kilka samochodów może rozwozić towar do odbiorców O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 .



Źródło: Opracowanie własne na podstawie rysunku 1. „Przykładowa sieć dystrybucji”⁶⁷.

Rys. 8.1. Sieć dystrybucji towarów

Samochody po kursie wracają do bazy, przy czym zapotrzebowanie wymienionych odbiorców d_j wynosi: 18, 17, 16, 15, 14 sztuk. Ładowność poszczególnych samochodów wynosi 33 sztuki. W cytowanym przykładzie założono obsługę w trakcie jednego kursu najwyżej dwóch odbiorców na trasie. Przy takim założeniu jest 10 tras (zob. zaznaczenie trasy drugiej linia przerywaną na rysunku 8.1). Dla uproszczenia przyjęto jednakowy koszt rozładunku u odbiorcy wynoszący 10

⁶⁶ Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op.cit.

⁶⁷ Ibidem.

zł. Koszty załadunku oraz transportu na 10. trasach z podaniem wartości binarnej parametrów a_{ij} podano w tabeli 8.1.

Tab. 8.1. Parametry (współczynniki) a_{ij} oraz koszty C_i na trasach

Koszt	Trasa	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅
200	T ₁	1	0	0	0	0
320	T ₂	1	1	0	0	0
240	T ₃	0	1	0	0	0
400	T ₄	0	1	1	0	0
300	T ₅	0	0	1	0	0
340	T ₆	0	0	1	1	0
180	T ₇	0	0	0	1	0
290	T ₈	0	0	0	1	1
160	T ₉	0	0	0	0	1
270	T ₁₀	1	0	0	0	1

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tabeli 1. „Wybrane dane do przykładu odbiorców O_j ”⁶⁸.

W nadmienionej publikacji autorzy zaznaczają, że optymalizację prezentowanego zadania decyzyjnego wykonano dodatkiem *Solver Excela* i uzyskano wartość funkcji celu 900. Nie podano jednak sposobu sformułowania zadania decyzyjnego w tym programie. Wobec uciążliwości zapisania omawianego zadania w *Solverze* w warunkach własnego mikrokomputera - przy wielu zmiennych oraz ograniczeniach i warunkach brzegowych zdecydowałem się rozwiązać to zadanie programem *WinQSB*. Mając $I = 10$ tras oraz $J = 5$ odbiorców to w modelu mamy:

- $I \times J = 10 \times 5 = 50$ zmiennych ciągłych (rzeczywistych całkowitych),
- $I \times (J + 1) = 10 \times (5 + 1) = 60$ zmiennych binarnych.
- $2 \times I \times J + I + J = 2 \times 10 \times 5 + 10 + 5 = 215$ warunków ograniczających (2) - (5).

8.4. Procedura sformułowania zadania decyzyjnego w *WinQSB*

Po zainstalowaniu programu *winqsb.exe* z Internetu, z menu *Start* wywołujemy ten program a następnie wybieramy moduł *Linear and Integer Programming*. Nadajemy nazwę pliku dążenie funkcji celu do minimum kosztu przewozu oraz podajemy wstępną ilość zmiennych oraz ograniczeń. W trakcie dalszego formułowania zadania decyzyjnego możemy skorygować ilość zmiennych i ograniczeń. Zarówno funkcja celu jak i ograniczenia mają postać liniową. W programie *WinQSB* wybieramy spośród dwóch możliwości *Normal*, *Matrix* tą drugą, odpowiadającą arkuszowi kalkulacyjnemu *Excel*. Wprowadzamy także 50 zmiennych x_{ij} z współczynnikami zero. Następnie wprowadzamy współczynniki C_i (koszty przewozu na 10 trasach) do zmiennych y_j . Miejsca odbioru na trasach zaznaczone są liczbą 1 lub 0 przy 50 zmiennych z_{ij} , gdy dany odbiorca nie „sąsiaduje” z wcześniej podanym dla danej trasy. Fragment widoku ekranu dla minimalizowanej funkcji celu w

⁶⁸ Ibidem.

zakresie zmiennych X11-X25 prezentuje rysunek 8.2. Zwróćmy uwagę, że dla potrzeb przetwarzania komputerowego liczby przy zmiennych zapisujemy w postaci normalnej.

Variable -->	X11	X12	X13	X14	X15	X21	X22	X23	X24	X25
Minimize : X11	0									
C1	1					1				
C2		1					1			
C3			1					1		
C4				1					1	
C5					1					1
C6	1	1	1	1	1					
C7						1	1	1	1	1
C8										
C9										
C10										
C11										
C12										
C13										
C14										
C15										
C16	1									
C17		1								
C18			1							

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.2. Widok fragmentu ekranu formułowania zadania decyzyjnego w zakresie zmiennych x_{ij} oraz częściowo ograniczeń (2), (3), (4)

Kolejny widok ekranu (zob. rysunek 8.3) pokazuje wprowadzone współczynniki kosztów przewozu zwane również parametrami oraz współczynniki ograniczenia (3) po przeniesieniu ($S \times y_i$) na lewą stronę nierówności. Trzeba zaznaczyć, że staranne sformułowanie zadania decyzyjnego ma podstawowe znaczenie w uzyskaniu prawidłowego rozwiązania.

Variable -->	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10
Minimize	200	320	240	400	300	340	180	290	160	270
C1										
C2										
C3										
C4										
C5										
C6	-33									
C7		-33								
C8			-33							
C9				-33						
C10					-33					
C11						-33				
C12							-33			
C13								-33		
C14									-33	
C15										-33

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.3. Widok fragmentu ekranu formułowania zadania decyzyjnego w zakresie zmiennych y_i oraz częściowo ograniczenia (3)

W zakresie funkcji celu pozostaje nam jeszcze wprowadzenie współczynników przy zmiennej rozładunku - z_{ij} . Zgodnie z założeniami przykładu koszt załadunku dla wszystkich tras i odbiorców jest stały i wynosi 10 zł. Fragment zmiennych Z11-Z22 pokazano na rysunku 8.4.

Variable -->	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z21	Z22
Minimize	10	10	10	10	10	10	10
C1							

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.4. Fragment ekranu formułowania zadania decyzyjnego w zakresie 50 zmiennych z_{ij}

Dla celów dydaktycznych pokazano także końcowy fragment sformułowanej funkcji celu w programie *WinQSB* oraz wpisane zapotrzebowania pięciu odbiorców w kolumnie *R.H.S.* z zakończeniem zapisu warunku (2) - zob. rysunek 8.5.

Z104	Z105	Direction	R. H. S.
10	10	=	18
		=	17
		=	16
		=	15
		=	14
		<=	0
		<=	0

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.5. Widok fragmentu ekranu wskazania kierunku i wartości prawej strony ograniczenia (2) oraz częściowo ograniczenia (3) po sprowadzeniu zmiennych y_j na lewa stronę nierówności

Zwróćmy uwagę, że program numeruje narastająco kolejno wprowadzone ograniczenia, natomiast zmiennym nadano nazwy według wcześniej przedstawionego modelu matematycznego. Początkowy fragment sformułowania warunku (4) dla zmiennych X_{11} - X_{22} , po sprowadzeniu zmiennych na lewą nierówności pokazano na rysunku 8.6.

Variable -->	X11	X12	X13	X14	X15	X21	X22
C16	1						
C17		1					
C18			1				
C19				1			
C20					1		
C21						1	
C22							1

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.6. Przykład zapisu współczynników dla zmiennych X_{11} - X_{22}

Następny widok jest przykładem zapisu współczynników o wartości **1** dla zmiennych Z_{11} - Z_{22} warunku (5) stanowiących ograniczenia C_{66} - C_{72} . Zwróćmy uwagę na nie zapisywanie współczynników zero, program *WinQSB* przyjmuje je domyślnie jeśli jest pusta komórka w arkuszu typu *Matrix* (zob. rysunek 8.7).

Variable -->	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z21	Z22
C66	1						
C67		1					
C68			1				
C69				1			
C70					1		
C71						1	
C72							1
C73							

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.7. Przykład zapisu współczynników dla zmiennych Z_{11} - Z_{22}

Mamy 50 ograniczeń typu (5) odpowiadających macierzy a_{ij} dopuszczalnych odbiorów na 10 trasach. W kolumnie kierunku *Direction* zapisywane są dla komputera dwoma symbolami jako „<=”, a w kolumnie zasobów *R.H.S*) występują dla nich wartości binarne zgodnie z macierzą parametrów podaną wcześniej w tabeli 8.1. Zamieszczone na rysunku 8.8 wartości dotyczą trasy T_1 oraz trasy T_2 na której jest dwóch odbiorców.

Direction	R. H. S.
<=	1
<=	0
<=	0
<=	0
<=	0
<=	0
<=	1
<=	1
<=	0
<=	0
<=	0

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.8. Przykład zapisu stałych ograniczenia (5) dla tras T_1 i T_2

Pozostaje nam jeszcze sformułowanie warunków brzegowych dla pięćdziesięciu x_{ij} , dziesięciu y_i , oraz pięćdziesięciu zmiennych z_{ij} określonych ograniczeniami (6), (7), (8) naszego modelu decyzyjnego wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji. W programie zaznacza się warunki brzegowe w linii dolnego *LowerBound* oraz górnego *UpperBound* ograniczenia warunku dla danej zmiennej. Przyjęto dolne ograniczenie dla zmiennej x_{ij} jako zero a górne jako M , co oznacza swobodny dobór wielkości górnej. Ponadto poprzez wielokrotne kliknięcie na komórkę typu zmiennej *VariableType* wybrano *Integer*, co oznacza całkowitoliczbowość wyników optymalnych (zob. rysunek 8.9).

LowerBound	0	0	0
UpperBound	M	M	M
VariableType	Integer	Integer	Integer

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.9. Przykład zapisu warunków brzegowych dla zmiennych x_{ij}

Zmienne y_i charakteryzuje typ binarny, który wybieramy poprzez klikanie w wierszu *VariableType* formułowanego zadania decyzyjnego (zob. rysunek 8.10).

LowerBound	0	0	0
UpperBound	1	1	1
VariableType	Binary	Binary	Binary

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.10. Przykład zapisu warunków brzegowych dla zmiennych y_i

Przykład dwóch fragmentów ekranu (początek i zakończenie) definiowania warunków brzegowych dla zmiennej z_{ij} o typie zmiennej również binarnym przedstawiono na rysunku 8.11.

Variable -->	Z11	Z12	Z13
C85			
C86			

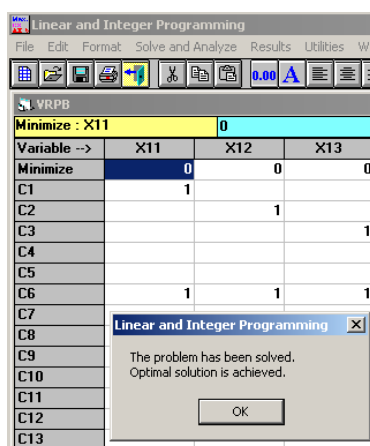
LowerBound	0	0	0
UpperBound	1	1	1
VariableType	Binary	Binary	Binary

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.11. Przykład zapisu warunków brzegowych dla zmiennych x_{ij}

8.5. Rozwiązanie problemu decyzyjnego o zmiennych mieszanych

Po zdefiniowaniu funkcji celu, ograniczeń zasobów oraz warunków brzegowych oraz dokładnym sprawdzeniu poprawności całości modelu możemy przystąpić do uzyskania wyników optymalnych modułem *Linear and Integer Programming* programu *WinQSB*. W tym względzie skorzystamy z funkcji *Solve and Analyze* występującej w menu (zob. rysunek 8.12).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.12. Sygnalizacja zakończenia procesu optymalizacyjnego

Wobec wielu ograniczeń obliczenia komputerowe trwają dłuży czas, co może spowodować naszą niepewność co do poprawności formuły modelu. Pomyślne zakończenie sygnalizuje komputer komunikatem „*The problem has been solved. Optimal solution is achieved*”, co potwierdzamy naciskając na przycisk „OK”.

Ciekawi jesteśmy na pewno rezultatów naszego żmudnego formułowania zadania decyzyjnego ze zmiennymi typu całkowitoliczbowego oraz binarnego. Standardowo program *WinQSB* podaje nam bardzo obszerny widok „*Combined Report for VRPB*” w formacie kombinowanym zawierającym rozwiązanie sumaryczne oraz analizę wrażliwości zmiennych, przy czym „*VRPB*” to nazwa naszego pliku sformułowanego zadania decyzyjnego (zob. rysunek 8.13).

	09:11:14	Thursday	June	04	2015	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X11	0	0	0	0	at bound
2	X12	0	0	0	0	at bound
3	X13	0	0	0	0	at bound
4	X14	0	0	0	0	at bound
5	X15	0	0	0	0	basic
6	X21	0	0	0	9,6970	at bound
7	X22	0	0	0	9,6970	at bound
8	X23	0	0	0	9,6970	at bound
9	X24	0	0	0	9,6970	at bound
10	X25	0	0	0	9,6970	at bound
11	X31	0	0	0	0,3030	at bound
12	X32	17,0000	0	0	0	basic

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.13. Początkowy fragment rozwiązania optymalnego

W raporcie oprócz czasu, dnia, daty uruchomienia i numeru kolejnego wiersza np. 1-12 uzyskania rozwiązania występują kolumny:

Decision Variable – zmienna decyzyjna np. X11-X32;

Solution Value – wartość rozwiązania optymalnego danej zmiennej podana standardowo o 4 miejscach po przecinku np. 17,0000; precyzję możemy zmienić poprzez wejście do menu *Format*;

Unit Cost or Profit (C_i oraz c_j) – standardowo koszt lub zysk jednostkowy; w naszym przykładzie to współczynniki funkcji celu, które mają charakter „umowny” w zależności od roli danej grupy zmiennej decyzyjnej; przykładowo dla zmiennej y_j stanowią koszty przewozu C_i na danej trasie, a dla zmiennej z_{ij} stały koszt rozładunku c_j ;

Total Contribution – iloczyn zmiennej i np. kosztu;

Reduced Cost, Basis Status – wartości generowane przez algorytm simpleks zakodowany w programie *WinQSB*.

Kolejny fragment widoku ekranu pokazuje rezultat zapisania danych z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku przy skorzystaniu - o czym już wspomniano - z menu *Format* (zob. rysunek 8.14).

	06-04-2015 09:13:46	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1		X11	0	0	0	0	at bound
2		X12	0	0	0	0	at bound
3		X13	0	0	0	0	at bound
4		X14	0	0	0	0	at bound
5		X15	0	0	0	0	basic
6		X21	0	0	0	9,70	at bound
7		X22	0	0	0	9,70	at bound
8		X23	0	0	0	9,70	at bound
9		X24	0	0	0	9,70	at bound
10		X25	0	0	0	9,70	at bound
11		X31	0	0	0	0,30	at bound
12		X32	17,00	0	0	0	basic

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.14. Sformatowanie danych do dwóch miejsc po przecinku

Jak już nadmieniono, mamy 50 zmiennych decyzyjnych x_{ij} , przy czym w zapisie zmiennej najpierw podajemy numer trasy a później odbiorcy, np. X105 to zmienna w macierzy o trasie 10 i dla odbiorcy piątego. Jeśli dana zmienna ma wartość optymalną program wpisuje wynik np. 18 dla zmiennej X101. Zmienna y_i oznaczona w programie jako Y1-Y10 przyjmuje wartość jeden, gdy dana trasa

została określona przez komputer jako optymalna z łącznym kosztem przewozu na tej trasie podanym w kolumnie „Unit Cost or Profit C(i)”.

06-04-2015 09:18:19	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(i)
46	X101	18	0
47	X102	0	0
48	X103	0	0
49	X104	0	0
50	X105	14	0
51	Y1	0	200
52	Y2	0	320
53	Y3	1	240
54	Y4	0	400
55	Y5	0	300
56	Y6	1	340
57	Y7	0	180
58	Y8	0	290
59	Y9	0	160
60	Y10	1	270
61	Z11	0	10
62	Z12	0	10
63	Z13	0	10
64	Z14	0	10
65	Z15	0	10
66	Z21	0	10
67	Z22	0	10
68	Z23	0	10
69	Z24	0	10
70	Z25	0	10
71	Z31	0	10
72	Z32	1	10

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.15. Fragment rozwiązania optymalnego zmiennych decyzyjnych

Pełne rozwiązanie optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych przeprowadzone programem *WinQSB* jest zgodne z efektem uzyskanym w dodatku *Solver* arkusza kalkulacyjnego *Excel*⁶⁹. Mamy 110 zmiennych decyzyjnych, początkowa w notacji komputerowej to X11, a końcowa Z105. Rozwiązaniem jest skorzystanie z trzech tras T_3 z przewozem 17 szt. - jako rozładunek $z_{3,2}$, następnie T_6 z przewozem do odbiorców trzeciego i czwartego jako rozładunki $z_{6,3}$ i $z_{6,4}$, odpowiednio 16 oraz 15 sztuk, a także skorzystanie z trasy T10 i obsłużenie odbiorcy pierwszego (18 szt.) - rozładunek $z_{10,1}$ oraz piątego (14 szt.) - rozładunek $z_{10,5}$. Tak więc towar należy dostarczyć trzema pojazdami na wymienionych wcześniej trasach.

Trasa T_i	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
T ₁	0	0	0	0	0
T ₂	0	0	0	0	0
T ₃	0	17	0	0	0
T ₄	0	0	0	0	0
T ₅	0	0	0	0	0
T ₆	0	0	16	15	0
T ₇	0	0	0	0	0
T ₈	0	0	0	0	0
T ₉	0	0	0	0	0
T ₁₀	18	0	0	0	14

Źródło: Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op. cit., tab. 2 „Wartości zmiennych x_{ij} w rozwiązaniu optymalnym dla odbiorców O_j ”.

Rys. 8.16. Rozwiązanie optymalne

⁶⁹ Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op. cit., tab. 2

Funkcja celu (1) obejmująca minimum wszystkich kosztów wynosi 900 zł (zob. rysunek 8.17). Zawiera łączne koszty transportu wraz ze stałymi kosztami załadunku oraz koszty rozładunku u odbiorców wynoszące 50 zł dla pięciu odbiorców.

106	Z101	1	10	10
107	Z102	0	10	0
108	Z103	0	10	0
109	Z104	0	10	0
110	Z105	1	10	10
	Objective	Function	(Min.) =	900

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 8.17. Pokazanie wyniku funkcji celu

* * *

Przedstawiony model oraz jego realizacja programem *WinQSB* dotyczy jednego dostawcy oraz pięciu odbiorców, może być potraktowany jako subrozwiązanie optymalne szerszego problemu marszrutyzacji, gdzie występuje wielu dostawców i mają swoich odbiorców. Funkcja celu globalnego może być inna np. jakościowa dotycząca całego problemu dostaw i powrotu środków transportowych do bazy.

9. Zastosowanie wybranych programów do optymalizacji



9.1. Wstęp

Różne są sposoby rozwiązywania zadań decyzyjnych optymalizacyjnych z wykorzystaniem aplikacji programowych. W niniejszym materiale, dla celów dydaktycznych, zaprezentowano dwa przykłady dotyczące określenia struktury produkcji i rozwiązania otwartego zagadnienia transportowego. W tym względzie skorzystano z komendy *simplex()* pakietu *boot* zastosowanej w napisanym kodzie źródłowym w języku skryptowym *R*⁷⁰. Ponadto pokazano rozwiązanie tych samych przykładów przy wykorzystaniu dodatku *Solver* w *Excelu*. Dopelnieniem tych prezentacji jest zastosowanie programu „*Linear and Integer Programming*” (*IL-ILP*) stanowiącego składnik pakietu *WinQSB*. Wszystkie te programy bazują na algorytmie *simpleks*, iteracyjnego dojścia do rozwiązania najlepszego przy zadanych ograniczeniach. Oprócz tych wymienionych możliwości, w zastosowaniach do różnych problemów optymalizacyjnych, występuje wiele innych zaimplementowanych programów, na różne języki komputerowe i platformy systemów operacyjnych.

I tak szersze wprowadzenie do rodzajów i funkcjonalności pakietów do optymalizacji spotykamy w opracowaniu „*Optymalizacja i programowanie matematyczne*” o URL: <https://CRAN.R-project.org/view=Optymalizacja> opublikowanym w Internecie⁷¹. Występuje w nim lista pakietów, które oferują udogodnienia do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, obejmująca aplikacje w zakresie sekcji o nazwach: *infrastruktura optymalizacji*, *rozwiązywania ciągle ogólnego przeznaczenia*, *rozwiązania do programowania matematycznego*, *specyficzne zastosowania w optymalizacji*, *optymalizacja wielocelowa*. Pakiety są podzielone na kategorie zgodnie z tymi sekcjami. Występujące w ramach tych pakietów programy zwane *solverami*, do programowania liniowego z liczbami całkowitymi, zazwyczaj oferują standardowe procedury programowania liniowego, takie jak algorytm *simpleks*.

9.2. Skorzystanie z oprogramowania *R*

Oprogramowanie określone skrótem *R* to zarówno język programowania z biblioteką standardów, jak również pakiet aplikacji użytkowych, w tym do optymalizacji zadań decyzyjnych. *R* udostępnione jest jako otwarty kod źródłowy, w celu rozwijania go przez pasjonujące się nim środowisko, przede wszystkim wykładowców i studentów licznych uczelni. W swoim rozwoju *R*

⁷⁰ Opracowanie bazuje między innymi na analogicznych przykładach zaprezentowanych w rozdziale 16 „*Optymalizacja i programowanie matematyczne*” książki: Kopczewska K., Kopczewski T., Wójcik P., *Metody ilościowe w R Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, CeDeWu Warszawa, 2009.

⁷¹ <https://cran.uib.no/web/views/Optimization.html#ClassificationBySubject>.

doczekał się wielu wersji i coraz szerszego ich opracowania. *GNU R*, jest interpretowanym językiem programowania oraz środowiskiem do obliczeń statystycznych i wizualizacji wyników⁷². Nazwa pochodzi od pierwszych liter imion twórców oraz jest nawiązaniem do języka *S*. *GNU R* rozprowadzany jest w postaci kodu źródłowego oraz w postaci binarnej wraz z wieloma dystrybucjami GNU/Linuksa. Dostępna jest także wersja dla *Microsoft Windows* i *Mac OS*. Logo tego języka pokazano poniżej.



W opracowaniu niniejszym skorzystano z *RGui* w wersji 4.1.0, przy czym obecnie udostępniana jest już wersja 4.1.3 dla *Windows*. Wersja ta udostępnia ekran wejściowy zwany *RGui*, do pisania komend kodu źródłowego języka *R* po znaku zachęty „>” (zob. rysunek 9.1).

```
R version 4.1.0 (2021-05-18) -- "Camp Pontanezen"
Copyright (C) 2021 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: i386-w64-mingw32/i386 (32-bit)

R jest oprogramowaniem darmowym i dostarczany jest BEZ JAKIEJKOLWIEK GWARANCJI.
Możesz go rozpowszechniać pod pewnymi warunkami.
Wpisz 'license()' lub 'licence()' aby uzyskać szczegóły dystrybucji.

R jest projektem kolaboracyjnym z wieloma uczestnikami.
Wpisz 'contributors()' aby uzyskać więcej informacji oraz
'citation()' aby dowiedzieć się jak cytować R lub pakiety R w publikacjach.

Wpisz 'demo()' aby zobaczyć demo, 'help()' aby uzyskać pomoc on-line, lub
'help.start()' aby uzyskać pomoc w przeglądarce HTML.
Wpisz 'q()' aby wyjść z R.

[Poprzednio zapisany obszar roboczy został przywrócony]

> |
```

Źródło: Opracowanie własne na podstawie aplikacji *R*.

Rys. 9.1. Okno wejściowe zapisu kodu źródłowego w języku *R*

Powstaje w ten sposób przywołanie odpowiedniego programu, w naszym przypadku *simplex()* z pakietu *boot* biblioteki *R*. Po każdej komendzie, po naciśnięciu klawisza „Enter”, specjalny program, czyli interpreter sprawdza poprawność formalną wprowadzonego polecenia z wszystkimi jego opcjami i parametrami.

⁷² [https://pl.wikipedia.org/wiki/R_\(j%C4%99zyk_programowania\)](https://pl.wikipedia.org/wiki/R_(j%C4%99zyk_programowania)).

Ponieważ celem tego opisu jest aspekt dydaktyczny dalej zademonstrowana zostanie przykładowa sekwencja kodu źródłowego języka *R* w odniesieniu do optymalizacji struktury produkcji oraz otwartego zagadnienia transportowego.

Optymalna struktura produkcji

Naszym zadaniem jest określenie optymalnej struktury produkowanych wyrobów. Dla przykładu przyjmijmy, że mamy następujące zadanie decyzyjne o funkcji celu *FC* dążącej do maksimum przychodu, zasobach *C*₁-*C*₄ i warunkach brzegowych zmiennych, czyli liczby wyrobów $(x_1 - x_3) \geq 0$. Możemy to zapisać jako:

$$FC: 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$C_1: 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 90 \cdot 60$$

$$C_2: 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 70 \cdot 60$$

$$C_3: 8x_1 + 7x_2 + 2x_3 \leq 105 \cdot 60$$

$$C_4: 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 \leq 50 \cdot 60$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Wyroby $(x_1 - x_3)$ mają ceny: $c_1 = 3$ zł, $c_2 = 5$ zł, $c_3 = 4$ zł. Ograniczenia *C*₁-*C*₄ stanowią normy czasowe w minutach wykonania kolejnych operacji, przy czym w systemie pracy bez nadgodzin pracownicy mogą pracować odpowiednio: 90 godz., 70 godz., 105 godz., 50 godz., stąd przemnożenie wyrazów wolnych w zasobach przez 60. W procesie produkcji wyrobów $(x_1 - x_3)$ występują operacje: krojenie, farbowanie, szycie, kontrola. W podanym dalej listingu kodu źródłowego widzimy pobranie z biblioteki *R* pakietu *boot*, a w ramach niego skorzystano z programu *simplex()*, wyznaczającego optymalny dochód (w kodzie nazwanym w tym przykładzie zyskiem) przy funkcji celu dążącej do maksimum. Sekwencja kodu źródłowego języka skryptowego *R* z wykorzystaniem komendy *simplex()* pakietu *boot* wpisana po znaku zachęty (>) jest następująca⁷³:

```
> library(boot)
> zyski<-c(3,5,4) # współczynniki funkcji celu
> krojenie<-c(2,3,2) # współczynniki warunków
> farbowanie<-c(3,2,2)
> szycie<-c(8,7,2)
> kontrola<-c(2,3,1)
> wynik<-simplex(a=zyski, A1=rbind(krojenie, farbowanie, szycie, kontrola), b1=c(90*60, 70*60, 105*60, 50*60),
maxi = TRUE)
> wynik
```

Po naciśnięciu „Enter” program *simplex()*, z wyżej wymienionymi opcjami danego zadania decyzyjnego, dokonuje wyboru najlepszego wariantu liczbowego struktury produkcji i w rezultacie końcowym wskazuje na zalecany układ wyrobów: $x_1 = 0$, $x_2 = 420$, $x_3 = 1680$, co daje maksymalny dochód w wysokości 8820 zł (zob. wylistowanie wyników poniżej).

⁷³ Ibidem, strony: 575-576.

Linear Programming Results

Call : simplex(a = zyski, A1 = rbind(krojenie, farbowanie, szycie, kontrola),

b1 = c(90 * 60, 70 * 60, 105 * 60, 50 * 60), maxi = TRUE)

Maximization Problem with Objective Function Coefficients

x1 x2 x3

3 5 4

Optimal solution has the following values

x1 x2 x3

0 420 1680

The optimal value of the objective function is 8820.

>

Wartość funkcji celu wynika z przeliczenia FC: $3 \cdot 0 + 5 \cdot 420 + 4 \cdot 1680 = 8820$ zł. Natomiast informację o rezerwach wykorzystania zasobów (C_1 - C_4) w minutach uzyskujemy po zastosowaniu opcji *slack*.

> wynik\$slack

[1] 780 0 0 60

>

Wynika to z przeliczenia w odniesieniu do poszczególnych zasobów:

$$C_1: 2 \cdot 0 + 3 \cdot 420 + 2 \cdot 1680 = 4620, \text{ zatem rezerwa: } 5400 - 4620 = 780 \text{ min.},$$

$$C_2: 3 \cdot 0 + 2 \cdot 420 + 2 \cdot 1680 = 4200, \text{ zatem rezerwa: } 4200 - 4200 = 0 \text{ min.},$$

$$C_3: 8 \cdot 0 + 7 \cdot 420 + 2 \cdot 1680 = 6300, \text{ zatem rezerwa: } 6300 - 6300 = 0 \text{ min.},$$

$$C_4: 2 \cdot 0 + 3 \cdot 420 + 1 \cdot 1680 = 2940, \text{ zatem rezerwa: } 3000 - 2940 = 60 \text{ min.}$$

Zasoby czasu w minutach, na poszczególne cztery wcześniej wymienione operacje procesu wytwarzania wyrobów, mieliśmy bowiem następujące:

$C_1 = 90 \cdot 60 = 5400$ min., $C_2 = 70 \cdot 60 = 4200$ min., $C_3 = 105 \cdot 60 = 6300$ min., $C_4 = 50 \cdot 60 = 3000$ min. Zatem wolne zasoby czasu pracowników pozostają na operacjach $C_1 \rightarrow 780$ min. i $C_4 \rightarrow 60$ min. Przystąpmy teraz do drugiego przykładu zrealizowanego również w języku *R*, przy zastosowaniu pobranego z jego biblioteki pakietu *boot*, a w ramach tego pakietu programu *simplex()*.

Otwarte zagadnienie transportowe

Dane zagadnienia transportowego przewozu mąki w tonach z magazynów do piekarń pokazano (zob. tabela 9.1), przy czym funkcja celu zmierza do minimum kosztów przewozu określonych w zł⁷⁴. W ramce o podwójnych liniach podano koszty przewozu jednej tony mąki. Widzimy, że w tym przykładzie podaż przekracza popyt, zatem jest to zadanie transportowe otwarte.

⁷⁴ Kopczevska K., Kopczevski T., Wójcik P., *Metody ilościowe w R Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, op. cit., strony 576-578.

Tab. 9.1. Dane wejściowe do zadania transportowego

	Piekarnie				
Magazyn	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	Podaż
M ₁	50	40	50	20	700
M ₂	40	80	70	30	500
M ₃	60	40	70	80	800
Popyt	40	60	50	50	200

Źródło: Kopczevska K., Kopczevski T., Wójcik P., *Metody ilościowe w R Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, op. cit., tab. 19.

Jak już nadmieniono, zastosujemy tu też komendę *simplex()* z pakietu *boot* aplikacji *R*, po sformułowaniu zadania decyzyjnego tak, że kolejne transportowane ilości x_i wynikają z czytania macierzy kosztów jednostkowych wierszami. Oprócz funkcji celu *FC*, dążącej do minimum całkowitego kosztu przewozu, definiujemy warunki ograniczenia zasobów w zakresie podaży ($C_1 - C_3$) dla magazynów oraz popytu ($C_4 - C_7$) czterech piekarń. Ponadto przyjmujemy warunki brzegowe dla wszystkich niewiadomych $x_i \geq 0$, przy czym suma popytu wynosi 200, a podaży aż 2000. Bazując na tabeli 9.1. formułujemy liniowe zadanie decyzyjne w sposób następujący:

$$FC: 50x_1 + 40x_2 + 50x_3 + 20x_4 + 40x_5 + 80x_6 + 70x_7 + 30x_8 + 60x_9 + 40x_{10} + 70x_{11} + 80x_{12} \rightarrow \min$$

$$C_1: x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 700$$

$$C_2: x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \leq 500$$

$$C_3: x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} \leq 800$$

$$C_4: x_1 + x_5 + x_9 \leq 40$$

$$C_5: x_2 + x_6 + x_{10} \leq 60$$

$$C_7: x_3 + x_7 + x_{11} \leq 50$$

$$C_8: x_4 + x_8 + x_{12} \leq 50$$

Przyjrzyjmy się teraz napisanemu kodowi źródłowemu w języku *R* do rozwiązania naszego otwartego zagadnienia transportowego, korzystając z komendy *simplex()* o współczynnikach dla warunków równych 1, w których podaż magazynów nie bilansuje się z popytem piekarń⁷⁵:

```
> library(boot)
> # współczynniki funkcji celu
> koszty<-c(50, 40, 50, 20, 40, 80, 70, 30, 60, 40, 70, 80)
> # współczynniki warunków
> magazyn1<-c(1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0)
> magazyn2<-c(0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)
> magazyn3<-c(0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1)
> piekarnia1<-c(1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0)
> piekarnia2<-c(0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0)
> piekarnia3<-c(0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0)
> piekarnia4<-c(0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1)
```

⁷⁵ Ibidem.

```
> wynik<-simplex(a=koszty, A1=rbind(magazyn1, magazyn2, magazyn3), b1=c(700,500,800), A3=rbind (piekarnia1,
piekarnia2, piekarnia3, piekarnia4), b3=c (40,60,50,50), maxi = FALSE)
```

```
> wynik
```

Po naciśnięciu klawisza „*Enter*” uzyskujemy rezultat obliczenia programowania liniowego w następującej postaci:

Linear Programming Results

```
Call : simplex(a = koszty, A1 = rbind(magazyn1, magazyn2, magazyn3),
  b1 = c(700, 500, 800), A3 = rbind(piekarnia1, piekarnia2,
  piekarnia3, piekarnia4), b3 = c(40, 60, 50, 50), maxi = FALSE)
```

Minimization Problem with Objective Function Coefficients

```
x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12
50 40 50 20 40 80 70 30 60 40 70 80
```

Optimal solution has the following values

```
x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12
0 60 50 50 40 0 0 0 0 0 0 0
```

The optimal value of the objective function is 7500.

```
>
```

Uzyskaliśmy odpowiedź na niewiadome ($x_1 - x_{12}$) stanowiące liczby ton mąki przewożonej odpowiednio z magazynów ($M_1 - M_3$) do piekarń ($P_1 - P_4$). I tak przykładowo z M_1 do P_2 jest to 60 ton, a dla kolejnych odpowiednio według umiejscowienia w macierzy kosztów jednostkowych przewozu. Alternatywnie otrzymaną strukturę przewozów, między magazynami a piekarniami, możemy wyrazić także jako macierz, korzystając z atrybutu *soln* w komendzie *matrix()*.

```
> matrix(wynik$soln, nrow=3, ncol=4, byrow=TRUE)
```

```
 [1,] [2,] [3,] [4,]
[1,] 0 60 50 50
[2,] 40 0 0 0
[3,] 0 0 0 0
```

```
>
```

Oznaczenia ([1,] do [3,]) - pionowo określają nasze magazyny (M_1 - M_3), a ([1,] do [4,] piekarnie ($P_1 - P_4$).

9.3. Zastosowanie dodatku *Solver Excela*

Przystąpimy teraz do skorzystania z programu *Solver*, stanowiącego dodatek do arkusza kalkulacyjnego *Excel*, występującego w zakładce *Dane*. Widok okna wejściowego z wprowadzonymi informacjami dotyczącymi naszego wcześniejszego zadania ustalenia optymalnej struktury produkcji pokazano na rysunku 9.2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	A	B	C	D	E	F											
2				X1	X2	X3											
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	0	0	0											
4	C1	5400	0	2	3	2											
5	C2	4200	0	3	2	2											
6	C3	6300	0	8	7	2											
7	C4	3000	0	2	3	1											
8			Ceny	3	5	4											
9		FC	0														

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 9.2. Formułowanie danych wejściowych do programu *Solver*()

W obszarze komórek (D4:F7) wprowadzono jednostkowe normy czasowe czterech operacji o ograniczeniach (C1-C4) wyprodukowania sztuki wyrobów ($x_1 - x_3$). W komórkach (B4-B7) wprowadzono dysponowane możliwości czasowe w minutach przez pracowników w odniesieniu do operacji krojenia, farbowania, szycia oraz kontroli. Przed żądaniem wyniku przez program *Solver* ustawiamy się w komórce celu, w naszym przykładzie C9, w której wprowadzamy wyrażenie na obliczenie przychodu w zł, jako sumy iloczynów ceny i liczby produkcji wyrobów ($x_1 - x_3$) określonych w drodze postępowania iteracyjnego przez procedurę programu *simplex*(). Natomiast w komórkach (C4-C7) są wyrażenia *Excelsa*, na obliczenie pracochłonności produkcji poszczególnych czterech operacji, przy kolejnych wariantach struktury podejmowanych przez procedurę *simpleks*. Wyrażenia te stanowią sumy iloczynów norm czasowych i liczby wyrobów, w odniesieniu do ($x_1 - x_3$) w danej iteracji obliczeniowej.

Po wywołaniu menu *Dane/Solver* uzyskujemy okno dialogowe do wprowadzenia parametrów dodatku *Solver* (zob. rysunek 9.3). Ustawiamy komórkę funkcji celu w postaci adresowania bezwzględnego \$C\$9 i cel na *Maks*, a ponadto wprowadzamy obszar komórek zmienianych \$D\$3:\$F\$3. Dalej podajemy kryteria ograniczeń korzystając z przycisku „*Dodaj*” w kolejności:

$$C4:C7 \leq B4:B7$$

$$D3 = \text{całkowita}$$

$$D3 \geq 0$$

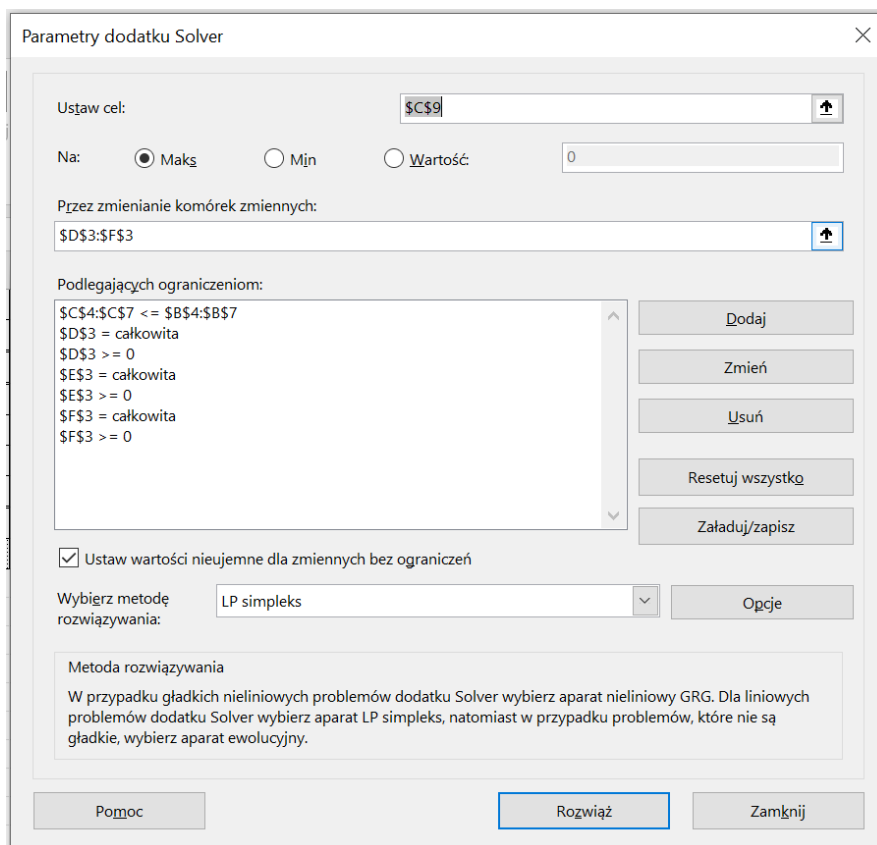
$$E3 = \text{całkowita}$$

$$E3 \geq 0$$

$$F3 = \text{całkowita}$$

$$F3 \geq 0.$$

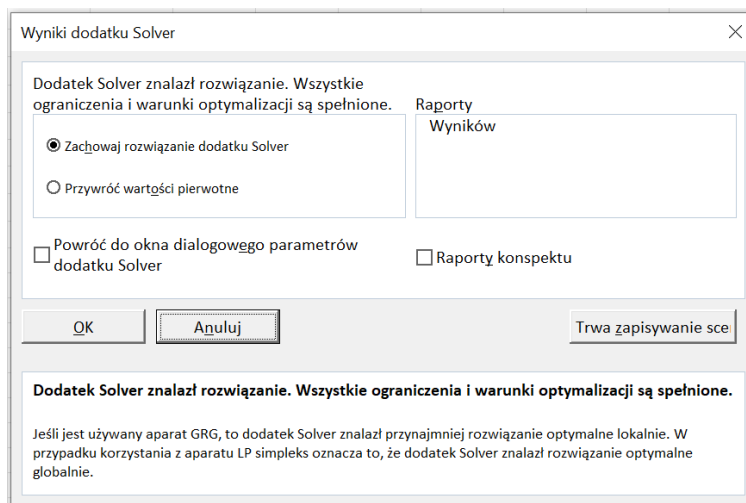
W ten sposób przyjęliśmy, że rozwiązania dla wyrobów ($x_1 - x_3$) będą w liczbach całkowitych. Spośród proponowanych metod rozwiązywania zadania decyzyjnego wybieramy *LP simplex*, czyli liniowe z wykorzystaniem procedury iteracyjnej.



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 9.3. Okno dialogowe wprowadzania parametrów zadania decyzyjnego

Naciśnięcie klawisza „Rozwiąż” wywołuje okno dialogowe „Wyniki dodatku Solver”. Otrzymujemy informację, że *Solver* znalazł rozwiązanie i możemy je zachować, co znajduje odbicie w postaci dodania kolejnego arkusza do naszego skoroszytu arkusza kalkulacyjnego.



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 9.4. Okno dialogowe wprowadzania parametrów zadania decyzyjnego

Po spojrzeniu na nasz arkusz danych wejściowych zauważamy rozwiązanie zadania decyzyjnego określenia optymalnej produkcji wyrobów (zob. rysunek 9.5). Otrzymaliśmy propozycję produkcji:

$$x_1 = 0, x_2 = 420, x_3 = 1680 \text{ sztuk,}$$

co pozwala na uzyskanie przychodu w wysokości 8820 zł.

C4						
= \$D\$3*\$D4+\$E\$3*\$E4+\$F\$3*\$F4						
	A	B	C	D	E	F
1	A	B	C	D	E	F
2				X1	X2	X3
3	Nazwa zasobu	Zasób	Wykorzystanie	0	420	1680
4	C1	5400	4620	2	3	2
5	C2	4200	4200	3	2	2
6	C3	6300	6300	8	7	2
7	C4	3000	2940	2	3	1
8			Ceny	3	5	4
9	FC		8820			

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 9.5. Wynik pracy programu *Solver*

Zatem rozwiązanie wykonane dodatkiem *Solver Excela* jest identyczne jak obliczone programem *Simplex()* pakietu *boot* aplikacji *R*.

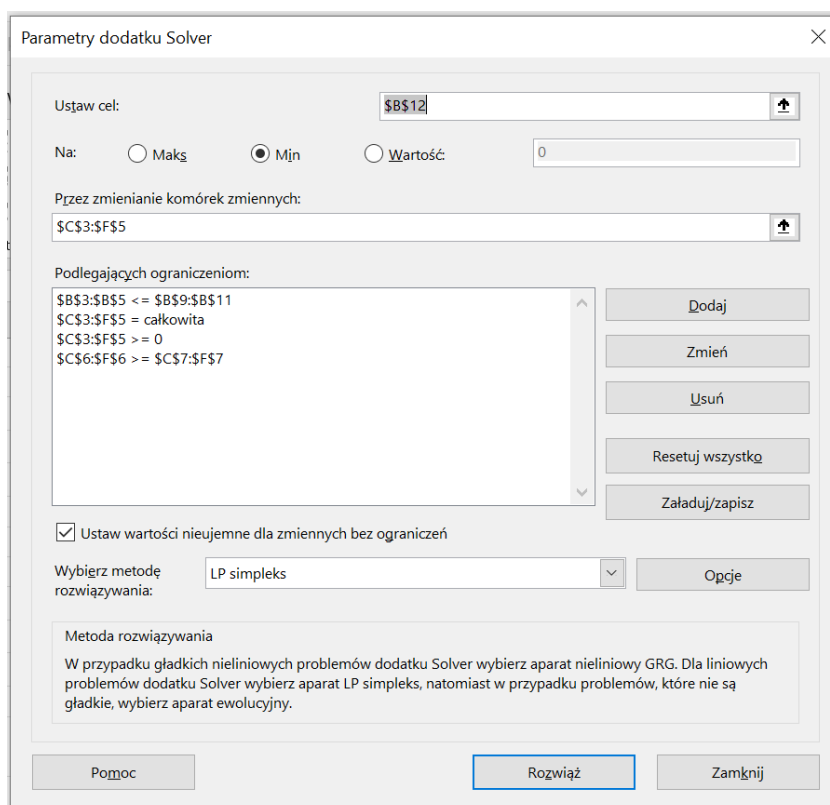
Rozwiążmy jeszcze w *Solverze* podane wcześniej zagadnienie transportowe. Wymaga to wprowadzenia danych wejściowych do arkusza kalkulacyjnego *Excel*. Interesuje nas ilość przewożonej mąki w tonach między magazynami (M_1 - M_3) a piekarniami (P_1 - P_4). Mamy zatem 12 niewiadomych ($x_1 - x_{12}$) przewozów o kosztach jednostkowych podanych w komórkach (C9-F11). W komórkach (B3-B5), (C12-F12) oraz w komórce B12 wprowadzamy wyrażenia sumy. Przykład takiego wyrażenia dla funkcji celu widzimy na rysunku 9.6.

B12						
=SUMA(C12:F12)						
	A	B	C	D	E	F
1	Piekarnie					
2	Magazyn	Razem	P1	P2	P3	P4
3	M ₁	4	1	1	1	1
4	M ₂	4	1	1	1	1
5	M ₃	4	1	1	1	1
6	Razem		3	3	3	3
7	Popyt		40	60	50	50
8	Podaż		Koszty jednostkowe przewozu			
9	M ₁	700	50	40	50	20
10	M ₂	500	40	80	70	30
11	M ₃	800	60	40	50	80
12	Koszt	610	150	160	170	130

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 9.6. Zainicjowanie okna danych wejściowych do zadania transportowego w *Solverze*

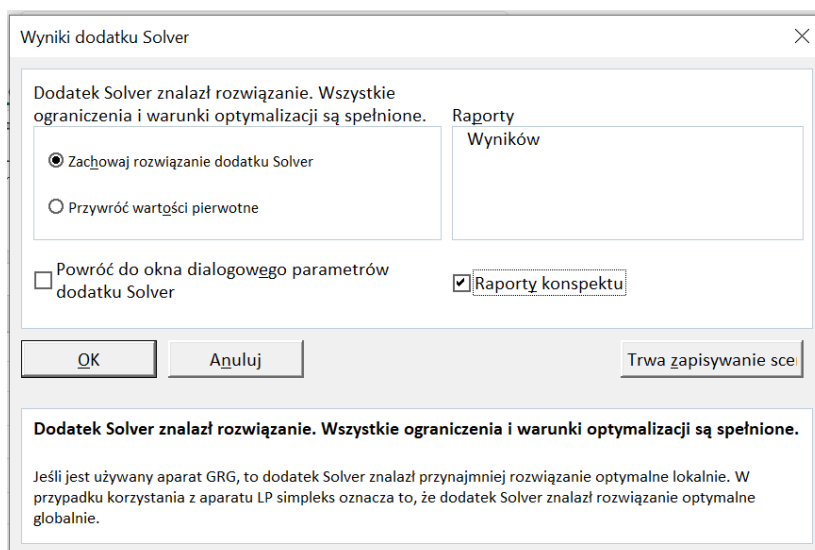
Analogicznie jak poprzednio po skorzystaniu z zakładki *Dane* i opcji *Solver*, udostępniane jest okno dialogowe do którego wprowadzamy parametry warunków ograniczających nasze zadanie transportowe (zob. rysunek 9.7). Teraz funkcję celu zmieniamy na minimum, przy czym znajduje się ona w komórce $\$B\12 . Wprowadzamy ograniczenia dla zasobów, zakładając, że obliczenia wynikowe będą liczbami całkowitymi.



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 9.8. Okno wprowadzania parametrów zadania transportowego

Po naciśnięciu „*Rozwiąż*” program *Solver* znalazł rozwiązanie, przy czym możemy go zachować jak też zażądać konspektu (zob. rysunek 9.9).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 9.9. Informacja o rozwiązaniu przez program *Solver*

Gdy spojrzymy na nasz arkusz danych wejściowych to zauważymy wyniki rozwiązania optymalizacyjnego wykonane przez program *Solver* (zob. rysunek 9.10). Występuje zgodność przewozów oraz kosztu minimalnego w porównaniu do wyników otrzymanych procedurą z wykorzystaniem komendy *simplex()* języka *R*.

C12		=C9*C3+C10*C4+C11*C5				
	A	B	C	D	E	F
1			Piekarnie			
2	Magazyn	Razem	P1	P2	P3	P4
3	M ₁	160	0	60	50	50
4	M ₂	40	40	0	0	0
5	M ₃	0	0	0	0	0
6		Razem	40	60	50	50
7		Popyt	40	60	50	50
8		Podaż	Koszty jednostkowe przewozu			
9	M ₁	700	50	40	50	20
10	M ₂	500	40	80	70	30
11	M ₃	800	60	40	50	80
12	Koszt	7500	1600	2400	2500	1000

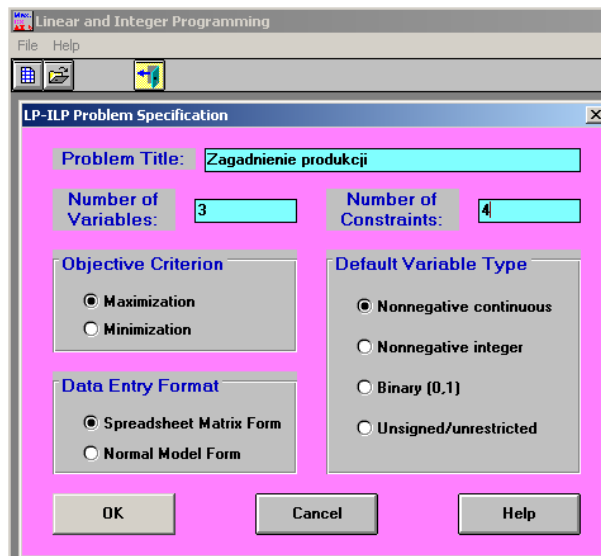
Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 9.10. Wynik procedury optymalizacyjnej uzyskanej programem *Solver*

9.4. Użycie modułu *LP-ILP* pakietu *WinQSB*

Kontynuując nasze dwa przykłady rozwiążmy je przy wykorzystaniu modułu (programu *LP-ILP*), występującego w pakiecie *WinQSB* opracowanym na platformę *Windows XP*. Mając

zainstalowany na własnym komputerze *WinQSB* z Internetu wybieramy program *LP-ILP* (*Programowanie liniowe i całkowitobowe*) i przystępujemy do zdefiniowania problemu decyzyjnego korzystając z okna dialogowego pokazanego na rysunku 9.11.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 9.11. Wstępne określenie zagadnienia produkcji w programie *LP-ILP*

Oprócz nazwy problemu decyzyjnego wprowadzamy liczbę zmiennych oraz liczbę ograniczeń. Ustawiamy funkcje celu, że dąży do maksimum i rozwiązanie będzie w formie arkusza kalkulacyjnego (*Spreadsheet Matrix Format*), a wyniki będą w postaci liczb całkowitych. Następnie po naciśnięciu „OK” wprowadzamy dane wejściowe pokazane na rysunku 9.12.

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	3	5	4		
C1	2	3	2	<=	5400
C2	3	2	2	<=	4200
C3	8	7	2	<=	6300
C4	2	3	1	<=	3000
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer		

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 9.12. Sformułowanie zadania decyzyjnego w programie *LP-ILP*

Skorzystajmy teraz z zakładki „*Solve and Analyze*”/*Solve the Problem* i uzyskujemy informację o rozwiązaniu problemu. Możemy teraz wybrać sobie zakładkę “*Results*” i pojawia się raport kombinowany (mieszany) wyników zawierający oprócz optymalnych wartości zmiennych, funkcji celu także analizę wrażliwości (zob. rysunek 9.13).

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0	3,0000	0	-4,0000	at bound	-M	7,0000
X2	420,0000	5,0000	2 100,0000	0	basic	4,0000	14,0000
X3	1 680,0000	4,0000	6 720,0000	0	basic	1,4286	5,0000
Objective Function	(Max.) =		8 820,0000				

Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	4 620,0000	<=	5 400,0000	780,0000	0	4 620,0000	M
C2	4 200,0000	<=	4 200,0000	0	1,8000	1 800,0000	4 800,0000
C3	6 300,0000	<=	6 300,0000	0	0,2000	4 200,0000	6 450,0000
C4	2 940,0000	<=	3 000,0000	60,0000	0	2 940,0000	M

Źródło: Opracowanie własne w programie IL-ILP.

Rys. 9.13. Raport kombinowany z analiza wrażliwości

Po zmianie precyzji wyników na „0” i zażądaniu raportu sumarycznego uzyskujemy widok zaprezentowany na rysunku 9.14.

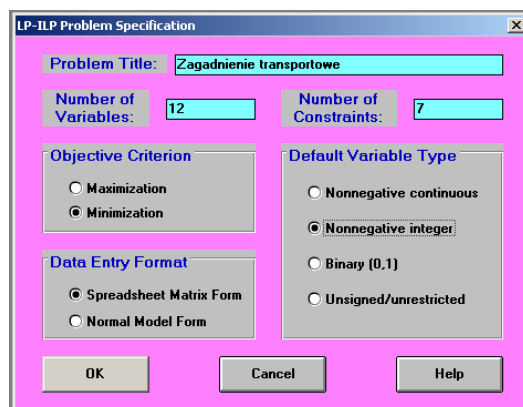
03-18-2022 09:48:14	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0	3	0	-4	at bound
2	X2	420	5	2100	0	basic
3	X3	1680	4	6720	0	basic
	Objective Function	(Max.) =	8820			

Źródło: Opracowanie własne w programie IL-ILP.

Rys. 9.14. Raport sumaryczny z liczbami całkowitymi

Uzyskaliśmy więc rozwiązanie zgodne z wcześniej otrzymanym programem *R* oraz *Solver*.

A teraz przystąpmy jeszcze do rozwiązania zagadnienia transportowego z zastosowaniem pakietu *WinQSB*. Jak już nadmieniono wcześniej, zadanie jest transportowe otwarte, ponieważ podaż nie równa się popytowi i musimy wprowadzić fikcyjnego odbiorcę lub dać warunek nie przekroczenia zasobów podaży przez magazyny (M_1 - M_3), przy czym wybieramy to drugie. Natomiast dla odbiorców przyjmujemy warunek równości rozdysponowania z zapotrzebowaniem piekarń. Najpierw musimy jednak sformułować nasz problem decyzyjny po wywołaniu programu *LP-ILP*. Mamy tu 12 zmiennych, trzy ograniczenia dla dostawców (M_1 - M_3) i cztery ograniczenia dla odbiorców (P_1 - P_4). Dążymy do minimalizacji kosztu całkowitego przewozu, a zadanie rozwiązujemy w formacie *matrix*, czyli przez podanie danych podobnie jak w arkuszu kalkulacyjnym (zob. rysunek 9.15).



Źródło: Opracowanie własne w programie *IL-ILP*.

Rys. 9.15. Specyfikacja zagadnienia transportowego

Po naciśnięciu „OK” udostępniany jest ekran wprowadzania danych wejściowych dotyczących minimalizacji funkcji oraz warunków dostaw i zapotrzebowania. Przyjęto tu typ zmiennych jako *integer*, czyli całkowitoliczbowe (zob. rysunek 9.16).

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	Direction	R. H. S.
Minimize	50	40	50	20	40	80	70	30	60	40	50	80		
C1	1	1	1	1									<=	700
C2					1	1	1	1					<=	500
C3									1	1	1	1	<=	800
C4	1				1				1				=	40
C5		1				1				1			=	60
C6			1				1				1		=	50
C7				1				1				1	=	50
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Źródło: Opracowanie własne w programie *IL-ILP*.

Rys. 9.16. Sformułowanie zagadnienia transportowego w programie *IL-ILP*

Dla tak podanego zadania decyzyjnego uzyskujemy raport przedstawiony na rysunku 9.17.

03-18-2022 10:56:30	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C _(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0	50	0	10	at bound
2	X2	60	40	2400	0	basic
3	X3	50	50	2500	0	basic
4	X4	50	20	1000	0	basic
5	X5	40	40	1600	0	basic
6	X6	0	80	0	40	at bound
7	X7	0	70	0	20	at bound
8	X8	0	30	0	10	at bound
9	X9	0	60	0	20	at bound
10	X10	0	40	0	0	at bound
11	X11	0	50	0	0	at bound
12	X12	0	80	0	60	at bound
	Objective Function		(Min.) =	7500		

Źródło: Opracowanie własne w programie *IL-ILP*.

Rys. 9.17. Wynik procedury optymalizacji otwartego zagadnienia transportowego

Tak więc uzyskaliśmy takie samo rozwiązanie zagadnienia transportowego jak programem pakietu *R* oraz *Solver Excela*.

* * *

Studenci dysponują różnymi platformami sprzętowymi i programowymi w zakresie technik IT. Stąd też, zwłaszcza w czasie wykładów online i nie tylko, trzeba zaproponować im, dla rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, różne warianty dostępu do odpowiednich aplikacji, przede wszystkim niekomercyjnych. W literaturze przedmiotu „*Optymalizacja decyzji zarządczych*”, czy też gospodarczych, spotykamy różne przykłady z zastosowaniem dostępnych dla danego środowiska akademickiego pakietów do ekonometrii oraz optymalizacji.

W dojściu do zaprezentowanego konkretnie materiału, dwóch przykładów w trzech środowiskach programowych, przekonano się jak trudno skorzystać wprost z tekstów publikacji. Występują w nich, być może w wyniku pospiesznego procesu edycyjnego, niestaranności, wiele uchybień w zamieszczonych listingach kodów źródłowych, czy też procedurach technologii informacyjnej przy testowaniu danej aplikacji programowej. Z tego względu przetestowanie i zaprezentowanie w tym materiale trzech programów, w wycinkowym zakresie jest krokiem pomocnym w upowszechnieniu metod ilościowych optymalizacyjnych.

10. Zastosowanie edytora *Tinn-R* do optymalizacji programem *R*⁷⁶



10.1. Wstęp

Program *R* określany także jako platforma programowa stanowi aplikacje o szerokiej funkcjonalności w zakresie metod statystycznych oraz ekonometrycznych. Jest tworzony na bieżąco przez środowiska programistów. Stanowi oprogramowanie otwarte (*Open Source*) koncentrujące się na nadaniu jemu wysokich walorów obliczeniowych, nie zważając na efektywność interfejsu, czyli komunikacji użytkownika z programem⁷⁷. *R* wymaga 60 MB miejsca na dysku przy pełnej instalacji. W sytuacji instalowania wersji minimalnej wystarczy 20 MB. Szereg pakietów komercyjnych sprzedawanych jest w „porcjach”. Wymaga to później dokupywania dodatkowych aplikacji do obliczeń optymalizacyjnych, ekonometrycznych, prognostycznych oraz generujących grafikę reprezentacji danych i ich wzajemnych zależności. Program *R* stara się zawierać w sobie cały dorobek merytoryczny w zakresie metod ilościowych. Problemy rozwiązywane są za pomocą komend pisanych w języku *R*. Język ten posługuje się strukturami danych - klasami, a przykładem jest wektor stanowiący uporządkowany np. narastająco szereg liczbowy. Operacje przeprowadzane są na obiektach klasy *data.frame* w ramach wektora, przy czym jedna liczba stanowi też wektor. Dla przykładu komenda *mean()* skierowana na wektor liczb w rezultacie daje ich średnią. Stosowanie programu *R* wymaga jednak choć minimalnych umiejętności programistycznych. Stopniowo twórcy *R* opracowują nakładki umożliwiające odchodzenie od pisania sekwencji kodu przy pomocy prostego edytora skryptów dla rozwiązania określonego problemu, a korzystanie tylko z menu.

Stosowanie *R* wymaga zainstalowania na własnym komputerze pozyskanej aplikacji z serwera zdalnego. Serwery te zlokalizowane są przeważnie różnych ośrodkach uniwersyteckich w świecie. Jednak często korzysta się z serwera lokalnego. Program *R* oraz dodatkowe pakiety można pobrać z zakładki CRAN z sekcji *Download*. Ściągany jest najpierw pakiet podstawowych programów, a później można sobie doinstalować kolejne specjalizowane moduły. W ramach zestawu podstawowego są funkcje umożliwiające analizę danych i generowanie wykresów zależności zmiennych. Stosowanie programu *R* wymaga jednak poznania wielu komend realizujących określone funkcje. W ponad 1750 pakietach tego programu zebrano procedury obliczeniowe określonych problemów, metod oraz modeli. Jednak większość z nich trzeba ściągać przed obliczeniami z Internetu korzystając z komendy: *Install package(s) from zip files ...* i zapisać je w bibliotece

⁷⁶ Opracowanie uwzględnia fragmenty tekstu rozdziału 22. zawarte w książce: *Wdrożenie zintegrowanego systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, Opole 2015.

⁷⁷ Kopczewska K., Kopczewski T., Wójcik P., *Metody ilościowe w R Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, CeDeWu, Warszawa 2009, s. 16.

programu *R*. Pakiety wprowadza się do pamięci komendą `library()`⁷⁸. Opis pakietu znajduje się na stronie projektu *R* (www.r-project.org). Zasoby pakietów ulegają aktualizacji, przy czym część z nich jest wycofanych ze stosowania. Zarówno silnik *R* jak i pakiety są aktualizowane przeważnie co pół roku, gdy formułuje się nową wersję programu *R*, a do w miarę stabilnych pakietów należą:

lmtest - testowanie modeli regresji liniowej,
foreign - wczytywanie różnych formatów danych,
tseries - analiza szeregów czasowych,
plm - modele panelowe,
fPortfolio - modele portfelowe.

Podstawową wersją programu *R* jest *base*. Pakiet *Rcmdr* jest statystyczną nakładką graficzną na *R*, pozwalającą przyspieszyć obliczenia statystyczne, czy też modelowanie ekonometryczne. Umożliwia także import danych np. z *Excela*. Występują także inne nakładki graficzne do specyficznych zastosowań. Nakładki jednak osuwają w czasie dokładne nauczanie się języka komend *R*. Można je traktować jako kolejny język „syntetyczny”. Konsensus stanowi zaadoptowany do potrzeb *R* edytor tekstów *Tinn* (*Tinn is not Notepad*)⁷⁹. Po integracji z *R* pełni rolę interfejsu graficznego ułatwiającego edytowanie i sprawdzanie sekwencji kodu pisanego w języku *R*. Umożliwia on instalowanie pakietów, zmianę trybu pracy konsoli, konfigurowanie pliku startowego, przeszukiwanie pliku pomocy. Został opracowany jako samodzielny pakiet współpracujący z modułami trybu pracy możliwymi w platformie *R*. *Tinn R* przywołuje programy z *R* i ułatwia w ten sposób edycję kodu źródłowego oprogramowania do testowanego przykładu np. z zakresu rysowania funkcji wielomianu, określenia jej ekstremów w podanym przedziale oraz obliczenia pierwiastków danego wielomianu. Stosowanie tego udogodnienia, jak już wspomniano, jest możliwe po zainstalowaniu z Internetu oprogramowania bazowego. *Tinn-R* umożliwia dostęp do funkcji oraz ich składni.

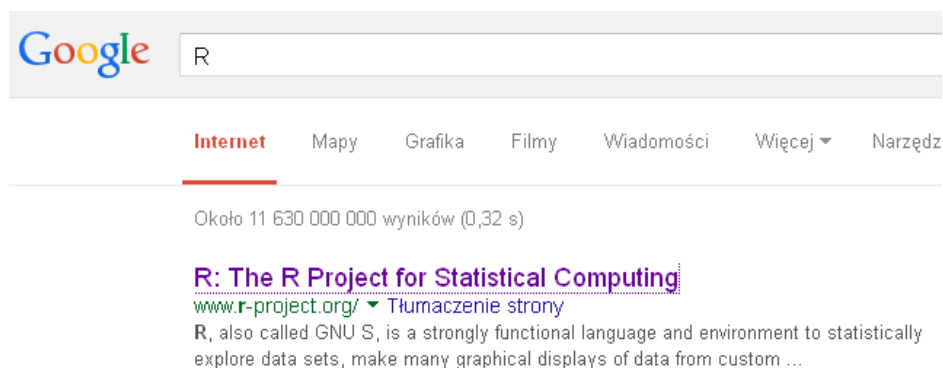
10.2. Instalowanie *R*

Program *R* zwany także platformą, pakietem, środowiskiem programistycznym będziemy nazywali dalej jako program *R*, chociaż zawiera komplet specjalistycznych pakietów. Dla wygody zwłaszcza studentów zaprezentuję procedurę postępowania w celu posadowienia *R* na własnym komputerze. W tym względzie korzystamy z Internetu, gdzie w haśle domeny Google wpisujemy *R*. Spośród wielu możliwości wywołania strony do instalacji programu *R* wybieramy *R:The R Project*

⁷⁸ Ibidem, s. 33.

⁷⁹ Ibidem, s. 41.

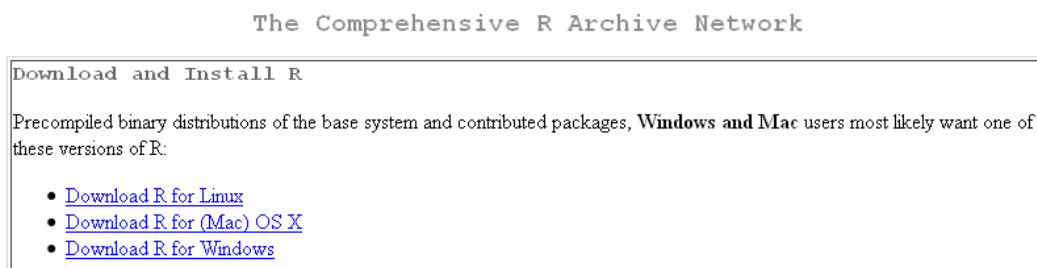
for Statistical Computing (zob. rysunek 10.1). Pierwszym krokiem jest instalowanie środowiska bazowego (*base*) wraz z podstawowymi bibliotekami⁸⁰.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.1. Widok tytułu strony do przywołania programu *R*

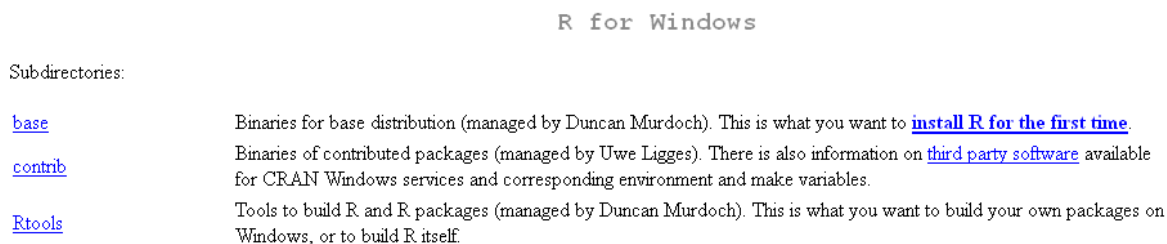
Po kliknięciu na tytuł strony pojawia się jej rozwinięcie i musimy wskazać pod jakim systemem operacyjnym będzie pracował *R*. Wybieramy *Download R for Windows*. Z rysunku 10.2 dowiadujemy się, że program *R* może jeszcze pracować w środowiskach: *Linux* i *(Mac) OS X*. Program ten pozyskiwany będzie z serwera na *University of Wrocław* (strona: <http://meteo.uni.wroc.pl/>).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.2. Wybór systemu operacyjnego z serwera lokalnego

Następnie wskazujemy serwerowi pobranie podstawowych funkcji programu *R* tj. *base* oraz informujemy, że instalacja odbywa się po raz pierwszy naciskając *install R for the first time* na naszym komputerze np. pod *Windows XP* (zob. rysunek 10.3).

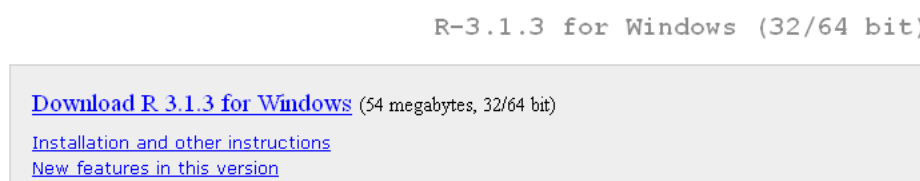


Źródło: Opracowanie własne; fragment widoku ekranu.

⁸⁰ Wornalkiewicz W., *Formułowanie modeli ekonometrycznych na potrzeby zarządzania*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2014, s. 38.

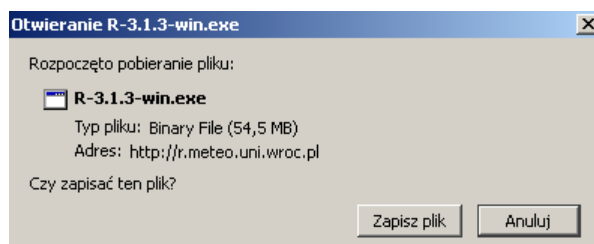
Rys. 10.3. Fragment okna wyboru zakresu pakietu oraz informacja o podejściu do instalacji *R*

Program *R* jako oprogramowanie otwarte jest ogólnie dostępny dla użytkowników w wersji wykonywalnej. Również potencjalni twórcy - kreatorzy nowych funkcji lub aktualizujący stare metody mogą wejść do współpracy z twórcami *R*. W ten sposób *R* mimo skromnego interfejsu (postaci wprowadzania i korzystania z programu) stale się rozwija. Powstają nowe wersje, a opisy książkowe wcześniejszych stają się stopniowo nieaktualne. W niniejszej prezentacji instalowania programu *R* pozyskano z serwera wersję *R-3.1.3 for Windows (32/64 bit)*. Zajmuje ona 54 MB pamięci dyskowej. Naciśnięcie podkreślenia *Download R 3.1.3 for Windows* powoduje rozpoczęcie procesu pobierania pliku wykonywalnego *R-3.1.3-win.exe* (zob. rysunki 10.4 oraz 10.5).



Źródło: Opracowanie własne.

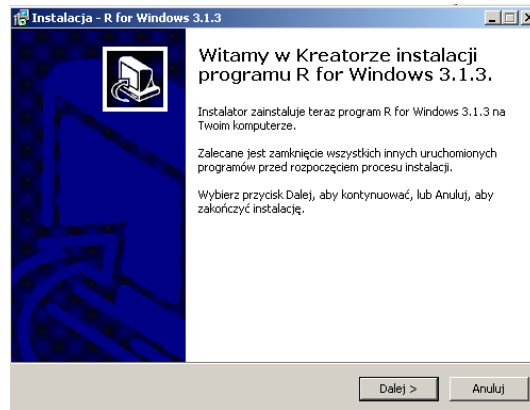
Rys. 10.4. Wskazanie na ekranie wersji programu *R*



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.5. Podokno informujące o rozpoczęciu pobierania pliku z serwera wywoływanego ze strony <http://r.meteo.uni.wroc.pl>

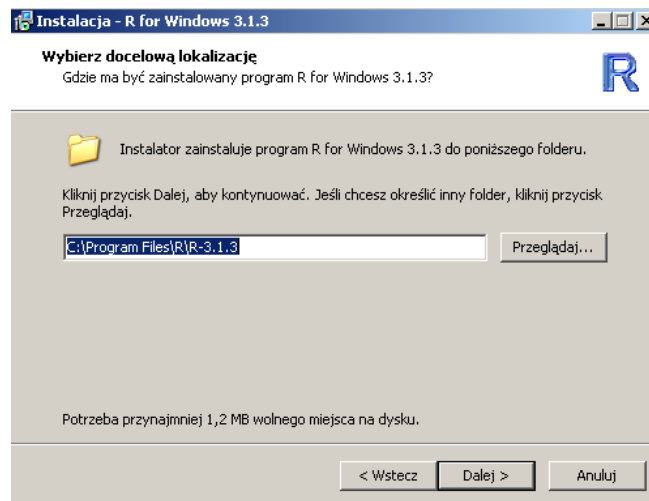
Po kliknięciu przycisku *Zapisz plik* pojawia się kreator instalacji programu *R for Windows 3.1.3*. Ze względu na potrzebną pamięć zalecane jest zamknięcie innych aplikacji programowych np. *Word*, *Excel*. Od tej pory kreator będzie nas pytał o różne opcje, a my naciskając na przycisk *Dalej* będziemy kontynuowali nasz proces instalacji *R* (zob. rysunek 10.6).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.6. Okno kreatora instalacji *R*

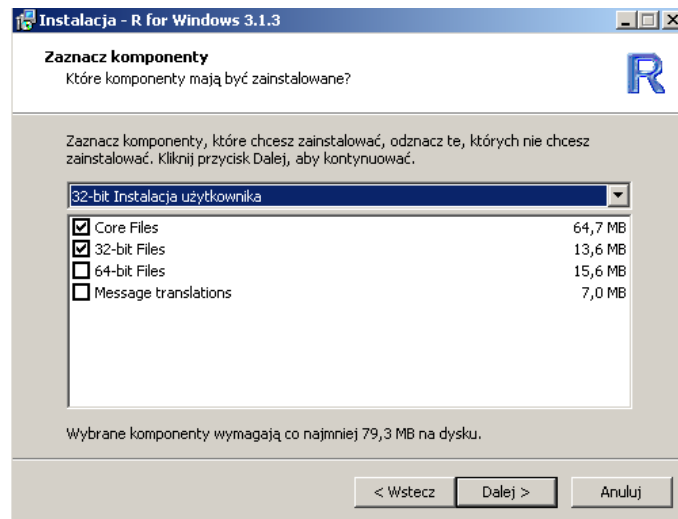
W kolejności musimy podać docelową lokalizację programu w wersji: *R for Windows 3.1.3*, a jest nią ścieżka *C:/Program Files/R-3.1.3* dysku C naszego komputera (zob. rysunek 10.7). Zwróćmy uwagę na symbol naszego programu – po prostu **R**. Istnieje możliwość zmiany foldera (podkatalogu) na własny np. na zlokalizowany dysku D:



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.7. Określenie foldera na dysku ze zbiorem programów

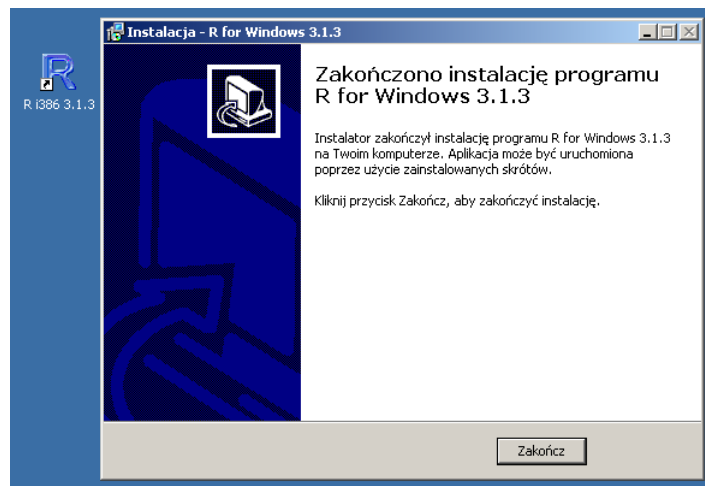
Teraz kreator żąda od nas wskazania podstawowych komponentów i domyślnie podpowiada nam dla wersji 32 bitowej komputera *Core Files* i *32-bit Files* zajmujących łącznie 78,3 MB i te pozostawiamy. Kliknięcie *Dalej* pozwala nam na kontynuowanie instalacji (zob. rysunek 10.8).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.8. Domyślne komponenty do instalacji

Pozostajemy wierni kreatorowi i słuchamy jego podpowiedzi pozostawiając standardowe opcje startowe i naciskamy *Dalej*. Teraz instalator utworzy skrót *R* do programu *R* w folderze *Menu Start*. Występuje również możliwość zmiany domyślnego symbolu skrótu oraz zrezygnowanie z wejścia poprzez folder *Menu Start*. Kontynuujemy procedurę naszej instalacji naciskając przycisk *Dalej*. W kolejnym oknie kreator podpowiada nam, że utworzy ikonę na pulpicie, zapisze numer wersji programu *R* w rejestrze oraz powiąże *R* z plikami o rozszerzeniu *.RData*. Widok ekranu kończącego instalację pokazano na rysunku 10.9.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.9. Widok ekranu informującego o zakończeniu procesu instalacji

11.3. Uruchomienie programu *R*

Po wywołaniu programu *R* z foldera *Menu Start* pojawia się nam ekran w z podoknem *RGui* pozwalającym po znaku zachęty na wprowadzanie komend języka *R* zwanego tak samo jak omawiany

program *R*. Po wpisaniu kolejnej komendy naciskamy klawisz *Enter* i jeśli formuła tej komendy jest poprawna to pojawia się znowu czerwony znak zachęty w formie strzałki. Jeśli format zapisu jest niepoprawny to pojawia się komunikat o błędzie. W takiej sytuacji dokonujemy edycji starego tekstu i w nowej linii kopiujemy poprawny. Moduł *RGui* posiada menu, które ułatwia nam edycje kodu źródłowego programu (zob. rysunek 10.10). Wyjście z programu następuje przez wpisanie *q* i naciśnięcie *Enter*. Tak więc przy pierwszym uruchomieniu korzystamy z pliku programu *Rgui.exe* w katalogu *bin*, przy czym menu *Rgui* zawiera opcje, a w ramach nich funkcje⁸¹:

File - wskazanie pliku tekstowego: listy komend w języku *R*; otwarcie wbudowanego edytora tekstów do edycji nowego pliku; wyświetlenie zawartości wskazanego pliku; odczytanie obszaru roboczego o obiektach w pamięci komputera;

Edit - standardowe operacje do kopiowania i wklejania informacji do i z schowka;

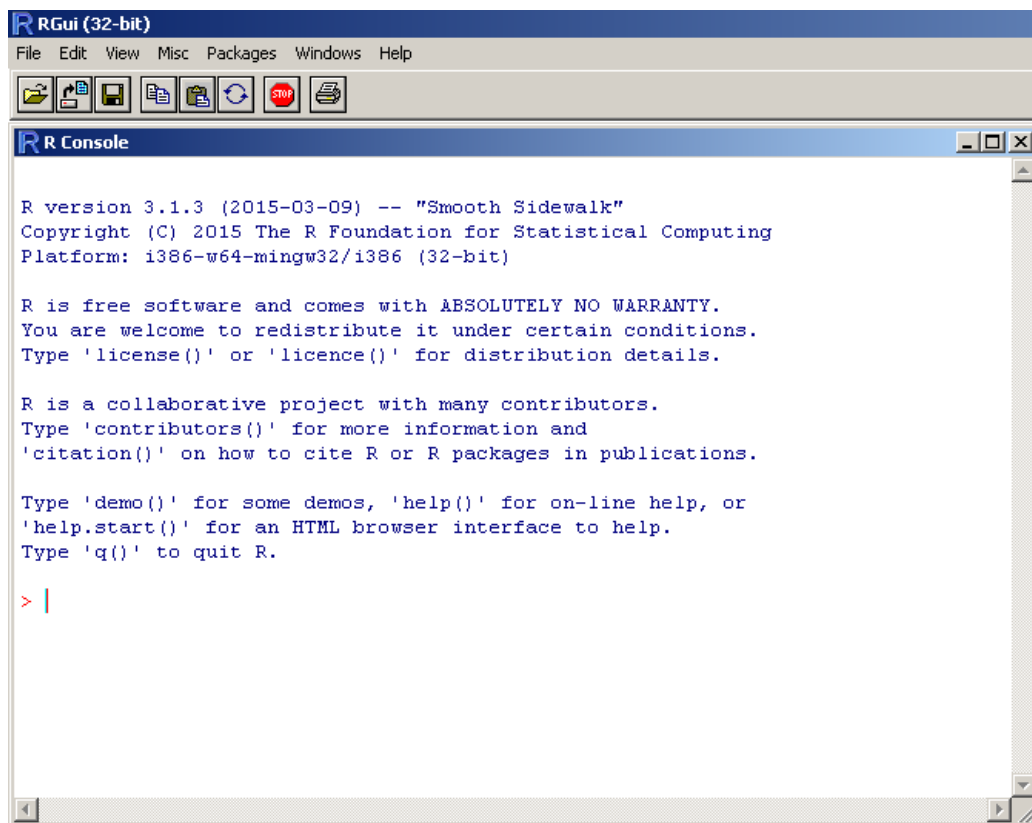
View - włączenie/wyłączenie pasków stanów wraz z narzędziami;

Misc - przerwanie aktualnie wykonywanego polecenia;

Packages - załadowanie wybranego pakietu w ramach oprogramowania *R*;

Windows - wybranie określonego sposobu określania okien;

Help - lista skrótów klawiszowych przyspieszających wykonywanie zadań.



Źródło: Opracowanie własne.

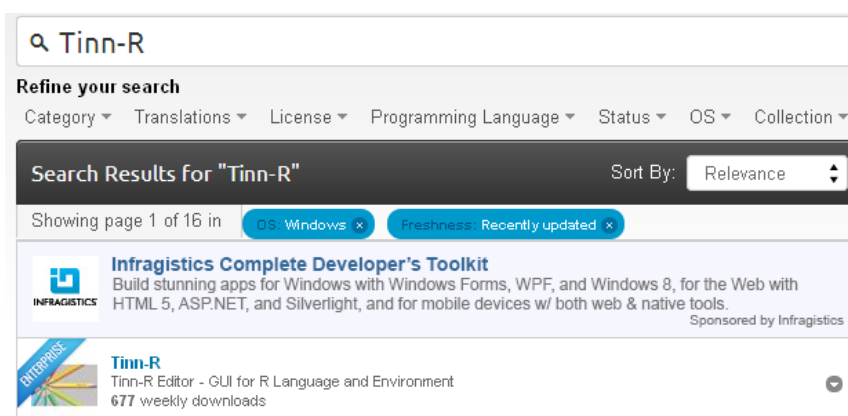
Rys. 10.10. Okno programu *RGui* w ramach oprogramowania *R version 3.1.3*

⁸¹ Wornalkiewicz W., *Formułowanie modeli ekonometrycznych na potrzeby zarządzania*, op. cit., s. 39.

W środowisku *R* możemy wykonywać wiele różnorodnych operacji odwołując się do obiektów typu: listy, wektory, macierze, ramki danych. Wymieniona ramka danych jest strukturą przechowującą dane tabelaryczne. Do opisu zależności między zmiennymi używa się odpowiednich formuł. Stanowią one argumenty funkcji statystycznych. W formułach stosowane są operatory arytmetyczne i logiczne.

10.4. Instalowanie edytora *Tinn-R*

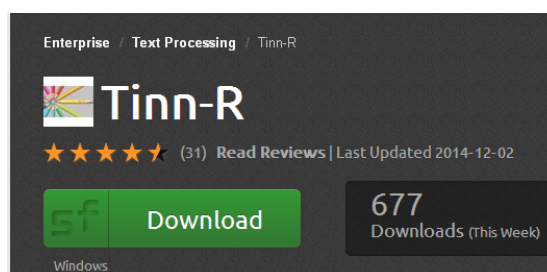
Edytor *Tinn-R* jest bezpłatnie dostępnym w Internecie pakietem. Jak już nadmieniono pomyślano go jako pomocniczy w korzystaniu z programu *R*, w którym wpisywanie i akceptowanie kolejnych poleceń języka *R* jest jednak uciążliwe. Edytor *Tinn-R* uzyskujemy poprzez Google wpisując jako hasło jego nazwę. Spośród różnych możliwości wybieramy stronę: *Tinn-R* (zob. rysunek 10.11). Program ten jest edytorem współpracującym z pakietem trybu okienkowego *RGui*.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.11. Okno do wyboru strony programu *Tinn-R*

Po akceptacji strony *Tinn-R* pojawia się podokno z którego poprzez naciśnięcie *Download* ściągamy z Internetu bezpłatny program *Tinn-R*. Duże jest zainteresowanie tym edytorem, wskazuje na to ilość wejść w danym tygodniu pobierania programu - 677 (zob. rysunek 10.12).

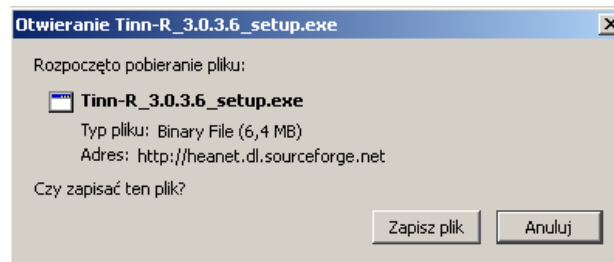


Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.12. Okno do instalacji programu *Tinn-R*

Rozpoczyna się teraz pobieranie pomocniczego pliku *Tinn-R_3.0.3.6_setup.exe* w postaci wykonywalnej do zainstalowania edytora *Tinn-R*. Plik pobierany jest poprzez stronę

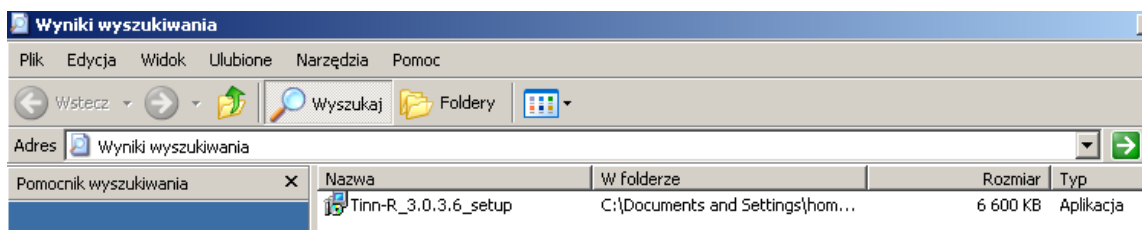
http://heanet.dl.sourceforge.net. Zapisujemy wymieniony wcześniej plik na dysku własnego komputera (zob. rysunek 10.13).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.13. Podokno informujące o rozpoczęciu pobierania pliku dla programu *Tinn-R*

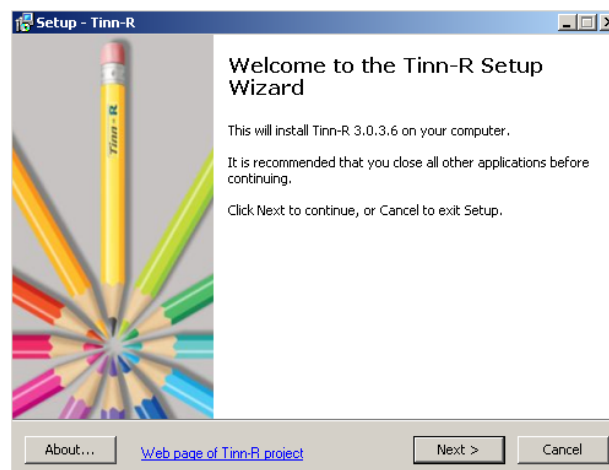
Następuje automatyczne zapisanie pliku *Tinn-R_3.0.3.6_setup* w folderze *C:\Documents and Settings\home* (zob. rysunek 10.14).



Źródło: Opracowanie własne; fragment widoku ekranu.

Rys. 10.14. Efekt wyszukiwania pliku *Tinn-R_3.0.3.6_setup*

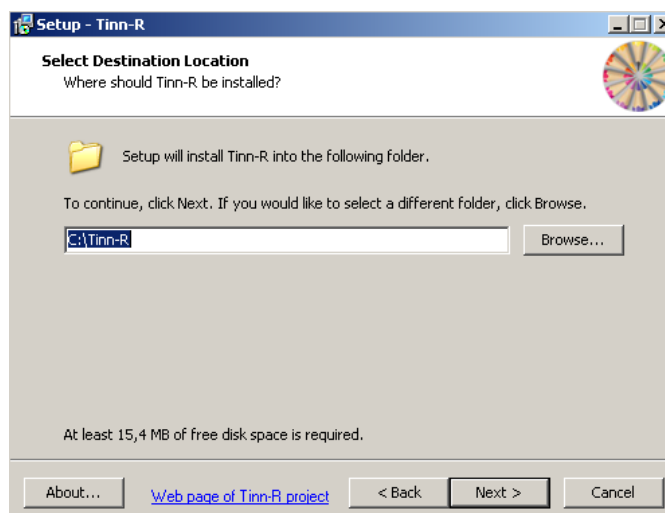
Po zainstalowaniu aplikacji pomocniczej do właściwej instalacji i jej zaakceptowaniu pojawia się ekran powitalny informujący o rozpoczęciu instalacji edytora *Tinn-R* (zob. rysunek 10.15). Zobaczmy jaki ciekawy symbol graficzny w postaci rozety kredek reprezentuje ten edytor. W dalszym postępowaniu poprzez naciśnięcie klawisza *Next* kontynuujemy procedurę instalacji edytora *Tinn_R*.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.15. Ekran powitalny instalacji edytora *Tinn-R*

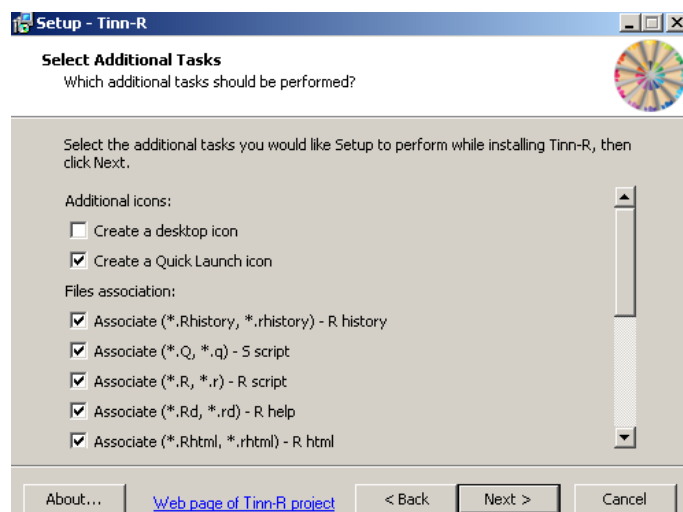
Musimy jeszcze zaakceptować warunki korzystania z publicznej licencji informującej nas o statusie oprogramowania. W kolejności występuje żądanie podania folderu zapisu programu. Akceptujemy domyślny *C:\Tinn-R*. Program ten wymaga co najmniej 15,4 MB pamięci dyskowej (zob. rysunek 10.16).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.16. Podokno zapisu foldera do instalacji edytora *Tinn-R*

Kolejne zapytanie dotyczy integracji z zadaniami programu *R* i przyjmujemy opcje domyślne (zob. rysunek 10.17).



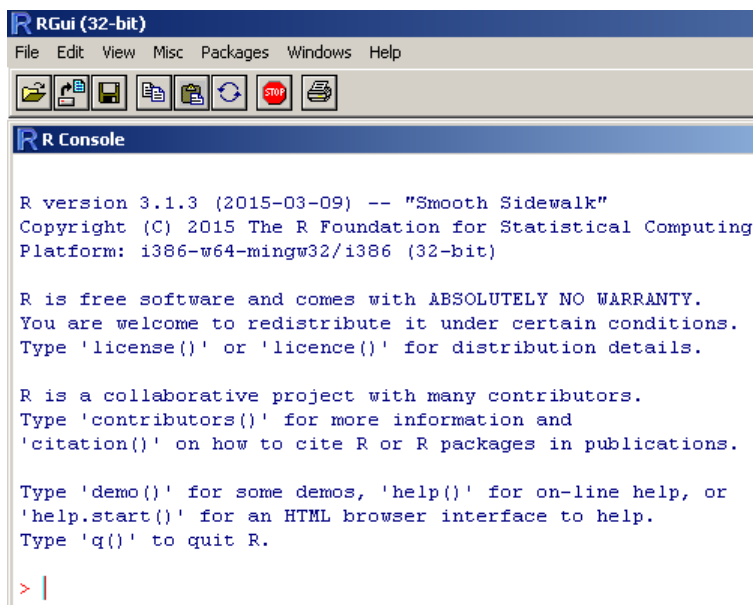
Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.17. Podokno wyboru asocjacji (powiązania) z plikami programu *R*

Jesteśmy już na zakończeniu procesu parametryzacji do instalacji edytora *Tinn_R*. Informowani jesteśmy o tym oknem *Ready to Install*, a naciśnięciu przycisku *Install* zamyka procedurę.

10.5. Uruchomienie RGui w programie R

Po wywołaniu programu R z folderu *Start Menu* pojawia się okno do wpisywania tekstu kodu źródłowego w języku R. Kończy się ono czerwonym znakiem zachęty „>” (zob. rysunek 10.18). Rozpoczynamy wpisywanie poleceń akceptując po każdej zakończonej linii klawiszem *Enter*.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.18. Zainicjowane okno modułu RGui do wprowadzania poleceń w języku R

Na kolejnym rysunku 10.19 pokazano widok ekranu wzbogacony o wykonany przez program wykres wielomianu. Po wprowadzeniu polecenia (komendy) następuje odpowiednia reakcja graficzna tj. rysowanie wykresu wielomianu, zaznaczenie linii poziomej. Poprzez menu istnieje możliwość skopiowania błędnej komendy, jej wklejenie, a następnie dokonanie edycji. Problem optymalizacyjny sprowadza się do:

- narysowania funkcji wielomianu: $f(x) = -2x^2 + 3x + 20$,
- znalezienie ekstremów funkcji w przedziale $(-15, 15)$,
- określenie pierwiastków danego wielomianu.

Z tekstu kodu widzimy, że funkcja określona została komendą **function()**. Rysunek krzywej wykonano komendą **curve()**. Zastosowanie komendy **optimize()** umożliwiło określenie ekstremów lokalnych. Do wyznaczenia pierwiastków wielomianu użyto komendy **polyroot()**. Tu warto zauważyć, że aby wprowadzać kolejne współczynniki wielomianu zaczynając od wyrazu wolnego. Wprowadzając jako początkujący adept języka R poszczególne komendy łatwo o pomyłkę. Pilnuje nas jednak program R sygnalizując miejsce błędu.

```

Type 'q()' to quit R.
> funkcja<-function(x) {-2*x^2+3*x+20}
Error: unexpected symbol in "funkcja<-function(x) (-2*x"
> funkcja<-function(x) {-2*x^2+3*x+20}
> curve(funkcja, -20, 50, lwd=2)
> curve(funkcja, -20, 20, lwd=2)
> abline(h=0, lty=3)
> optimize(funkcja, interval=c(-15, 15), maksimum = FALSE)
Error in f(arg, ...) : unused argument (maksimum = FALSE)
> optimize(funkcja, interval=c(-15, 15), maximum = FALSE)
$minimum
[1] -14.99993

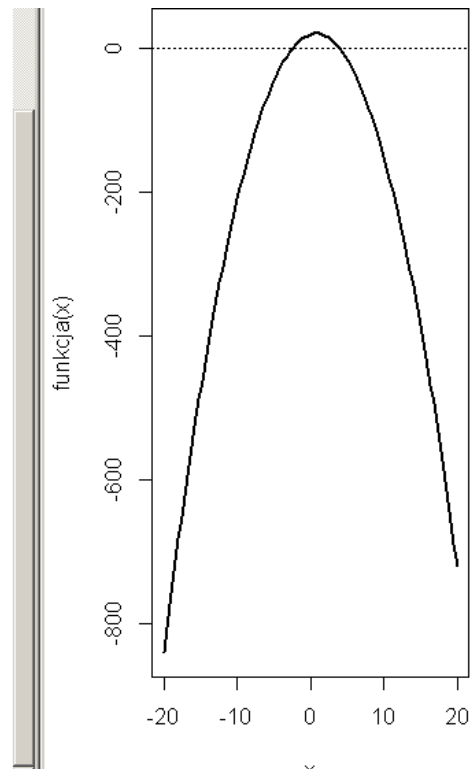
$objective
[1] -474.9957

> optimize(funkcja, interval=c(-15, 15,maximum=TRUE)
+ q
Error: unexpected symbol in:
"optimize(funkcja, interval=c(-15, 15,maximum=TRUE)
q"
> optimize(funkcja, interval=c(-15, 15), maximum=TRUE)
$maximum
[1] 0.75

$objective
[1] 21.125

> polyroot(c(20,3,-2))
[1] 4.0+0i -2.5-0i
> funkcja(0.75)
[1] 21.125
> save.image("D:\\PAULA\\Wielomian")
> |

```



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.19. Obraz wprowadzania oraz uzyskanego efektu problemu optymalizacyjnego

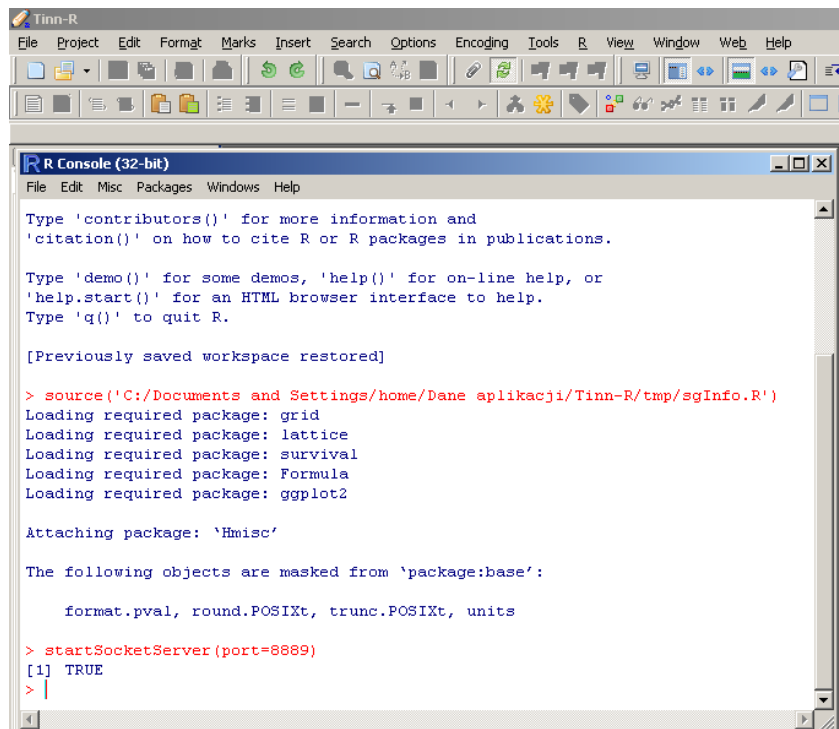
Funkcja rozpatrywanego wielomianu osiąga maksimum w punkcie $x = 0,75$ (program *R* podaje w postaci kropki dziesiętnej) - zob. rysunek 10.19, a wartość funkcji w tym miejscu wynosi:

$$f(x) = -2 \times 0,75^2 + 3 \times 0,75 + 20 = 21,125.$$

Na końcach przedziału - zob. parametr (interval=c(-15, 15)) - występują minima lokalne.

10.6. Rozwiązanie problemu za pomocą programu *Tinn-R*

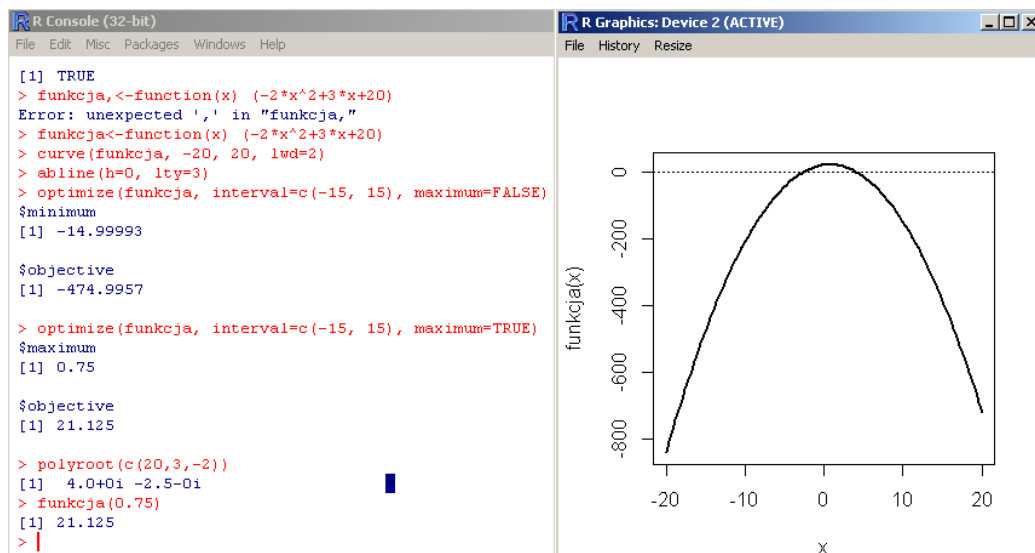
Z poziomu folderu *Start Menu* wywołujemy edytor *Tinn-R*. Funkcja *R* w menu głównym umożliwia nam przywołanie modułu *RGui*. W oknie konsoli *R Console* wprowadzać będziemy podobnie jak na rysunku 10.18 te same komendy. Jest teraz łatwiej, bo mamy już doświadczenie z zapisem formuł komend. Ekran wprowadzający komendy edytorem *Tinn-R* pokazano na rysunku 10.20.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.20. Okno inicjujące programu *Tinn-R*

Łatwo zauważyć, że rozwiązanie wykonane w edytorze *Tinn-R* jest identyczne jak wcześniej (porównaj ryciny 10.19 i 10.21).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 10.21. Komendy i ich realizacja dotyczące problemu optymalizacyjnego rozwiązanego w *Tinn-R*

* * *

W opracowaniu niniejszego tematu bazowano na następującej literaturze pomocniczej:

1. Biecek P., *Przewodnik po pakiecie R*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2008.
2. Duczmal M., Wornalkiewicz Wł., *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*, Część I i II, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2012.
3. Walesiak M., Gatnar E., (red. nauk.), *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.

11. Wykorzystanie wersji aplikacji PROMETHEE-GAIA



11.1. Wprowadzenie

Metoda organizacji rankingu preferencji dla wzbogacania ocen i jej opisowa analiza geometryczna *GAIA* oparte są na matematyce i socjologii. Ta metoda ma wiele coraz bardziej udoskonalonych wersji, a ostatnie z nich wykorzystują komputerową interpretację graficzną. Podstawowe elementy metody *PROMETHEE* zostały po raz pierwszy wprowadzone przez Jean-Pierre Bransa w 1982 roku. Została ona później rozszerzona i wdrożona wspólnie z Bertrandem Mareschalem. Podejście *GAIA* pozwala na wizualizację głównych cech problemu decyzyjnego. Natomiast *PROMETHEE* zapewnia decydentowi rankingi działań. Aby zrozumieć tą metodę prześledźmy jej podstawowy model matematyczny⁸². Przyjmijmy, że $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ jest zbiorem działań i niech $F = \{f_1, \dots, f_q\}$ będzie spójną rodziną kryteriów q i niech te kryteria będą maksymalizowane. Podstawowe dane związane z takim problemem można zapisać jako $(n \times q)$ ocen.

	$f_1(\cdot)$	$f_2(\cdot)$...	$f_j(\cdot)$...	$f_q(\cdot)$
a_1	$f_1(a_1)$	$f_2(a_1)$...	$f_j(a_1)$...	$f_q(a_1)$
a_2	$f_1(a_2)$	$f_2(a_2)$...	$f_j(a_2)$...	$f_q(a_2)$
...
a_i	$f_1(a_i)$	$f_2(a_i)$...	$f_j(a_i)$...	$f_q(a_i)$
...						
a_n	$f_1(a_n)$	$f_2(a_n)$...	$f_j(a_n)$...	$f_q(a_n)$

W procedurze metody *PROMETHEE* najpierw dokonuje się porównania parami wszystkich działań dla każdego kryterium:

$$d_k(a_i, a_j) = f_k(a_i) - f_k(a_j)$$

gdzie: $d_k(a_i, a_j)$ jest to różnica między ocenami dwóch działań dla kryterium f_k .

Różnice te zależą od zastosowanych skal pomiarowych i nie zawsze są łatwe do porównania. Z tego względu w praktyce stosuje się normalizację danych. W aplikacji *PROMETHEE-GAIA* wprowadzono dla każdego z kryterium funkcję preferencji zależną od rodzaju danych. Zastosowanie funkcji preferencji ma na celu przełożenie różnicy na unikryteryjny stopień preferencji w następujący sposób:

$$\pi_k(a_i, a_j) = P_k[(a_i, a_j)]$$

gdzie: $P_k: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ jest dodatnią, nie malejącą funkcją preferencji taką, że $P_k(0) = 0$.

⁸² https://en.wikipedia.org/wiki/Preference_ranking_organization_method_for_enrichment_evaluation.

Trzeba tu dodać, że w początkowej wersji PROMETHEE zaproponowano sześć różnych typów funkcji preferencji, jeśli kryteria są maksymalizowane i pełnią rolę stymulant. Wśród nich liniowa funkcja preferencji jednokryterialnej, która jest często stosowana w praktyce dla kryteriów ilościowych.

$$P_k(x) \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \leq q_k \\ \frac{x - q_k}{p_k - q_k} & \text{gdy } q_k < x < p_k \\ 1 & \text{gdy } x \geq p_k \end{cases}$$

Zero występuje jeśli $x \leq q_k$, a jeden gdy $x \geq p_k$. Natomiast obliczenie według podanego ilorazu gdy $(q_k < x < p_k)$, przy czym q_j i p_j są odpowiednio progami obojętności i preferencji. Znaczenie tych parametrów jest następujące: gdy różnica x jest mniejsza lub równa progowi obojętności q_j to uważana jest za nieistotną i stopień preferencji jest równy zero. Natomiast gdy przekracza próg preferencji traktowana jest jako istotna, a stopień preferencji unikryterium jest równy jeden (wartość maksymalna). Jeśli różnica jest między dwoma progami, wartość pośrednia jest obliczana dla stopnia preferencji według interpolacji liniowej.

Następnie obliczany jest stopień preferencji wielokryterialnej, aby globalnie porównać każdą parę działań stosując wzór:

$$\pi(a, b) = \sum_{k=1}^q P_k(a, b) * w_k$$

przy czym w_k to waga kryterium f_k i zakłada się, że $w_k \geq 0$ oraz $\sum_{k=1}^q w_k = 1$.

Aby ustawić każde działanie (akcję), w odniesieniu do wszystkich innych akcji obliczane są pozytywne i negatywne przepływy preferencji :

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \quad \left| \quad \phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)$$

Pozytywne i negatywne przepływy preferencji są agregowane w przepływ netto stanowiący różnicę między $\phi^+(a)$ a $\phi^-(a)$. W efekcie końcowym ranking według metody PROMETHEE II uzyskuje się poprzez uporządkowanie działań według malejących wartości przepływów netto. W początkowej wersji metody PROMETHEE zastosowano 6 funkcji preferencji.

Zwykła (<i>Usual</i>)	$P_j(d_j) = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli } d_j \leq 0 \\ 1 & \text{jeżeli } d_j > 0 \end{cases}$
U kształt (<i>U-shape</i>)	$P_j(d_j) = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli } d_j \leq q_j \\ 1 & \text{jeżeli } d_j > q_j \end{cases}$
V kształt (<i>V-shape</i>)	$P_j(d_j) = \begin{cases} \frac{ d_j }{p_j} & \text{jeżeli } d_j \leq p_j \\ 1 & \text{jeżeli } d_j > p_j \end{cases}$
Poziom (<i>Level</i>)	$P_j(d_j) = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli } d_j \leq q_j \\ \frac{1}{2} & \text{jeżeli } q_j < d_j \leq p_j \\ 1 & \text{jeżeli } d_j > p_j \end{cases}$

Liniowa (<i>Linear</i>)	$P_j(d_j) = \begin{cases} 0 & \text{jeżeli } d_j \leq q_j \\ \frac{ d_j - q_j}{p_j - q_j} & \text{jeżeli } q_j < d_j \leq p_j \\ 1 & > p_j \end{cases}$
Gausa	$P_j(d_j) = 1 - e^{-\frac{d_j^2}{2s_j^2}}$

Kolejne udoskonalone wersje metody optymalizacji wielokryterialnej określone były literami rzymskimi. Pierwsza z nich *PROMETHEE I* daje częściowy ranking działań, który opiera się na przepływach dodatnich i ujemnych i obejmuje preferencję, indyferencję (obojętność na niewielką zmianę). Natomiast *PROMETHEE II* to globalny ranking działań bazujący na wielokryterialnym przepływie netto i zawiera również indyferencję Q .

Przed przejściem do rozwiązania przykładu z użyciem aplikacji *PROMETHEE II* przypomnijmy sobie ranking kursów szkolenia online w zakresie BI (*Business Inteligence*) uzyskany we wcześniejszym rozdziale (zob. rysunek 11.1), gdzie ranking potencjalnych kursów był następujący: Kurs 1 → Kurs 4 → Kurs 2 → Kurs 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Kurs 1	Kurs 2	Kurs 3	Kurs 4	φ^+	0,476	$\varphi = \varphi^+ - \varphi^-$	Ranking
2	Kurs 1		0,476	0,651	0,297	0,475	0,651	0,371	1
3	Kurs 2	0,011		0,257	0,090	0,119	0,297	-0,250	3
4	Kurs 3	0,141	0,212		0,118	0,157	0,011	-0,309	4
5	Kurs 4	0,160	0,418	0,490		0,356	0,257	0,188	2
6	φ^-	0,104	0,369	0,466	0,168		0,090		
7					m-1	3	0,141		
8							0,212		
9							0,118		
10							0,160		
11							0,418		
12							0,490		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 11.1. Określenie przepływu referencji i ustalenie rankingu potencjalnych kursów BI

11.2. Zdefiniowanie problemu w *PROMETHEE-GAIA*

Po merytorycznym wprowadzeniu warto zainstalować sobie z Internetu bezpłatną wersję aplikacji *PROMETHEE-GAIA* do zastosowań akademickich, której strona startowa została pokazana na rysunku 11.2.



Rys. 11.2. Strona startowa oprogramowania *Visual PROMETHEE Academic*

Skromne są informacje dotyczące zainstalowanego pakietu *PROMETHEE-GAIA*. Z tego względu poznanie jego zasad działania zajęło sporo czasu, symulując kolejne podejścia na bazie wcześniejszego przykładu dotyczącego wyboru odpowiedniego kursu online w zakresie szkolenia BI. Na rysunku 11.3 widzimy utworzony plik *GAIA8.vpg*. Powstał on na podstawie modelu standardowego zaproponowanego przez twórcę metody. Wprowadzono tu cztery potencjalne kursy (Kurs 1 - Kurs 4) i 10 kryteriów wymienionych na rysunku 11.4.

Cena ma charakter destymulacyjny, dążyć powinna do minimum i dlatego jako wartość progu ($P:Preference$) przyjęto 1300 zł, a ponadto założono funkcję preferencji ($Preference F_n$) jako *V-shape*. Pozostałe kryteria są stymulantami i dążyć powinny do maksimum, stąd jako progi ($P:Preference$) wprowadzono wartości maksymalne z listy czterech kursów w odniesieniu do 10. kryteriów.

Visual PROMETHEE Academic - GAIA8.vpg (saved)

File Edit Model Control PROMETHEE-GAIA GDSS GIS Custom Assistants Snapshots Options Help

	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Wielokryterialna	Cena	Sylabus	Czas	Funkcjonalność	Materiały	Konsultacje	Komunikacja	Dostępność	Przydatność	Certyfikat	
Unit	zł	%	godz	5-point	godz	godz	5-point	dni	5-point	5-point	
Cluster/Group	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	
Preferences											
Min/Max	min	max	max	max	max	max	max	max	max	max	
Weight	0,21	0,17	0,06	0,03	0,11	0,08	0,01	0,09	0,16	0,07	
Preference F_n	V-shape	V-shape	V-shape	Level	V-shape	V-shape	Level	V-shape	Level	Level	
Thresholds	absolute	percentage	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	
- Q: Indifference	n/a	n/a	n/a	3,0000	n/a	n/a	3,0000	n/a	3,0000	2,0000	
- P: Preference	1.300,0000 zł	83	24,0000	5,0000	10,0000	3,0000	5,0000	30,0000	5,0000	5,0000	
- S: Gaussian	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Statistics											
Minimum	1.300,0000 zł	67,0000	20,0000	3,0000	5,0000	0,0000	4,0000	7,0000	3,0000	1,0000	
Maximum	2.200,0000 zł	83,0000	24,0000	4,0000	10,0000	3,0000	5,0000	30,0000	4,0000	3,0000	
Average	1.800,0000 zł	75,2500	21,5000	3,5000	7,7500	1,0000	4,5000	16,2500	3,5000	1,5000	
Standard Dev.	324,0370 zł	5,7609	1,6583	0,5000	1,8200	1,2247	0,5000	8,4373	0,5000	0,8660	
Evaluations											
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 1	1.900,0000 zł	83,0000	24,0000	good	8,5000	3,0000	good	30,0000	good	very bad	
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 2	2.200,0000 zł	77,0000	22,0000	average	7,5000	1,0000	very good	14,0000	average	very bad	
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 3	1.300,0000 zł	67,0000	20,0000	average	5,0000	0,0000	good	7,0000	average	very bad	
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 4	1.800,0000 zł	74,0000	20,0000	good	10,0000	0,0000	very good	14,0000	good	average	

Rys. 11.3. Początkowa implementacja przykładowej standardowej strony parametrów

Początkowo cechom ilościowym (*Sylabus, Czas, Materiały, Konsultacje*) nadano funkcję preferencji (*V-shape*), a oceniającym jakościowo funkcję *Level* - poziom w skali (1-5). Jednak określenie progu dolnego (*Q:Indifference*) - obojętności budziło wątpliwości. Ostatecznie przyjęto 3 punkty do kryteriów *Funkcjonalność, Komunikacja, Przydatność*, a 2 w odniesieniu do kryterium (*Certyfikat*).

1	Kryterium		Miara	Waga	Wartości	
	Symbol	Nazwa			Max	Min
3	C1	Cena	zł	21,22%	2500	0
4	C2	Sylabus	%	16,78%	100%	65%
5	C3	Czas trwania kursu	godz.	6,33%	30	20
6	C4	Funkcjonalność platformy	Skala: 1-5	3,45%	5	3
7	C5	Liczba materiałów	godz.	11,23%	15	7,5
8	C6	Eksperckie konsultacje on-line	godz.	7,98%	5	2
9	C7	Komunikacja z innymi	Skala: 1-5	1,12%	5	3
10	C8	Dostępność materiałów po kursie	dni	8,60%	360	14
11	C9	Przydatność zawodowa	Skala: 1-5	15,84%	5	3
12	C10	Rozpoznawalny certyfikat	Skala: 1-5	7,45%	5	2
13		Suma:		100,00%		

Rys. 11.4. Kryteria oceny wyboru czterech kursów e-learningowych dla szkoleń BI

W procesie implementacji klikamy na dane kryterium i wtedy pojawia się nam okno dialogowe „*Criterion properties*” w którym dokonujemy odpowiednich korekt w zakresie nazwy, skrótu nazwy, opisu, jednostki miary, scali, precyzji danych, rodzaju i formy zapisu np. waluty (zob. rysunek 11.5). Po modyfikacji wystąpią np. w odniesieniu do kryterium „*Cena*”:

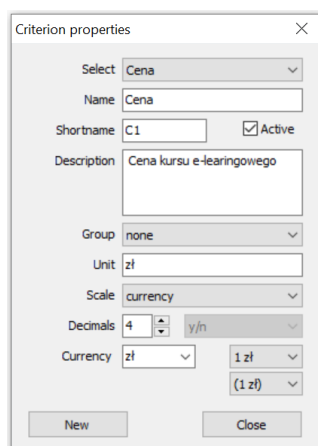
- C1 (krótka nazwa kryterium),
- Cena kursu e-learningowego (opis),
- zł (jednostka miary),
- *currency* (rodzaj wartości - walutowy),
- 4 (liczba miejsc po przecinku),
- zł (jednostka waluty),
- 1 zł (ustawienie jednostki waluty po wartości).

Naciśnięcie „*Close*” powoduje zapisanie charakterystyki kryterium w pamięci programu. Dla kryterium „*Sylabus*” zmieniliśmy zapis liczbowy (*absolute*) na procentowy (*percentage*). W wierszu „*Weight*” wprowadzamy z dokładnością do czterech miejsc po przecinku wagi znaczeń poszczególnych kryteriów:

- Cena* (0,2122) - 0,21;
- Sylabus* (0,1678) - 0,17;
- Czas* (0,0633) - 0,06;
- Funkcjonalność* (0,0345) - 0,03;
- Materiały* (0,1123) - 0,11;
- Konsultacje* (0,0798) - 0,18;
- Komunikacja* (0,0112) - 0,01;
- Dostępność* (0,0860) - 0,09;

Przydatność (0,1584) - 0,16;

Certyfikat (0,0745) - 0,07.



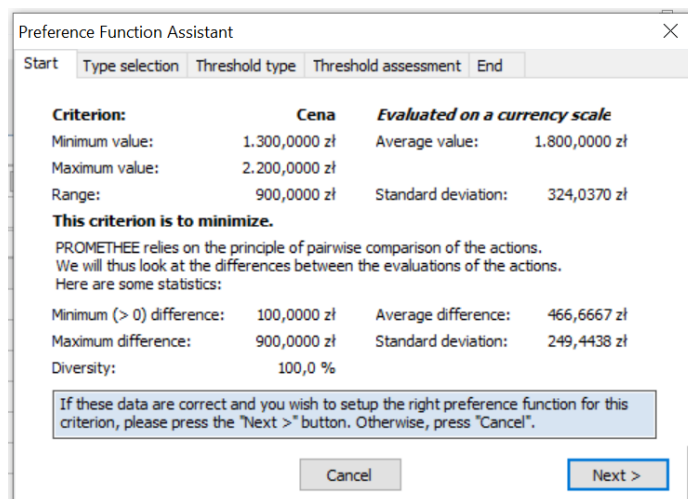
Rys. 11.5. Przykładowe okno dialogowe opisu kryterium „Cena” po zmianie standardowego

Jeśli np. klikniemy na „Scale” mamy do wyboru: *numerical* (liczbowa), *currency* (walutowa), *qualitative* (jakościowa - punktowa). W (*Min/Max*) mamy do wyboru kierunek danej optymalizacji jednokryterialnej tj. minimum lub maksimum. Możemy też wprowadzić własne wagi (*Weight*) poszczególnych kryteriów, i tak w odniesieniu do ceny wprowadzono 0,2122, ale program pokazuje 0,21. Powróćmy jeszcze do opcji „*Preference Fn*”, w której możemy, jak już wspomniano, wskazać funkcję preferencji spośród: *Usual*, *U-shape*, *V-shape*, *Level*, *Linear*, *Gaussian* oraz zażądać pomocy „*Help me...*”. Ponieważ mieliśmy wcześniej problem ze wskazaniem funkcji preferencji, w odniesieniu do konkretnego kryterium, podglądnijmy podpowiedź „*Preference Function Assistant*” (zob. rysunek 11.6).

Warto jeszcze zwrócić uwagę na opcje w ramach przycisku „*Decimals*”. Występuje tu rozróżnienie zapisu wartości jako: *y/n*, *impact*, *5-point*, *9-point*. A więc możemy też skorzystać ze skali jakościowej Sattiego dziewięciopunktowej lub pięciopunktowej - Likerta , gdzie⁸³:

- 1 - *very bad* (bardzo źle),
- 2 - *bad* (źle),
- 3 - *average* (średnio),
- 4 - *good* (dobrze),
- 5 - *very good* (bardzo dobrze).

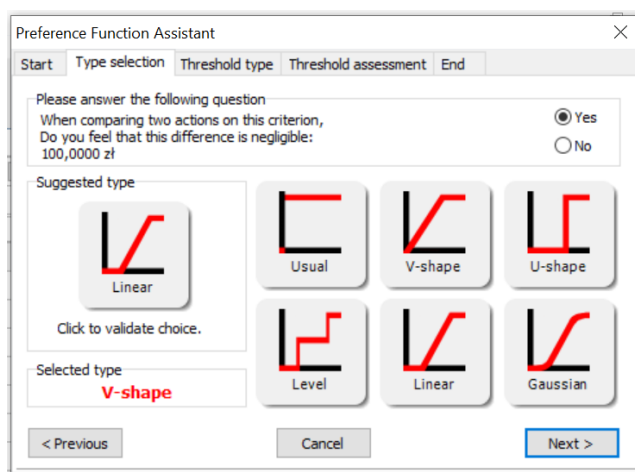
⁸³ <https://symetria.pl/blog/artykuly/skala-likerta-ktora-wersje-wybrac-2/>.



Rys. 11.6. Informacja startowa dotycząca kryterium „Cena”

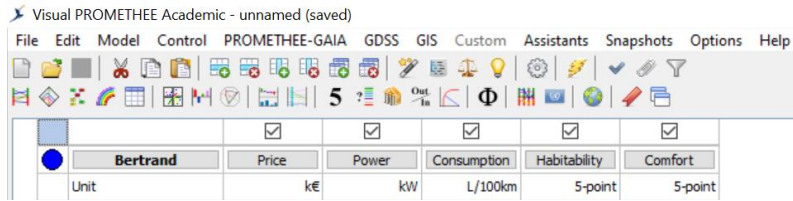
Spoglądając na menu w rysunku 6. w kolejności wywołujemy zakładkę „*Type selection*” i tu przedstawionych jest graficznie 6 opisanych już we „*Wprowadzeniu*” funkcji preferencji (zob. rysunek 11.7). „*Threshold type*” umożliwi nam zamianę typu wartości na procentową. Opcja „*Treshhold assessment*” i „*End*” dają możliwość obejrzenie wartości i grafiki naszej funkcji preferencji np. „*V-shape*”.

Powróćmy jeszcze do rysunku 11.3 gdzie występująca tam część „*Statistics*” obliczana jest przez program na podstawie danych „*Evaluations*”. W przykładzie wzorcowym opracowanym przez twórcę metody PROMEania do THEE profesora Bertranda Mareschala występują 4 kryteria oraz 4 działania do wyboru odpowiedniego samochodu osobowego (zob. rysunek 11.8).



Rys. 11.7. Graficzne przedstawienie sześciu funkcji preferencji

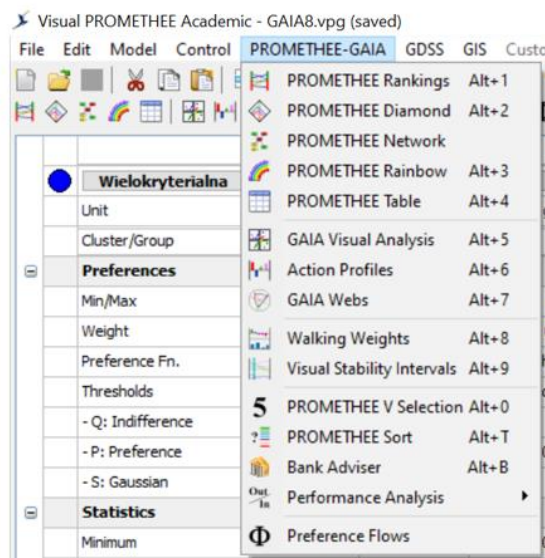
Dotychczas spośród zaprezentowanych funkcji preferencji, w naszym przykładzie, skorzystali z „*V-shape*” oraz z „*Level*”. Zmieniamy nazwy kryteriów oraz działań przy wykorzystaniu zakładki „*Edit*”.



Rys. 11.8. Standardowe kryteria w przykładzie „Bertrand”

11.3. Podejście do prezentacji graficznej przy wykorzystaniu dodatku programowego GAIA

Możliwości interpretacji graficznej wyników optymalizacji wielokryterialnej metodą *PROMETHEE* występują w ramach zakładki „PROMETHEE-GAIA” stanowiącej rozszerzenie programowe wersji *PROMETHEE II*. Występuje tam wiele sposobów wizualizacji wyników realizacji rankingu działań (zob. rysunek 11.9). Ze względu jednak na ograniczone ramy tej publikacji z ciekawości zobaczymy niektóre z nich.



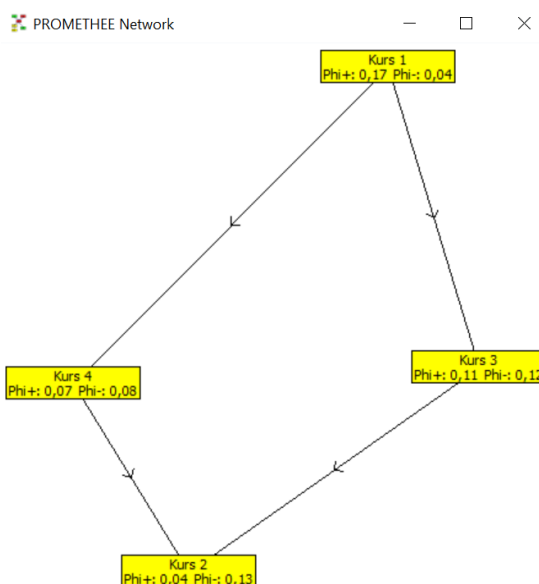
Rys. 11.9. Rozwinięcie funkcjonalności zakładki „PROMETHEE-GAIA”

Do zaprezentowania w ramach niniejszej publikacji wybrano często stosowane sposoby prezentacji a mianowicie:

- *PROMETHEE Network*,
- *PROMETHEE Rainbow*,
- *GAIA Visual Analysis*,
- *PROMETHEE Table*,
- *Walking Weights*.

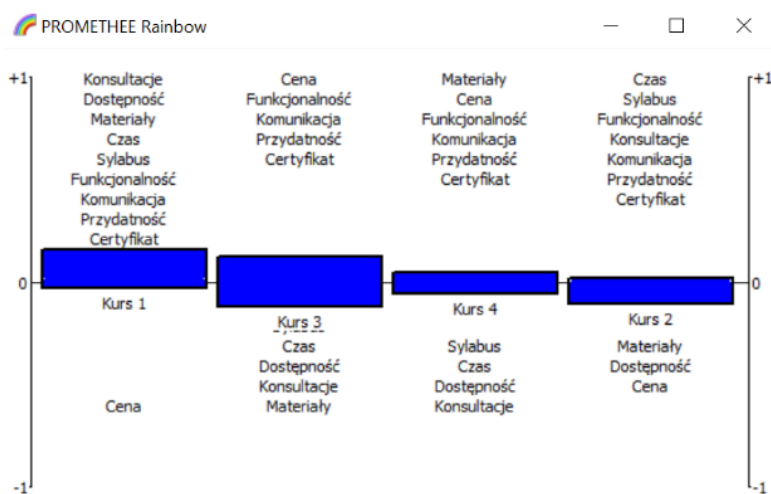
Wizualizację sieci rankingu kursów online pokazano na rysunku 11.10, przy czym najwyżej preferowany jest Kurs 1, a wartości stopni preferencji są następujące:

		ϕ^+	ϕ^-	$\phi = \phi^+ - \phi^-$
1	Kurs 1	0,17	0,04	0,13
2	Kurs 2	0,11	0,12	-0,01
3	Kurs 3	0,07	0,08	-0,01
4	Kurs 4	0,04	0,13	-0,09



Rys. 11.10. Umieszczenie w sieci działań (kursów) z podaniem pozytywnych i negatywnych stopni preferencji

W ramach grafiki uzyskanej opcją „*PROMETHEE Rainbow*” pokazano dodatnie (pozytywne) oraz ujemne (negatywne) stopnie preferencji w odniesieniu do poszczególnych działań (kursów) - zob. rysunek 11.11.

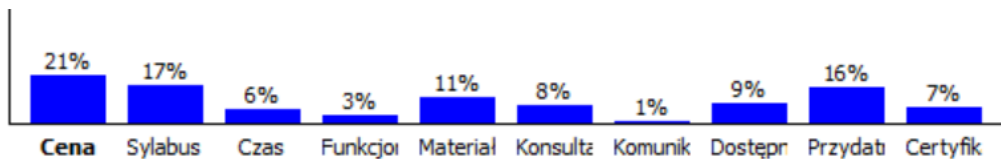


Rys. 11.11. Prezentacja kryteriów w skali (+1, -1) stopni preferencji

Na podstawie naszego pliku testowego GAIA8.vpg ranking kursów od najbardziej zalecanego jest następujący: Kurs 1, Kurs 3, Kurs 4, Kurs 2. Natomiast według nieco innej

procedury obliczeniowej w Excelu (zob. rysunek 1) ranking kursów układał się malejąco: Kurs 1, Kurs 4, Kurs 2, Kurs 3. W obu przypadkach dominuje kurs 1 dla którego stopień preferencji netto wynosi: $\phi = 0,13$.

Interesujące jest jeszcze zobrazowanie wyników pracy programu PROMETHEE-GAIA przy wykorzystaniu funkcji *GAIA Visual Analysis*, co pozostawia się do przetestowania Czytelnikowi - oczywiście po zainstalowaniu przez niego z Internetu bezpłatnej aplikacji *PROMETHEE-GAIA*. Skorzystanie z wizualizacji „*PROMETHEE Table*” zostanie przedstawione w dalszym podrozdziale. Zobaczmy jeszcze jaki efekt uzyskamy po wywołaniu opcji „*Walking Weights*” - zobacz fragment wizualizacji na rysunku 11.12.



Rys. 11.12 Wagi procentowe kryteriów

11.4. Wprowadzenie funkcji „*Linear*”

Funkcja preferencji „*Linear*” umożliwia wprowadzenie dwóch progów: obojętnego (*Q:Indifference*), istotnego (*P:Preference*). Wystąpienie różnicy między kursami dla danego kryterium $\leq (Q:Indifference)$ nie ma znaczenia dla klasyfikacji, natomiast przekroczenie progu (*P:Preference*) jest istotne. Wartość pośrednia obliczana jest w sposób określony przez funkcję preferencji *Linear*, co już zostało podane we wcześniejszym podrozdziale „*Wprowadzenie*”. Zdefiniowanie problemu z użyciem funkcji preferencji „*Linear*” zaprezentowano na rysunku 11.13.

Visual PROMETHEE Academic - GAIA10.vpg (saved)

File Edit Model Control PROMETHEE-GAIA GDSS GIS Custom Assistants Snapshots Options Help

Wielokryterialna	Cena	Sylabus	Czas	Funkcjonalność	Materiały	Konsultacje	Komunikacja	Dostępność	Przydatność	Certyfikat
Unit	zł	%	godz	5-point	godz	godz	5-point	dni	5-point	5-point
Cluster/Group	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆
Preferences										
Min/Max	min	max	max	max	max	max	max	max	max	max
Weight	0,21	0,17	0,06	0,03	0,11	0,08	0,01	0,09	0,16	0,07
Preference Fn.	V-shape	Linear	Linear	Level	Linear	Linear	Level	Linear	Level	Level
Thresholds	absolute	percentage	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute
- Q: Indifference	n/a	5	2,000	1,000	1,000	0,500	1,000	2,000	1,000	1,000
- P: Preference	2.000,000 zł	75	20,000	4,000	8,000	2,000	4,000	20,000	4,000	4,000
- S: Gaussian	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Statistics										
Minimum	1.300,000 zł	67,000	20,000	3,000	5,000	0,000	4,000	7,000	3,000	1,000
Maximum	2.200,000 zł	83,000	24,000	4,000	10,000	3,000	5,000	30,000	4,000	3,000
Average	1.800,000 zł	75,2500	21,5000	3,5000	7,7500	1,0000	4,5000	16,2500	3,5000	1,5000
Standard Dev.	324,0370 zł	5,7609	1,6583	0,5000	1,8200	1,2247	0,5000	8,4373	0,5000	0,8660
Evaluations										
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 1	1.900,000 zł	83,0000	24,0000	good	8,5000	3,0000	good	30,0000	good	very bad
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 2	2.200,000 zł	77,0000	22,0000	average	7,5000	1,0000	very good	14,0000	average	very bad
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 3	1.300,000 zł	67,0000	20,0000	average	5,0000	0,0000	good	7,0000	average	very bad
<input checked="" type="checkbox"/> Kurs 4	1.800,000 zł	74,0000	20,0000	good	10,0000	0,0000	very good	14,0000	good	average

Rys. 11.13. Zastąpienie funkcji „V-shape” funkcją „Linear” dla kryteriów: *Sylabus, Czas, Materiały, Konsultacje, Dostępność*

W tworzeniu kolejnego podejścia do klasyfikacji kursów kierowano się wartościami maksymalnymi i minimalnymi w ramach dziesięciu kryteriów dla czterech kursów online podając poniższe dane:

	Cena	Sylabus	Czas	Funkcjonalność	Materiały	Konsultacje	Komunikacja	Dostępność	Przydatność	Certyfikat
<i>F_n</i>	V-shade	Linear	Linear	Level	Linear	Linear	Level	Linear	Level	Level
<i>Q</i>	-	5%	2	1	1	0,5	1	2	1	1
<i>P</i>	2000	75%	20	4	8	2,0	4	20	4	4

gdzie: *F_n* - Preference *F_n*, *Q* - (*Q*:Indifferece), *P* - (*P*:Preference).

W efekcie pracy programu, korzystając z opcji „PROMETHEE Table” uzyskano tabelę rankingu kursów, przy czym w przykładzie bazującym na standardowym raporcie pozostawiono „Car” jako element opisu rankingu przykładu wzorcowego (zob. rysunek 11.14).

Rank	Car		Phi	Phi+	Phi-
1	Kurs 1	■	0,1419	0,1817	0,0398
2	Kurs 4	■	0,0172	0,0950	0,0778
3	Kurs 3	■	-0,0669	0,0707	0,1376
4	Kurs 2	■	-0,0922	0,0337	0,1259

Rys. 11.14. Ranking kursów po zmianie podejścia co do doboru funkcji preferencji

Z rysunku 11.14 wynika, że ranking (1) kursów układa się według dotychczasowych prób układa się następująco według:

R	Procedura w <i>Excelu</i>	Sposób z funkcją <i>V-shape</i>	Sposób z funkcją <i>Linear</i>
1	Kurs 1	Kurs 1	Kurs 1
2	Kurs 4	Kurs 3	Kurs 4
3	Kurs 2	Kurs 4	Kurs 3
4	Kurs 3	Kurs 2	Kurs 2

Teraz w stosunku do wariantu postępowania, z użyciem arkusza kalkulacyjnego Excel, w sposobie postępowania nastąpiło identyczne ustawienie Kursu 1 jako pierwszego i Kursu 4 jako drugiego.

11.5. Uwzględnienie progów według istotności różnic

Założono wstępnie dwa progi według których funkcja preferencji określa priorytet. Jak już nadmieniono są nimi próg obojętności ($Q:Indifference$) oraz próg preferencji ($P:Preference$) według których określany jest stopień preferencji. Sposób jego wyznaczenia podano dla funkcji *V-shape*, *Linear* oraz *Level* we wcześniejszym podrozdziale. Określenie progów wymaga wiedzy eksperta danej branży, gdyż jako potencjalne działania (oferty kursów) przyjęte zostaną do optymalizacji wielokryterialnej tylko te wartości, które zależne są od wyznaczonych progów.

Dla kryterium „Cena” próg preferencji równy 1300 zł okazał się najniższą ceną spośród czterech potencjalnych kursów K1 - K4. Dla pozostałych kryteriów (*Sylabus* → *Certyfikat*) próg obojętności założono na tyle niewielki, że wystąpienie różnicy danej cechy (kryterium) między kursami jako ($Q:Indifference$) uznaje się za nieistotne i wtedy funkcja przyjmuje zazwyczaj wartość zero. Jeśli różnica przekracza próg preferencji to funkcja przyjmuje zazwyczaj wartość 1. Natomiast gdy różnica będzie w przedziale progów to obliczana jest w różny sposób w zależności od rodzaju i roli kryterium (stymulanta/destymulanta). Zdefiniowanie danych do optymalizacji wielokryterialnej według opisanego sposobu zaprezentowano na rysunku 11.15.

Visual PROMETHEE Academic - GAIA11.vpg (saved)

File Edit Model Control PROMETHEE-GAIA GDSS GIS Custom Assistants Snapshots Options Help

Wielokryterialna	Cena	Sylabus	Czas	Funkcjonalność	Materiały	Konsultacje	Komunikacja	Dostępność	Przydatność	Certyfikat	
Unit:	zł	%	godz	5-point	godz	godz	5-point	dni	5-point	5-point	
Cluster/Group	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	
Preferences											
Min/Max	min	max	max	max	max	max	max	max	max	max	
Weight	0,21	0,17	0,06	0,03	0,11	0,08	0,01	0,09	0,16	0,07	
Preference Fn.	V-shape	Linear	Linear	Level	Linear	Linear	Level	Linear	Level	Level	
Thresholds	absolute	percentage	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	
- Q: Indifference	n/a	8	2,00	0,50	1,00	0,50	0,50	5,00	0,50	0,50	
- P: Preference	1.300,00 zł	15	4,00	1,00	5,00	1,50	1,00	12,00	1,00	1,00	
- S: Gaussian	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Statistics											
Minimum	1.300,00 zł	67,00	20,00	3,00	5,00	0,00	4,00	7,00	3,00	1,00	
Maximum	2.200,00 zł	83,00	24,00	4,00	10,00	3,00	5,00	30,00	4,00	3,00	
Average	1.800,00 zł	75,25	21,50	3,50	7,75	1,00	4,50	16,25	3,50	1,50	
Standard Dev.	324,04 zł	5,76	1,66	0,50	1,82	1,22	0,50	8,44	0,50	0,87	
Evaluations											
<input checked="" type="checkbox"/>	Kurs 1	1.900,00 zł	83,00	24,00	good	8,50	3,00	good	30,00	good	very bad
<input checked="" type="checkbox"/>	Kurs 4	1.800,00 zł	74,00	20,00	good	10,00	0,00	very good	14,00	good	average
<input checked="" type="checkbox"/>	Kurs 3	1.300,00 zł	67,00	20,00	average	5,00	0,00	good	7,00	average	very bad
<input checked="" type="checkbox"/>	Kurs 2	2.200,00 zł	77,00	22,00	average	7,50	1,00	very good	14,00	average	very bad

Rys. 11.15. Zdefiniowanie problemu decyzyjnego z oszacowaniem progów preferencji

Skorzystajmy jeszcze zakładki „PROMETHEE-GAIA” oraz opcji „PROMETHEE Table”, aby zobaczyć ranking kursów po innym sposobie określenia progów.

Rank	Car	Phi	Phi+	Phi-
1	Kurs 1	0,3013	0,3763	0,0751
2	Kurs 4	0,1852	0,3021	0,1169
3	Kurs 3	-0,2330	0,1088	0,3418
4	Kurs 2	-0,2535	0,0563	0,3098

Rys. 11.12. Wyznaczymy ranking działań (kursów) po uwzględnieniu oszacowania progów preferencji

Było to kolejne podejście do wyznaczenia rankingu kursów szkolenia online w zakresie BI. Widzimy, że ranking kursów w stosunku do podejścia poprzedniego nie zmienił się, lecz tylko korekcie wielkości stopni preferencji netto ϕ .

* * *

Optymalizacja wielokryterialna jest ciekawym obszarem rozważań naukowych. Część metod została już z informatyzowana. Określona grupa twórców stale penetruje swoje modele matematyczne, aby doprowadzić je do uzyskania wyników zadawalających praktykę gospodarczą. Takim przykładem jest właśnie zestaw modeli o zainicjowanej nazwie

PROMETHEE. Prowadzenie jednak edukacji akademickiej jest utrudnione z powodu wielu publikacji i to tylko częściowo ujawniających szczegóły procedur dojścia do rankingu działań zarządczych. To opracowanie jak i dwa inne podjęte w tej pracy starano się przedstawić dokładnie dla popularyzacji optymalizacji wielokryterialnej w środowisku studentów kierunków ekonomicznych. Nabranie bowiem umiejętności posługiwania się aplikacjami klasy PROMETHEE da przyszłym decydom narzędzie pracy w klasyfikowaniu potencjalnych przedsięwzięć w ramach różnych jednostek gospodarczych i to nie tylko.

12. Zastosowanie formuł Excela w optymalizacji wielokryterialnej metodą PROMETHEE II



12.1. Wstęp

Różne są metody rozwiązywania zadań wielokryterialnych. Rzadko jednak spotykamy w literaturze jak i w źródłach internetowych podane dość precyzyjnie procedury postępowania. Zwykle są to proste przykłady o kilku kryteriach na malej liczbie danych i to z pokazaniem kroków postępowania manualnego. Dokładne podanie formuł *Excela*, w optymalizacji wielokryterialnej metodą *PROMETHEE II*, może więc być przyczynkiem do dalszych takich publikacji, w odniesieniu do kolejnych sposobów optymalizacji wielokryterialnej.

W opracowaniu niniejszym skorzystano z danych i kroków postępowania opublikowanych w artykule internetowym⁸⁴. Metoda *PROMETHEE II* wychodzi z założenia określenia kryteriów z punktu widzenia zamierzonego celu, np. wyboru adekwatnego w zakresie jakości i potrzeb kursu szkoleniowego systemu *Business Intelligence* (BI). Oczywiście jest to tylko pretekst do komputerowego modelowania innych aktualnych potrzeb, z zastosowaniem znanych w literaturze przedmiotu metod optymalizacji wielokryterialnej. Zaprezentowane postępowanie, z pokazaniem widoków tabel z arkusza kalkulacyjnego *Excel*, jako składnika aktualnie stosowanego pakietu *Microsoft 365* z dostępem wirtualnym, pomyślane jest jako jedna z pomocy dydaktycznych dla studentów zaliczających przedmioty „*Badania operacyjne*”, „*Optymalizacja decyzji gospodarczych*”. W dalszej prezentacji metoda *PROMETHEE II* korzysta z prostych formuł *Excela* z użyciem operatorów sumowania, mnożenia czy też dzielenia.

Oprócz zamieszczonego tutaj przykładu, przy opracowaniu konkretnego rankingu, warto również sięgnąć po publikację Doroty Góreckiej, *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*⁸⁵, gdzie na stronach 139-140 występuje informacja: *Metody z rodziny PROMETHEE to kolejna grupa metod należących do klasy metod przewyższania, opartych na metodologii zaproponowanej przez Roy. Metody PROMETHEE I oraz PROMETHEE II zostały opracowane przez Bransa. Po raz pierwszy zaprezentowano je w 1982 roku na konferencji*

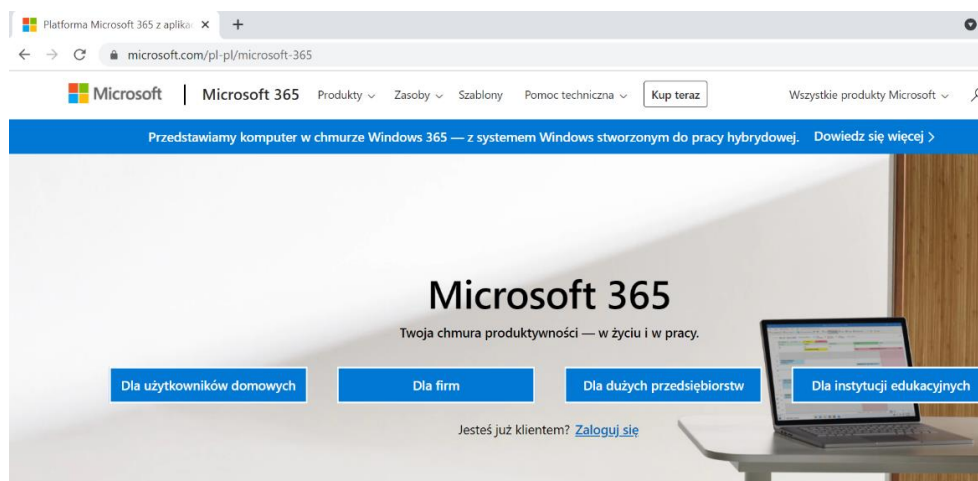
⁸⁴ Steczyk A., *Zastosowanie metody PROMETHEE II do wyboru kursu e-learningowego w przedsiębiorstwie*, <http://www.e-mentor.edu.pl/artykul/index/numer/78/id/1398>.

⁸⁵ Górecka D., *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*, Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa, Toruń 2009, ISBN: 978-83-7285-535-0 (24+0), <https://cytaty.mfiles.pl/index.php/keyword/14763/0/Promethee>.

dotyczącej instrumentów wspomagania decyzji w Quebecu. Kilka lat później powstały *PROMETHEE III i IV* - wspólne dzieło Bransa i Mareschala. Ci sami autorzy stworzyli w 1988 roku interaktywny moduł *GAlA* zapewniający wsparcie wizualno-graficzne dla metod *PROMETHEE*. Na początku lat 90. Brans i Mareschal zaproponowali kolejne dwa rozszerzenia: *PROMETHEE V i VI*. Metody z grupy *PROMETHEE* znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach.

Sięgnijmy jeszcze po encyklopedię internetową, aby jeszcze więcej dowiedzieć się o wymienionej wcześniej metodzie⁸⁶. Metoda *Preference Ranking Organization Method for Enrichment of Evaluations* i jej opisowa analiza geometryczna, jako uzupełniająca interaktywna pomoc są lepiej znane jako metody *Promethee* i *Gaia*. Oparta są one na matematyce i socjologii, a opracowane zostały początku lat 80. i od tego czasu są intensywnie badane i udoskonalane. Mają szczególne zastosowanie w podejmowaniu decyzji i są używane na całym świecie w wielu różnych scenariuszach decyzyjnych, w takich dziedzinach jak biznes, instytucje rządowe, transport, opieka zdrowotna i edukacja. Tak więc wymienione metody pomagają decydującym znaleźć alternatywę, która najlepiej odpowiada ich celom i zrozumieniu problemu.

W opracowaniu skorzystano z subskrybowanego pakietu biurowego *Microsoft 365*, w skład którego wchodzi arkusz kalkulacyjny *Excel* o rozbudowanych możliwościach pracy z danymi. Fragment strony startowej wymienionego pakietu pokazano na rysunku 12.1⁸⁷.



Rys. 12.1. Fragment strony startowej *Microsoft 365*

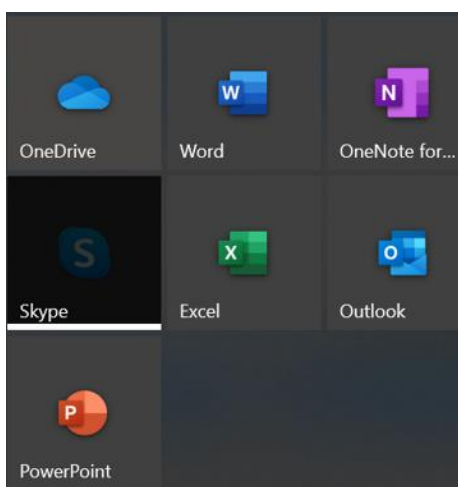
Przykładowy zestaw aplikacji z których korzysta autor tego materiału w ramach wersji *Personal* pakietu *Microsoft 365* obejmuje programy wymienione na rysunku 12.2, a mianowicie:

- OneDrive* - dysk zdalny przy gromadzeniu plików w technologii chmurowej,
- Word* - edytor tekstów,

⁸⁶ https://en.wikipedia.org/wiki/Preference_ranking_organization_method_for_enrichment_evaluation.

⁸⁷ <https://www.microsoft.com/pl-pl/microsoft-365>.

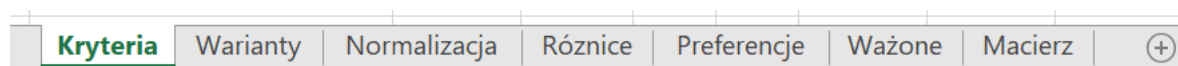
OneNote - notatnik,
Skype - komunikator internetowy,
Excel - arkusz kalkulacyjny,
Outlook - poczta elektroniczna,
PowerPoint - program prezentacji.



Rys. 12.2. Zestaw aplikacji podstawowych w ramach pakietu biurowego *Microsoft 365 Personal*

12.2. Zbudowanie macierzy decyzyjnej

W celu opracowania rankingu kursów e-learningowych szkolenia w zakresie systemu BI zainicjowano w skoroszytcie Excela następujące arkusze (zob. rysunek 3): *Kryteria*, *Warianty*, *Normalizacja*, *Różnice*, *Preferencje*, *Ważone*, *Macierz*.



Rys. 12.3. Wstążka dolna skoroszytu *Excela* z wyszczególnieniem arkuszy

Pierwszym arkuszem w skoroszytcie o nazwie „*Tabela 1*” jest „*Kryteria*”. Jak już wspomniano niniejszy materiał bazuje na parametrach waga, wartości (max, min) określonych przez grupę ekspertów w odniesieniu do 10. kryteriów (C1-C10). Podjęli się oceny rankingowej wybranych czterech kursów e-learningowych *online* w odniesieniu do szkolenia w zakresie systemu *Business Intelligence* (BI). W arkuszu „*Kryteria*” skorzystano tylko z formuły (=SUMA(D3:D12) zapisanej w komórce D13 - zob. rysunek 12.4⁸⁸.

⁸⁸ Steczyk A., Zastosowanie metody *PROMETHEE II* do wyboru kursu e-learningowego w przedsiębiorstwie, op. cit.

1	Kryterium		Miara	Waga	Wartości	
2	Symbol	Nazwa			Max	Min
3	C1	Cena	zł	21,22%	2500	0
4	C2	Sylabus	%	16,78%	100%	65%
5	C3	Czas trwania kursu	godz.	6,33%	30	20
6	C4	Funkcjonalność platformy	Skala: 1-5	3,45%	5	3
7	C5	Liczba materiałów	godz.	11,23%	15	7,5
8	C6	Ekspertskie konsultacje on-line	godz.	7,98%	5	2
9	C7	Komunikacja z innymi	Skala: 1-5	1,12%	5	3
10	C8	Dostępność materiałów po kursie	dni	8,60%	360	14
11	C9	Przydatność zawodowa	Skala: 1-5	15,84%	5	3
12	C10	Rozpoznawalny certyfikat	Skala: 1-5	7,45%	5	2
13	Suma:			100,00%		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu* na podstawie danych tabeli 1⁸⁹.

Rys. 12.4. Kryteria oceny wyboru czterech kursów e-learningowych dla szkoleń BI

Po przeprowadzeniu rozpoznania rynku kursów e-learningowych, z zakresu szkoleń BI, poprzez skorzystanie z ofert online i kontaktów telefonicznych, grupa ekspertów zaproponowała cztery potencjalne warianty szkoleniowe (Kurs 1 - Kurs 4). Pod uwagę wzięto 10 kryteriów (C1-C10) wymienionych na rysunku 4. Ponadto oszacowano wartości kryteriów dla poszczególnych kursów, biorąc pod uwagę założony przedział (max-min), tworząc w ten sposób macierz decyzyjną zapisana w arkuszy „Warianty” - zob. rysunek 12.5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
2	Kurs 1	1900	0,83	24	3,5	8,5	3	4	30	4	1
3	Kurs 2	2200	0,77	22	3	7,5	1	5	14	3	1
4	Kurs 3	1300	0,67	20	3	5	0	4	7	3	1
5	Kurs 4	1800	9,74	20	4	10	0	5	14	4	3

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu* na podstawie danych tabeli 2⁹⁰.

Rys. 12.5. Wartości dla poszczególnych kryteriów dla wariantów kursów

⁸⁹ Ibidem.

⁹⁰ Ibidem.

12.3. Normalizacja wartości dla kryteriów

Kryterium (C1 - cena) powinna dążyć do minimum, zatem ma charakter destymulanty, pozostałe to stymulanty, których pożądane wartości dążą do maksimum⁹¹. W metodzie PROMETHEE II wartość kryterium - ceny (C1) określana jest według wzoru:

$$R_{ij} = \frac{[x_{ij} - \min(x_{ij})]}{[\max(x_{ij} - \min x_{ij})]}$$

Natomiast pozostałe kryteria (C2-C10) określono ze wzoru:

$$R_{ij} = \frac{[\max x_{ij} - x_{ij}]}{[\max(x_{ij} - \min x_{ij})]}$$

Na podstawie wymienionych wzorów opracowano arkusz o nazwie „Normalizacja” zaprezentowany na rysunku 12.6. w dwóch częściach ze względu na szerokość tabeli. Zwrócimy obecnie uwagę na przykładowe zastosowane formuły *Excelsa* w komórkach wynikowych:

B6 (=max(B2:B4))

B7 (=min(B2:B4))

B8 (=B6-B7)

C2 (=B6-C2)

D2 (=C2/\$B\$8)

D2																
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		C1	max(x _{ij}) - x _{ij}	R _{ij}	C2	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C3	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C4	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C5	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}
2	Kurs 1	1900	300	0,333	0,83	0,160	1,000	24	4,000	1,000	3,5	0,500	0,5	8,5	3,500	0,700
3	Kurs 2	2200	0	0,000	0,77	0,100	0,625	22	2,000	0,500	3	0,000	0	7,5	2,500	0,500
4	Kurs 3	1300	900	1,000	0,67	0,000	0,000	20	0,000	0,000	3	0,000	0	5	0,000	0,000
5	Kurs 4	1800	400	0,444	0,74	0,070	0,438	20	0,000	0,000	4	1,000	1	10	5,000	1,000
6	max(x _{ij})	2200			0,83			24			4			10		
7	min(x _{ij})	1300			0,67			20			3			5		
8	max(x _{ij}) - min(x _{ij})	900			0,16			4			1			5		

	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE
1	C6	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C7	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C8	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C9	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}	C10	x _{ij} - min(x _{ij})	R _{ij}
2	3	3,00	1,00	4	0,000	0,000	30	23,000	1,000	4	1,000	1,000	1	0,000	0,000
3	1	1,00	0,33	5	1,000	1,000	14	7,000	0,304	3	0,000	0,000	1	0,000	0,000
4	0	0,00	0,00	4	0,000	0,000	7	0,000	0,000	3	0,000	0,000	1	0,000	0,000
5	0	0,00	0,00	5	1,000	1,000	14	7,000	0,304	4	1,000	1,000	3	2,000	1,000
6	3			5			30			4			3		
7	0			4			7			3			1		
8	3			1			23			1			2		

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Rys. 12.6. Znormalizowane wartości dla poszczególnych kryteriów

⁹¹ Ibidem, wzór 1 oraz 2.

12.4. Różnice poszczególnych wariantów i określenie funkcji preferencji

Metoda *PROMETHEE II* zakłada obliczenie w kolejnym kroku różnicy pomiędzy poszczególnymi alternatywami kursów (Kurs 1-Kurs 4) w odniesieniu do kryteriów C1-C10. Pracę tę z wykorzystaniem formuł *Excela* wykonano na arkuszu „Różnice”. Dla wygody pobierania danych do formuł różnic w wierszach 2-5 zapisano wartości macierzy decyzyjnej. Zwróćmy teraz uwagę na komórkę B8, dla której w linii formuł program wpisał: B8 (=B2-B3). Różnice pozostałe dla wariantów kursów nazwanych teraz (k1-k4) oraz kryteriów (C1-C10) są obliczane analogicznie.

B8											
=B2-B3											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
2	Kurs 1 (k1)	0,333	1,000	1,000	0,500	0,700	1,000	0,000	1,000	1,000	0,000
3	Kurs 2 (k2)	0,000	0,625	0,500	0,000	0,500	0,333	1,000	0,304	0,000	0,000
4	Kurs 3 (k3)	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	Kurs 4 (k4)	0,444	0,438	0,000	1,000	1,000	0,000	1,000	0,304	1,000	1,000
6											
7		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
8	k1 - k2	0,333	0,375	0,500	0,500	0,200	0,667	-1,000	0,696	1,000	0,000
9	k1 - k3	-0,667	1,000	1,000	0,500	0,700	1,000	0,000	1,000	1,000	0,000
10	k1 - k4	-0,111	0,563	1,000	-0,500	-0,300	1,000	-1,000	0,696	0,000	-1,000
11	k2 - k1	-0,333	-0,375	-0,500	-0,500	-0,200	-0,667	1,000	-0,696	-1,000	0,000
12	k2 - k3	-1,000	0,625	0,500	0,000	0,500	0,333	1,000	0,304	0,000	0,000
13	k2 - k4	-0,444	0,188	0,500	-1,000	-0,500	0,333	0,000	0,000	-1,000	-1,000
14	k3 - k1	0,667	-1,000	-1,000	-0,500	-0,700	-1,000	0,000	-1,000	-1,000	0,000
15	k3 - k2	1,000	-0,625	-0,500	0,000	-0,500	-0,333	-1,000	-0,304	0,000	0,000
16	k3 - k4	0,556	-0,438	0,000	-1,000	-1,000	0,000	-1,000	-0,304	-1,000	-1,000
17	k4 - k1	0,111	-0,563	-1,000	0,500	0,300	-1,000	1,000	-0,696	0,000	1,000
18	k4 - k2	0,444	-0,188	-0,500	1,000	0,500	-0,333	0,000	0,000	1,000	1,000
19	k4 - k3	-0,556	0,438	0,000	1,000	1,000	0,000	1,000	0,304	1,000	1,000
20											
21											

Źródło: Opracowanie własne w Excelu na podstawie tabeli 4⁹².

Rys. 12.7. Różnice znormalizowanych wartości potencjalnych kursów dla kryteriów

Metoda *PROMETHEE II* wprowadza pojęcie „funkcja przewencji” określanej w stosunku do wyznaczonych różnic znormalizowanych wartości według zależności:

$$P_j(a, b) = 0 \text{ dla } R_{aj} - R_{bj} \leq 0$$

$$P_j(a, b) = R_{aj} - R_{bj} \text{ dla } R_{aj} - R_{bj} > 0$$

Kierując się zaleceniem metody *PROMETHEE II*, w rezultacie po zastąpieniu wartości ujemnych w tabeli 12.6 zerem (zob. przykładowa komórka B3) uzyskujemy wyniki przydatne do dalszej realizacji procedury według w/w metody - rysunek 12.8.

⁹² Ibidem.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
2	k1 - k2	0,333	0,375	0,500	0,500	0,200	0,667	0,000	0,696	1,000	0,000
3	k1 - k3	0,000	1,000	1,000	0,500	0,700	1,000	0,000	1,000	1,000	0,000
4	k1 - k4	0,000	0,563	1,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,696	0,000	0,000
5	k2 - k1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000
6	k2 - k3	0,000	0,625	0,500	0,000	0,500	0,333	1,000	0,304	0,000	0,000
7	k2 - k4	0,000	0,188	0,500	0,000	0,000	0,333	0,000	0,000	0,000	0,000
8	k3 - k1	0,667	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	k3 - k2	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	k3 - k4	0,556	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	k4 - k1	0,111	0,000	0,000	0,500	0,300	0,000	1,000	0,000	0,000	1,000
12	k4 - k2	0,444	0,000	0,000	1,000	0,500	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000
13	k4 - k3	0,000	0,438	0,000	1,000	1,000	0,000	1,000	0,304	1,000	1,000

Źródło: Opracowanie własne w Excelu na podstawie tabeli 5⁹³.

Rys. 12.8. Wyniki po zastosowaniu funkcji preferencji

12.5. Ważone różnice poszczególnych funkcji preferencji

Na rysunku 12.4 grupa ekspertów określiła znaczenie procentowe (wagi) poszczególnych kryteriów (C1-C10). W kolejnym etapie następuje obliczenie ważonej różnicy poszczególnych funkcji preferencji, przy czym wagi przyjmujemy jako liczbowe, stosując wzór:

$$w_j * P_j(a, b)$$

Następnie dla wszystkich różnic wierszy dokonuje się zsumowania po kolumnach i podzieleniu przez sumę wszystkich wag dla 10. kryteriów która równa się 1 (100%) korzystając z zależności:

$$\pi(a, b) = \frac{\sum_{j=1}^n w_j * P_j(a, b)}{\sum_j w_j}$$

Obliczenie ważonych funkcji preferencji oraz zsumowanie ich po wszystkich kryteriach zaprezentowano na rysunku 12.9 stanowiącym widok z arkusza „Ważone”. Przykład określenia formuły ważonej funkcji preferencji pokazano na komórce B4: =B3*\$B\$2. W stosunku do zsumowania ważonych funkcji preferencji po kolumnach zastosowano w odniesieniu do przykładowej komórki wyniku L4 wyrażenie: =SUMA(B4:K4).

⁹³ Ibidem.

1	Kryterium	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	L	M
2	Wagi	21,22%	16,78%	6,33%	3,45%	11,23%	7,98%	1,12%	8,60%	15,84%	7,45%	100%	
3	k1 - k2	0,333	0,375	0,500	0,500	0,200	0,667	0,000	0,696	1,000	0,000		
4		0,071	0,063	0,032	0,017	0,022	0,053	0,000	0,060	0,158	0,000	0,476	
5	k1 - k3	0,000	1,000	1,000	0,500	0,700	1,000	0,000	1,000	1,000	0,000		
6		0,000	0,168	0,063	0,017	0,079	0,080	0,000	0,086	0,158	0,000	0,651	
7	k1 - k4	0,000	0,563	1,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,696	0,000	0,000		
8		0,000	0,094	0,063	0,000	0,000	0,080	0,000	0,060	0,000	0,000	0,297	
9	k2 - k1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		
10		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,000	0,000	0,011	
11	k2 - k3	0,000	0,625	0,500	0,000	0,500	0,333	1,000	0,304	0,000	0,000		
12		0,000	0,105	0,032	0,000	0,056	0,027	0,011	0,026	0,000	0,000	0,257	
13	k2 - k4	0,000	0,188	0,500	0,000	0,000	0,333	0,000	0,000	0,000	0,000		
14		0,000	0,031	0,032	0,000	0,000	0,027	0,000	0,000	0,000	0,000	0,090	
15	k3 - k1	0,667	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
16		0,141	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,141	
17	k3 - k2	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
18		0,212	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,212	
19	k3 - k4	0,556	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
20		0,118	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,118	
21	k4 - k1	0,111	0,000	0,000	0,500	0,300	0,000	1,000	0,000	0,000	1,000		
22		0,024	0,000	0,000	0,017	0,034	0,000	0,011	0,000	0,000	0,075	0,160	
23	k4 - k2	0,444	0,000	0,000	1,000	0,500	0,000	0,000	0,000	1,000	1,000		
24		0,094	0,000	0,000	0,035	0,056	0,000	0,000	0,000	0,158	0,075	0,418	
25	k4 - k3	0,000	0,438	0,000	1,000	1,000	0,000	1,000	0,304	1,000	1,000		
26		0,000	0,073	0,000	0,035	0,112	0,000	0,011	0,026	0,158	0,075	0,490	

Źródło: Opracowanie własne w Excelu na podstawie tabeli 6⁹⁴.

Rys. 12.9. Uwzględnienie wag dla funkcji preferencji i agregacja wyników po kolumnach

12.6. Ranking potencjalnych kursów e-learningowych szkolenia BI

Teraz przystępujemy do utworzenia macierzy zagregowanych funkcji preferencji dla potencjalnych kursów ($m = 4$). Według metody PROMETHEE II musimy najpierw określić wartości pozytywnych przepływów preferencji φ^+ , a potem negatywnych φ^- korzystając ze wzorów⁹⁵:

$$\varphi^+ = \frac{1}{m-1} \sum_{b=1}^m P(a, b) \quad (a \neq b)$$

$$\varphi^- = \frac{1}{m-1} \sum_{b=1}^m P(b, a) \quad (a \neq b)$$

⁹⁴ Steczyk A., Zastosowanie metody PROMETHEE II do wyboru kursu e-learningowego w przedsiębiorstwie, op. cit.

⁹⁵ Ibidem, wzór 7 oraz 8.

Efekt naszych obliczeń, po zestawieniu wyników zagregowanych w kolumnie G pobranych z arkusza „Ważone”) zob. rysunek 8), wykonanych w arkuszu „Macierz” Excela występuje na rysunku 9, a zastosowane formuły dla przykładowych komórek są następujące:

C2 (=G1)

B6 (=SUMA(B2:B5)/\$F\$7)

F2 (=SUMA(B2:E2)/\$F\$7)

H2 (=F2-B6).

W celu wyznaczenia rankingu analizowanych czterech kursów szkolenia w zakresie *Business Intelligence* w metodzie *PROMETHEE II* musimy jeszcze wyznaczyć tzw. przepływ preferencji jako różnicy między pozytywnym a negatywnym przepływem. W rezultacie końcowym, widocznym na rysunku 12.9 ranking potencjalnych kursów jest następujący: Kurs 1 → Kurs 4 → Kurs 2 → Kurs 3.

		=SUMA(B2:E2)/\$F\$7							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Kurs 1	Kurs 2	Kurs 3	Kurs 4	φ^+	0,476	$\varphi = \varphi^+ - \varphi^-$	Ranking
2	Kurs 1		0,476	0,651	0,297	0,475	0,651	0,371	1
3	Kurs 2	0,011		0,257	0,090	0,119	0,297	-0,250	3
4	Kurs 3	0,141	0,212		0,118	0,157	0,011	-0,309	4
5	Kurs 4	0,160	0,418	0,490		0,356	0,257	0,188	2
6	φ^-	0,104	0,369	0,466	0,168		0,090		
7					m-1	3	0,141		
8							0,212		
9							0,118		
10							0,160		
11							0,418		
12							0,490		

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Rys. 12.9. Określenie przepływu referencji i ustalenie rankingu potencjalnych kursów e-learningowych

* * *

Obserwowane jest w małym stopniu stosowanie optymalizacji decyzji zarządczych. Publikacje internetowe wskazują na podejmowanie próby wykorzystania optymalizacji wielokryterialnej do sformułowania zadania decyzyjnego i wskazania rankingu alternatyw. Zaprezentowano procedurę wyboru odpowiedniego kursu szkolenia, spośród potencjalnych czterech, w zakresie systemu *Business Intelligence*. Wykorzystano w tym względzie formuły Excela, co może być bodźcem do „przekuwania” teoretycznych metod manualnych w praktyczne. Umożliwi to stosowanie szerokiego wachlarza danych, kryteriów i alternatyw w zakresie podejmowanych problemów decyzyjnym.

Nowa wersja *Excels*, w ramach pakietu *Microsoft 365*, o wielu arkuszach oraz dodatkowych funkcjonalnościach, jest dla nas zachętą do budowy w oparciu o niego przykładów wzorcowych, dla dalszych sformułowanych teoretycznie metod wielokryterialnych.

13. Wstęp do formułowania rankingu atrakcyjności akwenów turystyki morskiej



13.1. Wprowadzenie

Istnieje wiele metod optymalizacji wielokryterialnej, część z nich tworzy pewne grupy zbliżonych merytorycznie rozwiązań. Cechuje je jednak subiektywizm ocen punktowych porównań parami między określonymi alternatywami rozwiązań. Program *Expert Choice* wprowadza nas w budowę struktury hierarchicznej, gdzie występuje na samej górze cel główny, następnie kryteria, podkryteria, alternatywy rozwiązań.

W wersjach do nauki studentów struktura jest zaledwie trzypoziomowa, a liczba alternatyw rozwiązań w ramach określonego kryterium nie może przekraczać 9. Oczywiście są też aplikacje komercyjne o rozbudowanych możliwościach funkcjonalnych i obszernej strukturze wielopoziomowej. W *Expert Choice* wykorzystano dla porównań parami zarówno alternatywy, jak i kryteriów oceny liczbowe (1-9) według skali Sattiego. W wyniku pracy programu otrzymujemy raport wag ważności danych kryteriów jak i alternatyw.

Powyższy materiał stał się pomostem do drugiego etapu oceny, dążąc do klasyfikacji rozwiązań stosując metodologie *PROMETHEE II*. Według tego podejścia obliczany jest wskaźnik φ^+ , φ^- oraz różnica φ pozytywnego i negatywnego wpływu. Sortując alternatywy malejąco według φ uzyskujemy ranking rozwiązań (możliwości), od najbardziej po najmniej zalecane z punktu widzenia kryteriów i ocen ekspertów do zastosowania w praktyce decyzyjnej.

W opracowaniu niniejszym, ze względu na ograniczony zakres publikacji, zaprezentowano tylko sposób postępowania przy zastosowaniu zintegrowanego użycia najpierw programu *Expert Choice* i uzyskaniu w miarę obiektywnych wag elementów struktury hierarchicznej. Następnie wykorzystania tych wag do określenia rankingu alternatyw aplikacją *PROMETHEE-GAIA*.

Ze względu na to, że w zastosowanych metodach potrzebne są konkretne dane od ekspertów, pokazano tylko ramowe postępowanie, wspierając się przykładami zaczerpniętymi z Internetu, lecz już zainicjowanych na niekomercyjnym oprogramowaniu. Bazowano na wcześniejszym pliku *ANALZA* dotyczącym *Wskazania lokalu najbardziej atrakcyjnego do prowadzenia apteki* w celu utworzenia nowego pliku Worda o nazwie *Ocenal* w ramach wcześniej założonego folderu *Ocena*.

13.2. Zainicjowanie struktury trzypoziomowej ocen

Określenie rankingu atrakcyjności turystycznej europejskich akwenów morskich dla żeglarzy, wymaga wcześniejszego zorganizowania podgrup tego typu zwolenników wypoczynku w układzie początkującej, znającej żeglarstwo i obeznanaj doskonale z żeglowaniem na wybrzeżach mórz Europy. Ponadto należy ich przeszkolić w zakresie sposobu oceniania kryteriów w skali (1-9 wg Sattiego. Konieczne też jest posiadanie dostępu do aplikacji programowych typu *Expert Choice*, gdzie można stosować metodę AHP oraz program *PROMETHEE-GAIA*. Ten drugi umożliwia utworzenie rankingu alternatyw akwenów morskich z punktu widzenia 6. kryteriów. Dla celów dydaktycznych trudno jest zapewnić te wszystkie warunki i dlatego ograniczono się do uproszczonych bezpłatnych wersji wymienionych wcześniej aplikacji.

Na początku bazowano na wcześniej utworzonym pliku *ANALIZA*, który dotyczy celu: Wskazanie lokalu najbardziej atrakcyjnego do prowadzenia apteki⁹⁶. Na jego podstawie utworzono nowy plik *Worda Ocena1* w ramach wcześniej założonego folderu *Ocena* (zob. rysunek 1). Przykładowa struktura hierarchiczna problemu klasyfikacji obejmuje 5 kryteriów i w ramach każdego z nich 4 alternatywy. Kryteriami są:

GODZ (godziny pracy) - możliwa liczba godzin normalnego czasu pracy apteki,

KONK (konkurencja) - liczba firm konkurencyjnych funkcjonujących w otoczeniu przewidywanej lokalizacji apteki,

GRUPY (grupy ludności) - liczba potencjalnych grup klientów,

RUCH (natężenie ruchu) - oszacowane natężenie ruchu w otoczeniu,

KOSZT (wynajem i eksploatacja) - koszt przyszłego wynajmu i eksploatacji lokalu aptecznego.

Natomiast alternatywami lokalizacji do wyboru prowadzenia apteki są:

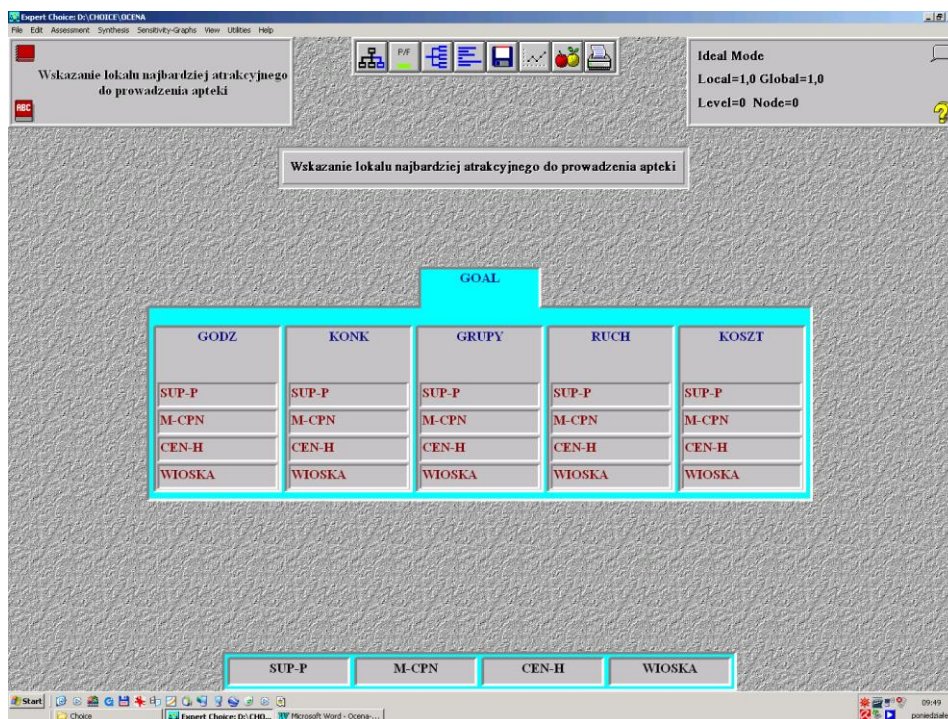
SUP-P (supermarket w mieście powiatowym) - mały supermarket czynny w godzinach 6.00-22.00;

M-CPN (market na stacji CPN) - duży market przy stacji CPN na obrzeżu miasta wojewódzkiego, czynny całą dobę;

CEN-H (centrum handlowe) - centrum handlowe na peryferiach dużego miasta o różnych branżach obsługi klientów, czynne od 6.00-22.00;

WIOSKA (centrum wioski) - środek dużej wioski (około 3 tys. Mieszkańców), godziny pracy: 10.00-17.00.

⁹⁶ Wornalkiewicz W., *Implementacja wybranych metod ilościowych*, rozdz. 6., *Wybór lokalizacji obiektu z zastosowaniem programu Expert Choice*, Wydawnictwo DENAKYR, Bratysława 2020.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.1 Struktura hierarchiczna problemu wyboru lokalizacji nowej apteki

Dla ułatwienia przejścia do nowego problemu o celu „Ocena akwenów morskich dla turystyki” dotyczącego żeglarstwa przyjęto za publikacją internetową 6 kryteriów i 10 alternatyw (możliwości) uprawiania żeglugi na europejskich akwenach morskich⁹⁷. Skorzystajmy teraz z menu *Edit/Node Name*, aby zmienić nazwę celu na *Ocena akwenów morskich dla turystyki*. W okienku dialogowym *EDIT NODENAME: Change Globally?* naciskamy *Tak*. Następnie klikamy na kryteria i zmieniamy nazwę oraz opis danego kryterium korzystając również z menu *Edit/Node Name*. W ten sposób powstały cztery kryteria:

KOMFORT (Bezpieczeństwo i komfort żeglugi),

WARUNKI (Warunki nautyczne) - w tym warunki meteorologiczne i hydrologiczne

WIDOKI (Atrakcyjność turystyczna akwenu),

PRZEPISY (Przepisy prawne).

Musimy jeszcze dodać dwa dalsze nowe kryteria i w tym względzie skorzystamy z menu *Edit/Insert*:

OFERTA (Oferta komercyjna),

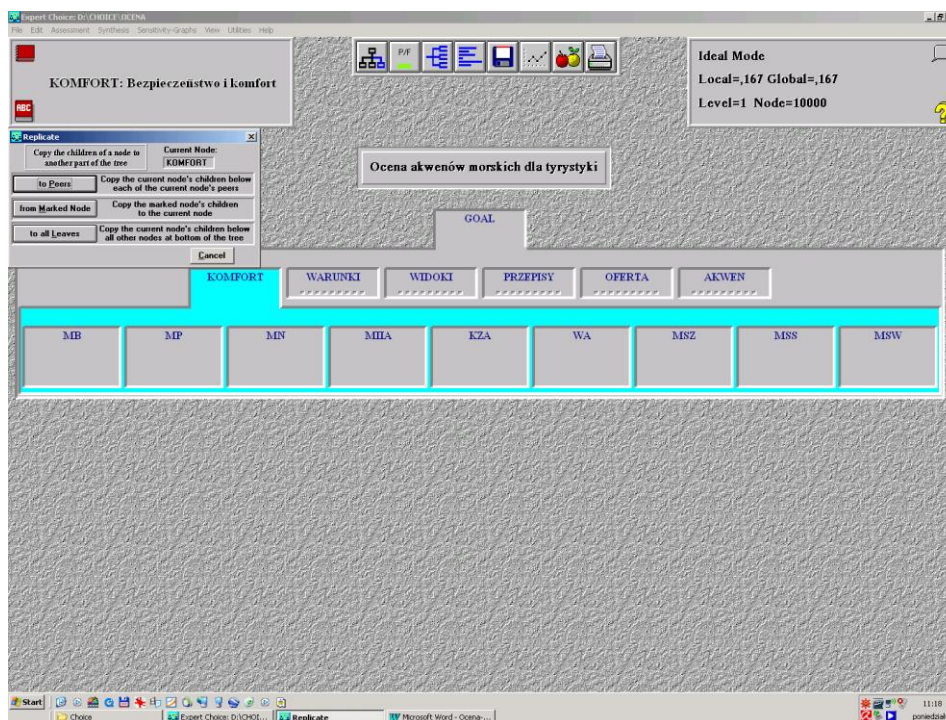
AKWEN (Dostępność i lokalizacja akwenu).

⁹⁷ Butowski L., Bornikowska A., 2018, *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, *Prace i Studia Geograficzne*, 63 3, Wydział Geografii i Studiów Regionalnych Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa, 133-152.

Teraz w ramach KOMFORT klikamy na pierwsze alternatywne rozwiązanie *SUP-P* i zmieniamy na alternatywę w ramach naszego przykładu oceny atrakcyjności europejskich akwenów morskich dla turystyki żeglarskiej. Podobnie uczynimy z dalszymi pięcioma alternatywnymi akwenami morskimi. Alternatywa dziesiąta (MC - Morze Czarne) jest blokowana przez program *Expert Choice* w wersji akademickiej. Wprowadzono do struktury hierarchicznej następujące alternatywy jednakowe dla wszystkich sześciu kryteriów:

- MB (Morze Bałtyckie);
- MP (Morze Północne);
- MN (Morze Norweskie);
- MIIA (Morze Irlandzkie i Atlantyckie);
- KZA (Kanał la Manche, Zatoka Biskajska, Atlantyckie);
- WA (Wyspy Atlantyckie);
- MSZ (Morze Śródziemne - część zachodnia);
- MSS (Morze Śródziemne - część środkowa);
- MSW (Morze Śródziemne - część wschodnia).

W stosowanym programie nie występują litery polskie i dlatego wprowadzono l, a, e, n. Jeśli się pomylimy w np. nazwie celu (zob. rysunek 13.2 to możemy to zmienić korzystając z opcji w zakładce *Edit*. Musimy teraz skopiować wszystkie alternatywne akweny morskie, wyszczególnione dla kryterium KOMFORT, jednocześnie do pozostałych kryteriów. Zastosujemy tu menu: *Edit/Replicate children of current node/to Peers*.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.2. Trzy-poziomowa struktura celu „Ocena akwenów morskich dla turystyki”

Skorzystalismy z wersji akademickiej programu *Expert Choice v. 9.5*, który umożliwia tylko rozwinięcie struktury hierarchicznej modelu do trzeciego poziomu. Jest tu też ograniczenie nazw do 8 znaków zarówno do kryteriów jak i alternatyw. W celu przybliżenia pełności opisu podane zostaną teraz pełne nazwy z literami polskimi występujące w publikacji internetowej⁹⁸. Pełna nazwa celu głównego to: *Ocena atrakcyjności europejskich akwenów morskich dla turystyki żeglarskiej*.

W cytowanej publikacji czytamy⁹⁹, że kryteriom zostały przyporządkowane wagi. Jak już wspomniano około 20. żeglarzy podzielono na trzy podgrupy według doświadczenia żeglarskiego:

- MŻ (mało doświadczeni),
- ŚŻ (średniozaawansowani),
- DŻ (doświadczeni).

Podgrupy te dokonały, zgodnie z metodą AHP, porównania parami wszystkich sześciu kryteriów. Wagi dla danego kryterium stanowią średnią z trzech ocen podgrup żeglarzy (zob. tabela 13.1).

	KOMFORT	WARUNKI	WIDOKI	PRZEPISY	OFERTA	AKWEN	Wskaźnik Spójności [%]
Waga końcowa	0,353	0,183	0,163	0,110	0,093	0,093	6,867
MŻ	0,33	0,22	0,09	0,22	0,07	0,07	6,7
ŚŻ	0,29	0,19	0,17	0,07	0,13	0,14	7,5
DŻ	0,44	0,14	0,23	0,04	0,08	0,07	6,4

Źródło: Opracowanie własne na podstawie - tabela 3¹⁰⁰.

W wierszu *Waga końcowa* wstawiono formuły na obliczenie średniej w *Wordzie* korzystając z menu: *Tabela/Formuła* i przyjmując format liczb z dokładnością do trzech miejsc po przecinku

$$= \text{SUM}(0,33; 0,29; 0,44)/3 \quad \text{lub} \quad =\text{SUM}(\text{PONIŻEJ})/3.$$

Zachowany jest warunek metodologii AHP, że wskaźnik spójności nie powinien przekraczać 10%. Zwróćmy jeszcze uwagę jakie kryteria są dominujące dla żeglarzy mało doświadczonych (MŻ), a zaawansowanych (DŻ) w odniesieniu do atrakcyjności turystycznej akwenu.

Zaprezentowany przykład bazuje na subiektywnej ocenie przez trzy podgrupy żeglarzy wag w odniesieniu do sześciu kryteriów. Z tego względu we wcześniej podanej publikacji zdecydowano się najpierw w miarę obiektywnie określić wagi stosując metodologię AHP¹⁰¹. Nie podano jednak

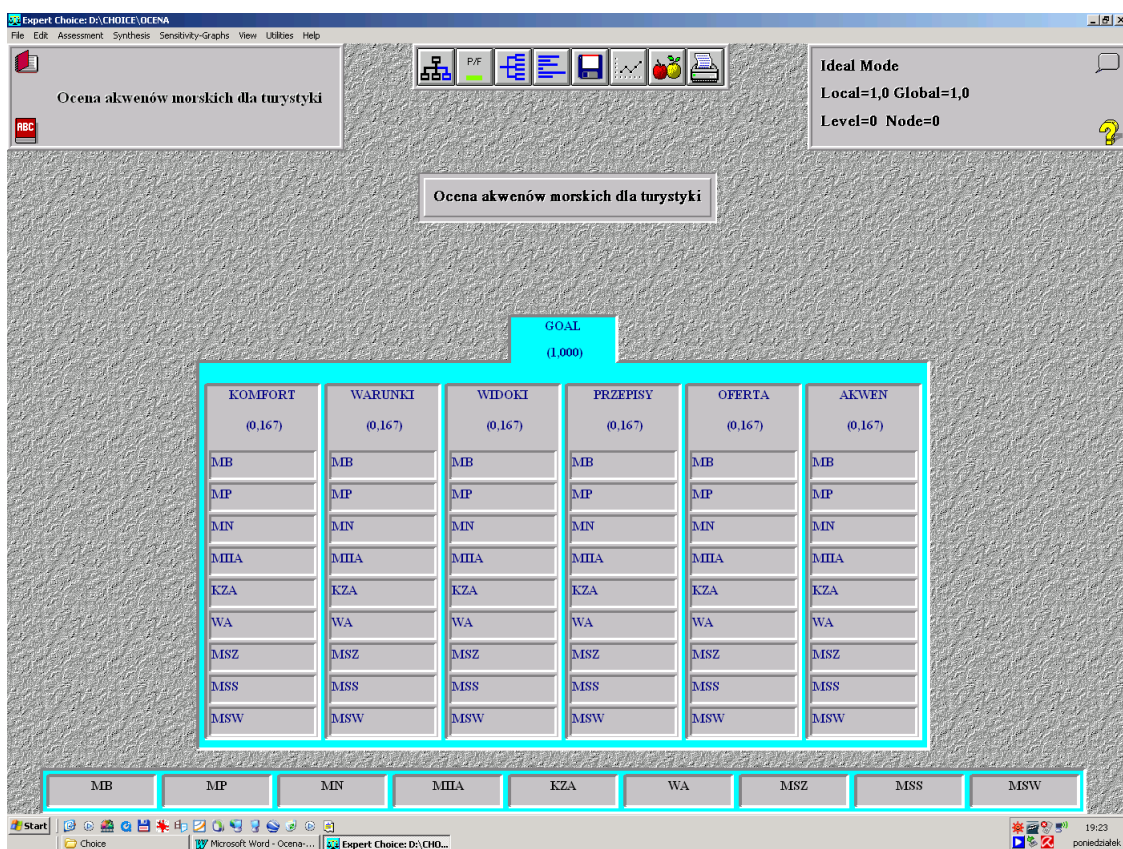
⁹⁸ Butowski L., Bornikowska A., 2018, *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, *Prace i Studia Geograficzne*, 63 3, Wydział Geografii i Studiów Regionalnych Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa, 133-152.

⁹⁹ Butowski L., Bornikowska A., 2018, *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, op. cit.

¹⁰⁰ Ibidem.

¹⁰¹ Ibidem.

ocen liczbowych przy porównywaniu parami alternatyw z punktu widzenia danego kryterium. Aby jednak przybliżyć Czytelnikowi postępowanie w tym zakresie skorzystajmy ponownie z zaprezentowanego na wstępie przykładu dotyczącego wyboru miejsca lokalizacji nowej apteki¹⁰².



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.3. Przykład zainicjowania wprowadzania poziomów struktury ocen w programie *Expert Choice*

Jak nadmieniono, podejmując próbę dopisania dziesiątego akwenu morskiego (MC - Morze Czarne), korzystając z podanej wcześniej wersji programu *Expert Choice* i menu Edit/Insert, aktywując kryterium KOMFORT uzyskujemy komunikat:

„Cannot exceed 9 nodes” (Nie może przekraczać 9 węzłów (alternatyw)).

W tej sytuacji powinniśmy się postarać o inną szerszą wersję programu *Expert Choice*, jeśli chcemy aby wszystkie alternatywy były wprowadzone. Po naciśnięciu przycisku „P/F” pojawiają się domyślne jednakowe wagi dla sześciu kryteriów po 0,167, co w sumie stanowi 1,0 (zob. rysunek 13.4).

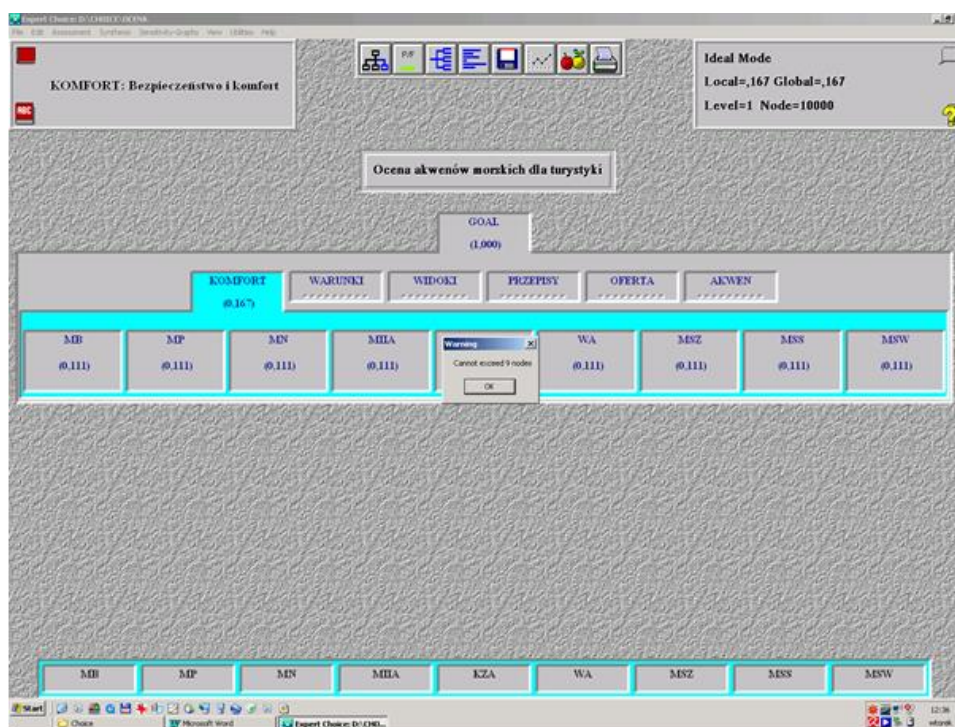
¹⁰² Wornalkiewicz W., *Implementacja informatyczna wybranych metod ilościowych*, op. cit.

Po zbudowaniu modelu hierarchicznego należy pozyskać od kompetentnych osób oceny liczbowe w zakresie porównywania parami pod kątem względnej ważności kryteriów oraz preferencji w odniesieniu do wariantów. W tym celu korzysta się z liczbowej fundamentalnej skali porównań (1-9) - zob. tabela 13.2.

Tab. 13.2. Fragment fundamentalnej skali porównań

Skala	Definicja	Wyjaśnienie
1	Równe znaczenie	Równoważność obu porównywalnych elementów.
3	Słaba lub	Słabe (umiarkowane) znaczenie lub preferencja jednego
5	Mocna przewaga	Mocna preferencja (znaczenie) jednego elementu nad drugim.
7	Bardzo mocna (silna)	Dominujące znaczenie lub bardzo mocna preferencja jednego
9	Ekstremalna lub	Absolutnie większe (najwyższe) znaczenie (preferencja)
2, 4, 6, 8	Dla porównań	Czasem istnieje potrzeba interpolacji kompromisowych opinii.

Źródło: Opracowanie na podstawie tabeli 1. publikacji internetowej: Adamus W., Greda A., *Wspomaganie decyzji wielokryterialnych w rozwiązywaniu wybranych problemów organizacyjnych i menedżerskich*, Wydawnictwo uczelniane *Badania operacyjne i decyzje* nr 2, Uniwersytet Jagielloński, Kraków 2005.

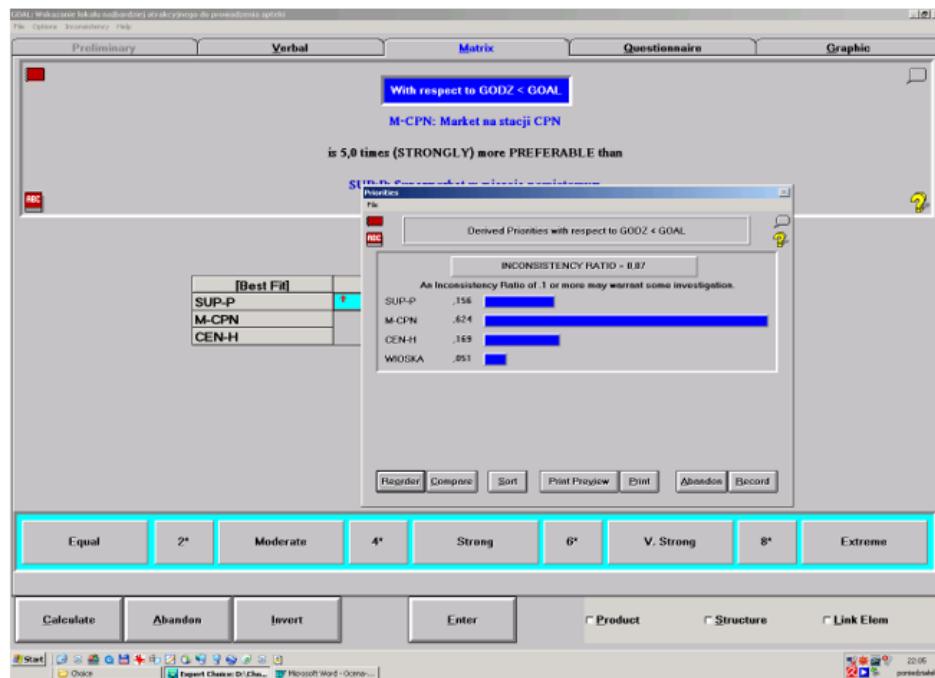


Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.4. Komunikat na ekranie o ograniczonej liczbie alternatyw do 9

We wcześniej wymienionej publikacji internetowej nie podano ocen liczbowych przy porównywaniu parami, lecz tylko efekt końcowy w postaci wygenerowanej wagi przez oprogramowanie *Expert Choice* (zob. tabela 13.2). Proponuję jedna potrudzić się samemu i jako „żeglarze” intuicyjnie dokonać porównań liczbowych dla zademonstrowania postępowania korzystając z zakładki *Assessment*. Następnie dla porównań wariantów (alternatyw) przyjmujemy

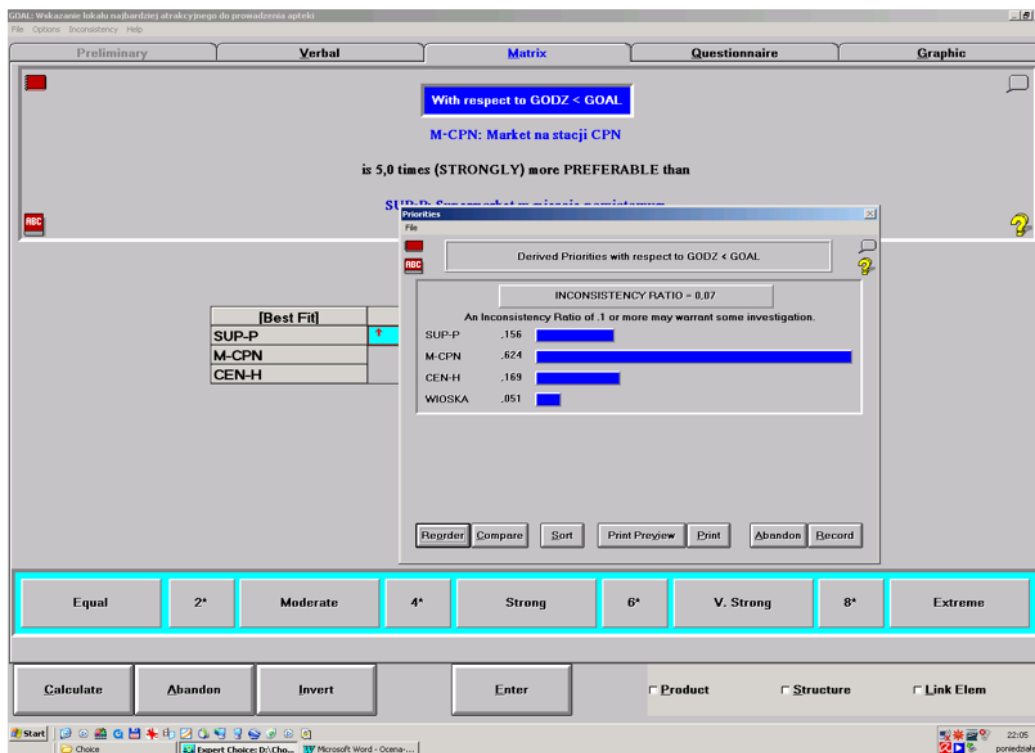
opcję *Importance* (ważność), a dla wariantów *Preference* (preferencja). Sposobem porównań jest opcja *Numerical* (liczbowy), która umożliwia porównywanie czynników z użyciem liczb skali ważności w formie macierzy porównań. Najpierw jednak porównujemy warianty, potem określamy istotność kryteriów oceny celu nadrzędnego. Musimy jednak uaktywnić czynnik nadrzędny wobec rozpatrywanego poziomu struktury hierarchicznej. Przykład zapisu porównania parami alternatyw (SUP-P a M-CPN) ze wskazaniem dominacji 5 (w skali 1-9) alternatywy M-CPN nad SUP-P pokazano na rysunku 13.5.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.5. Przykład wprowadzania ocen liczbowych dominacji

Możemy zmienić kierunek dominacji (strzałka) poprzez naciśnięcie „*Invert*”. Określone wagi dla alternatyw i sprawdzenie spójności wprowadzonych ocen następuje po kliknięciu „*Calculate*”. Dla kryterium GODZ uzyskaliśmy wskaźnik „*INCONSISTENCY RATIO*” równy 0,07, czyli poniżej 0,1, co świadczy o poprawności liczbowych ocen (zob. rysunek 13.6). W ten sposób możemy doprowadzić do obliczenia wszystkich wag dla alternatyw.



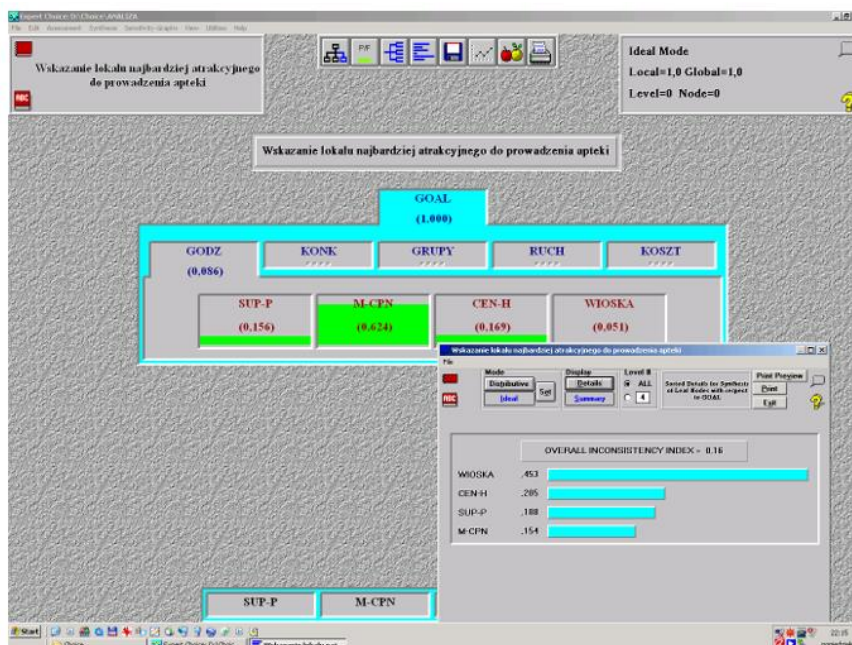
Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.6. Okno dialogowe z wskaźnikiem spójności ocen

Natomiast po tym etapie (zob. rysunek 13.7):

- klikamy na cel nadrzędny GOAL,
- wybieramy opcję *Synthesis/from GOAL*,
- pojawiło się okienko z wykresem słupkowym priorytetów dla rozważnych wariantów.

Dominuje tu lokalizacja apteki na dużej wsi.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.7. Efekt końcowy z wagami dla czterech kryteriów przykładowego problemu wyboru

13.3. Skorzystanie z aplikacji PROMETHEE-GALIA

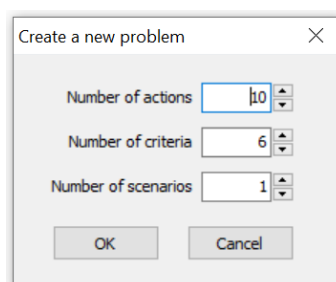
Mając określone komputerowo wagi dla kryteriów możemy przystąpić do zastosowania aplikacji ogólnie nazwanej *PROMETHEE-GAIA*, która według własnego algorytmu określa ranking alternatyw i daje duże możliwości interpretacji geometrycznej wyników. Wymienione oprogramowanie stanowi bowiem narzędzie informatyczne do obliczania i graficznej prezentacji wyników oceny, w naszym przykładzie atrakcyjności turystyki żeglarskiej europejskich akwenów morskich. Wersja oprogramowania „*Visual PROMETHEE Academic*” została pozyskana bezpłatnie ze źródła internetowego: <http://www.promethee-gaia.net/software.html> (zob. rysunek 13.8).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.8. Menu główne aplikacji PROMETHEE

Wspomniany ranking dziesięciu przykładowych akwenów morskich możemy określić też w Excelu stosując procedurę zaprezentowaną w rozdziale „*Zastosowanie formuł Excela w optymalizacji wielokryterialnej metodą PROMETHEE II*”. W tym miejscu, ze względu na ramy tej publikacji rozpoczniemy tylko posługiwanie się programem *PROMETHEE-GAIA*. Podejmujemy nowy problem wywołując menu *File/New* i pojawia się nam okno dialogowe, do którego wpisujemy liczbę 6. kryteriów i 10 alternatyw europejskich akwenów żeglarskich.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 13.9. Definiowanie nowego problemu

Po akceptacji „OK” uzyskujemy tabele scenariusza, którego fragment widzimy na rysunku 13.10. Jednak kontynuowanie tego postępowania wymaga fachowej znajomości uwarunkowań związanych z korzystaniem dla celów turystycznych przez żeglarzy z 10. europejskich akwenów morskich. Z tego względu pozostawia się dalsze penetrowanie

możliwości programu *PROMETHEE-GAIA* Czytelnikowi, zwłaszcza zorientowanemu w arkana żeglarstwa turystycznego, na wodach mórz Europy.

Visual PROMETHEE Academic - Promethee1.vpg (saved)

File Edit Model Control PROMETHEE-GAIA GDSS GIS Custom Assistants Snapshots Options Help

Preferences							
Min/Max		max	max	max	max	max	max
Weight		0,35	0,18	0,17	0,10	0,10	0,10
Preference Fn.		Usual	Usual	Usual	Usual	Usual	Usual
Thresholds		absolute	absolute	absolute	absolute	absolute	absolute
- Q: Indifference		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
- P: Preference		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
- S: Gaussian		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Statistics							
Minimum		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Maximum		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Average		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Standard Dev.		n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
Evaluations							
<input checked="" type="checkbox"/>	MB	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MP	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MN	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MIIA	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	KZA	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	WA	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MSZ	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MSS	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MSW	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a
<input checked="" type="checkbox"/>	MC	<input type="checkbox"/>	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tabeli 1, po zaokrągleniu wag do 2-ch miejsc po przecinku.

Rys. 13.10. Wstępne wprowadzenie wag kryteriów i nazw 10. alternatyw w oknie programu *PROMETHEE-GAIA*

Tak więc dla zainicjowania danych wprowadzono nazwy kryteriów, ich wagi oraz nazwy akwenów alternatywnych z punktu widzenia atrakcyjności dla turystyki. Dla porównania wyników dociekań Czytelników z uzyskanymi na podstawie wcześniejszych badań opublikowanych w Internecie przytoczono końcowa tabelę „Kompletny ranking europejskich akwenów morskich” opracowaną według metodologii *PROMETHEE II*¹⁰³.

¹⁰³ Butowski L., Bornikowska A., 2018, *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, op. cit., tab. 4.

Tab. 13.3. Ranking akwenów według wskaźnika φ

Ranking	Akwen	φ^+	φ^-	φ
1	Morze Śródziemne (część środkowa)	0,6767	0,0556	0,6211
2	Morze śródziemne (część zachodnia)	0,3367	0,0989	0,2378
3	Morze Bałtyckie	0,3589	0,1322	0,2267
4	Morze Śródziemne (część wschodnia)	0,4100	0,2167	0,1933
5	Wyspy Atlantyku	0,2700	0,2100	0,0600
6	Morze Irlandzkie i Atlantyckie	0,1422	0,2544	-0,1122
6	Kanał la Manche, Zatoka Biskajska, Atlantyckie	0,1422	0,2544	-0,1122
7	Morze Północne	0,0978	0,2989	-0,2011
7	Morze Norweskie	0,1311	0,3322	-0,2011
8	Morze Czarne	0,0000	0,7122	-0,7122

Źródło: Opracowanie własne na podstawie - Butowski L., Bornikowska A., 2018, *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, op. cit., tab. 4.

Widzimy, że pierwsze miejsce według wskaźnika φ w rankingu zajęło Morze Śródziemne (część środkowa).

* * *

Obecnie poznawanie metod optymalizacji wielokryterialnych jest w znacznym stopniu utrudnione, przeważnie koniecznością zakupu licencji, czy też subskrypcji na użytkowanie adekwatnych programów. W publikacjach internetowych, pracach dyplomowych i naukowych z różnych branż obserwowane jest jednak coraz szersze połączenie procedur metod, aby zmierzać do obiektywizmu danych i uzyskania właściwych wyników, zwłaszcza przy określaniu rankingu alternatywnych rozwiązań. Optymalizacja wielokryterialna, z zastosowaniem współczesnej techniki IT, mimo wszystko jest za mało akcentowana w podręcznikach akademickich na kierunkach ekonomicznych. Ma to później wpływ na efekt wdrożeń i racjonalność podejmowania decyzji zarządczych.

14. Implementacja procedury optymalizacji usług logistycznych



14.1. Wstęp

Procedury optymalizacji ilościowej w zakresie logistyki dotyczą przeważnie pojedynczych rodzajów operacji transportowych. Tymczasem celowe jest podejście, bazujące na poszukiwaniu najlepszego rozwiązania z punktu widzenia całkowitych kosztów usług logistycznych w łańcuchu dostaw. Dotyczy to jego rozpoczęcia tj. zaopatrzenia w niezbędne towary, procesu magazynowania, wydawania na półki sklepowe, a także realizacji sprzedaży, jeśli rozpatrujemy – jak w niniejszym materiale firmę handlową. Jednak na przeszkodzie, w formułowaniu praktycznego komputerowego algorytmu optymalizacji zadania decyzyjnego, stoi nie zawsze prowadzenie w ramach rachunkowości zarządczej wielu niezbędnych wskaźników kosztowych poszczególnych rodzajów usług logistycznych. Bazując na dostępnym przykładzie teoretycznym, liniowego modelu optymalizacji usług logistycznych, dokonano jego implementacji z wykorzystaniem dodatku *Solver* arkusza kalkulacyjnego *Excel* oraz elementów modelu SCOR¹⁰⁴. Zaprezentowano sposób sformułowania funkcji celu, ograniczeń, jak i warunków brzegowych. Pomyślano jest to jako ćwiczenie dla studentów, którzy powinni przeprowadzać wiele symulacji i doskonalić swoje poznanie w zakresie opanowania techniki optymalizacji.

Zagadnienie optymalizacji jest podmiotem wykładów i ćwiczeń z zakresu doskonalenia wyboru decyzji gospodarczej, czy też zarządczej odniesionej do działalności przedsiębiorstw produkcyjnych, czy też usługowych różnych branż. Teoretyczne zalecenia, lecz wycinkowe dotyczące problemu spotykamy w różnych publikacjach zarówno książkowych, monografiach, jak też wpisach internetowych. W tym serwisie wydawniczym znajdują się również moje niektóre wcześniejsze artykuły, których tematy wymieniam:

- *Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych*¹⁰⁵,
- *Model ekonometryczny zmiennej „Liczba bezrobotnych”*¹⁰⁶,
- *Model wielorównaniowy PKB*¹⁰⁷,

¹⁰⁴ Zagurski O., Pokusa T., Duczmal M., Ohienko M., Zagurska S., Titova L., Rogovskii I., Ohienko A, *Supply Chain Logistics service system: Methods and Models of Its Optimization*, , chapter 3, *Development of Integrated Model of Optimization of Logistics Service of Supply Chain*, The Academy of Management and Administration in Opole, Publishing House WSZiA, 2022.

¹⁰⁵ „*Ekonomiczno-społeczne problemy współczesnego zarządzania i komunikacji*”, monografia, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2008, 255 s., artykuł „*Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych*”, s. 190-204.

¹⁰⁶ „*Przejawy wielowymiarowości współczesnego zarządzania - formy i instrumenty ekonomiczno-społeczne*”, monografia, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2011, 394 s., artykuł: „*Model ekonometryczny zmiennej „liczba bezrobotnych”*”, s. 172-186.

¹⁰⁷ „*Zarządzanie Logistyka Finanse - Problemy innowacyjności i instrumenty analizy*”, monografia, Opole: Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2012, 287 s., artykuły: „*Model wielorównaniowy PKB*”, strony: 223-249, „*Etapy i procedury budowy modelu produktu brutto podregionów*”, s. 261-279.

- Rozwiązanie problemu transportowego metodą VAM¹⁰⁸,
- Prognozowanie z wykorzystaniem zasady postarzania informacji¹⁰⁹,
- Optymalizacja marszrutyzacji przewozów z zastosowaniem funkcji Excela¹¹⁰,
- Prognozowanie z zastosowaniem modelu multiplikatywnego¹¹¹,
- Prognozowanie migracji ludności z uwzględnieniem wag harmonicznych¹¹²,
- Prognozowanie zewnętrznych usług transportowych¹¹³,
- Techniki rozwiązań optymalizacyjnych zadania decyzyjnego¹¹⁴.

Okazuje się jednak, że fragmentaryczne podejście ilościowe bazujące przede wszystkim na algorytmie transportowym, gdzie szukamy optymalnego rozkładu przewozu towarów od dostawców do odbiorców, jak również wyboru najlepszej trasy z punktu widzenia założonych kryteriów nie zawsze przynoszą efekt w całkowitym zysku dla danej firmy. Z tego względu interesująca jest monografia wychodząca z propozycją założeń następujących modeli matematycznych optymalizacji¹¹⁵:

- Liniowy model optymalizacji usług logistycznych,
- Model programowania dynamicznego usług logistycznych,
- Integracyjny model optymalizacji usług logistycznych łańcucha dostaw.

Po głębszym przeanalizowaniu wymienionej monografii, opracowanie to można jednak uznać za zainicjowanie drogi dojścia do wskazania optymalnego doboru usług logistycznych, poprzez odliczenie od przychodu kosztów tych usług co w funkcji celu da zysk najlepszy. Zainspirowany założeniami pierwszego z tych modeli, a mianowicie *Liniowego modelu optymalizacji usług logistycznych*, w którym zorientowano Czytelnika co do budowy funkcji celu, ograniczeń jak też

¹⁰⁸ „Conference Proceedings of the International Scientific Internet-Conference Modern Problems of Improve Living Standards in a Globalized World”, monografia, Opole - Berdyansk - Slavyansk, 2016, (electronic edition), 534 s., artykuł „Rozwiązanie problemu transportowego metodą VAM” (22-28).

¹⁰⁹ „ECONOMY AND EDUCATION: MODERN TENDENCIES” - GOSPODARKA I EDUKACJA: NOWOCZESNE TENDENCJE, Volume of Scientific Papers, monografia, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017, 362 s., artykuł „Prognozowanie z wykorzystaniem zasady postarzania informacji”, s. 39-43.

¹¹⁰ „Problems and Prospects of Territories' Socio-Economic Development”, Conference Proceedings of the 6 th International Scientific Conference, monografia, The Academy of Management and Administration in Opole, 2017, 272 s., artykuł: „Optymalizacja marszrutyzacji przewozów z zastosowaniem funkcji Excela”, s. 41-43.

¹¹¹ „Transformations in contemporary society: economic aspects” (Przemiany w nowoczesnym społeczeństwie: aspekty ekonomiczne”, monografia, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017, 348 s., artykuł: „Forecasting using the multiplicative model” („Prognozowanie z zastosowaniem modelu multiplikatywnego”), s. 205-212.

¹¹² „Uwarunkowania demograficzne rozwoju społecznego i ekonomicznego miasta Nysa i powiatu nyskiego”, Opole-Nysa, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2018, 260 s., artykuł: „Prognozowanie migracji ludności z uwzględnieniem wag harmonicznych”, s. 212-233.

¹¹³ „Improving the Life Quality: View of Scientists”, Volume of Scientific Papers, monografia, The Academy of Management and Administration in Opole, Opole, 2019, electronic edition, 660 s., artykuł: „Prognozowanie zewnętrznych usług transportowych” s. 137-156.

¹¹⁴ „Contemporary issues of sustainable development”, monografia, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, 452 s., artykuł: „Technology of optimization solutions in decision-making task” (Techniki rozwiązań optymalizacyjnych zadania decyzyjnego), s. 63-82.

¹¹⁵ Zagurski O., Pokusa T., Duczmal M., Ohiienko M., Zagurska S., Titova L., Rogovskii I., Ohiienko A, *Supply Chain Logistics service system: Methods and Models of Its Optimization*, , chapter 3, *Development of Integrated Model of Optimization of Logistics Service of Supply Chain*, op. cit.

warunków brzegowych podjęto próbę rozwiązania jego w dodatku *Solver*. Tak więc dalsze rozważania należy traktować jako próbę implementacji tego modelu dla celów dydaktycznych¹¹⁶.

14.2. Założenia teoretyczne modelu liniowego optymalizacji kosztów usług logistycznych

W opracowaniu niniejszego tematu bazowano na formułach matematycznych zamieszczonych w publikacji „Zagurski O., Pokusa T., Duczmal M., Ohienko M., Zagurska S., Titova L., Rogovskii I., Ohienko A, *Supply Chain Logistics service system: Methods and Models of Its Optimization*”, rozdział 3. dotyczących funkcjonowania umownej firmy handlowej, w której w odniesieniu do łańcucha dostaw:

$$TP = TR - TC$$

gdzie: TP – wartość zysku, TR – wartość przychodu, TS – wartość całkowitych kosztów usług logistycznych.

Usługa logistyczna może być realizowana na poziomie podstawowym lub jakościowo na poziomie wyższym, stąd wartość przychodu z tytułu łańcucha dostaw określamy według:

$$TR = Rb + \Delta R.$$

gdzie: Rb – wartość przychodu z realizacji usługi logistycznej na poziomie podstawowym,

ΔR – łączny wzrost dochodu spowodowany logistyką sprzedaży, gdy usługa jest ponadpodstawowa.

Model referencyjny łańcucha dostaw wymienia następujące wskaźniki kosztowe SCOR oraz odpowiadające im pozycje usług logistycznych¹¹⁷:

W1. Koszty zaopatrzenia magazynowego w towary:

- obróbka magazynowa towarów (Kr_{11}),
- magazynowanie towarów (Kr_{12}),
- administrowanie zaopatrzenia (Kr_{13}).

W2. Koszty dostawy towarów:

- zakup towarów (Kr_{24}),
- transport towarów (Kr_{25}),
- opłaty celne (Kr_{26}).

W3. Koszty administracyjne związane z zamówieniami klientów:

- obsługa biurowa (Kr_{37}),
- narzędzia automatyzacji zamawiania (Kr_{38}),
- przetwarzanie danych użyciem techniki IT (Kr_{39}).

W4. Koszty realizacji zamówień towarów:

- wyodrębnienie towaru w magazynie pod zamówienie klientów (Kr_{410}),
- komplekacja magazynowa towaru według potrzeby klientów (Kr_{411}),
- opakowanie zamówionego towaru (Kr_{412}),
- transportowanie i koszty ogólne (Kr_{413}).

¹¹⁶ Ibidem.

¹¹⁷ Ibidem, s. 138.

Wspomniany wcześniej model SCOR, w ogólności dla firm produkcyjnych jak i handlowych, reguluje operacje związane z planowaniem, zakupem, wytwarzaniem i dostarczaniem produktów w ramach łańcucha dostaw. Do głównych zadań SCOR należy opis, pomiar i ocena konfiguracji łańcucha dostaw¹¹⁸. Zgodnie z metodologią SCOR koszty W_1 stanowią koszty zarządzania procesem organizacji zaopatrzenia, odbioru i magazynowania określonych towarów, np. dostarczanych do magazynu wysokiego składowania w hurtowni papierniczej. Koszty W_2 obejmują koszty zakupu towarów, ich transportu, ubezpieczenia oraz podatków i ceł. Koszty administracyjne zamówienia W_3 to koszty zatrudnienia osób współpracujących z klientami, narzędzi automatyzacji i sprzętu używanego do obsługi zamówień klientów. W ramach tego występują harmonogramy dostaw, wskazanie miejsca dostawy, monitorowanie przemieszczania się towaru, rozliczenia finansowe. Natomiast wskaźnik W_4 związany jest z przetwarzaniem magazynowym zamówionego towarów, w tym czasowe przechowywanie, kompletacja i wysyłka. Ponadto koszty utrzymania pracownika magazynu, działu transportu oraz niezbędnych urządzeń automatyki załadunku i rozładunku. Do tego dochodzą jeszcze koszty utrzymania majątku trwałego oraz koszty ogólne.

Wracając do naszych formuł kosztowych to wzrost przychodów ΔR , z tytułu usług logistycznych ponadpodstawowych, z uwzględnieniem rozróżnienia wymienionych wcześniej wskaźników W_1 do W_4 oraz kosztów rodzajów usług logistycznych (Kr_{11} do Kr_{413}) określany jest na podstawie wzoru:

$$\Delta R_{ij}(S_{ij}) = Rb \times (Kr_{ij}(S_{ij}) - 1), Kr_{ij} > 0, \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, m\}$$

gdzie: i - liczba wskaźników;

j - liczba możliwej wartości wskaźnika usługi logistycznej, np. dla W_1 przyjmuje 3 wartości;

ΔR_{ij} - wzrost przychodów zapewniony przez j -tą wartość i -tego wskaźnika usługi logistycznej dla procesu ponadpodstawowego;

S_{ij} - j -ta wartość i -tej usługi logistycznej dla poziomu podstawowego;

Kr_{ij} - współczynnik odzwierciedlający wpływ j -tej wartości i -tego wskaźnika dla przychodów z tytułu usługi ponadpodstawowej, określony na podstawie obserwacji szeregów czasowych kosztów rodzajowych i wyznaczenia regresji liniowej;

n - liczba wskaźników logistycznych (w naszym przykładzie - 4);

m - liczba możliwych wartości wskaźników usługi logistycznej.

Całkowity wzrost przychodów zależy od wyboru x_{ij} :

$$\Delta R(x_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta R_{ij}(S_{ij}) \times x_{ij}, \quad x_{ij} \in \{0,1\}$$

gdzie: x_{ij} - zmienna logiczna odzwierciedlająca decyzję o przyjęciu lub odrzuceniu j -tej wartości i -tego wskaźnika.

¹¹⁸ <https://mfiles.pl/pl/index.php/SCOR>.

Dla celów dydaktycznych przyjmijmy, że w odniesieniu do przychodów z łańcucha dostaw, obejmującego 4 wskaźniki i 13 rodzajów usług logistycznych podstawowe wartości przychodów Rb oraz współczynniki rodzajów usług Kr na poziomie ponadpodstawowym kształtują się tak jak w tab. 14.1.

Niech całkowity przychód z tytułu usług logistycznych wynosi 1 mln zł, a średnia wartość usługi logistycznej na poziomie podstawowym: $tr_{sr} = TR/m = 1000000/13 \approx 77$ tys. zł.

Tab. 14.1. Założone wartości Rb w tys. zł i współczynników Kr dla n wskaźników i m usług logistycznych

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	
1		n/m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ	
2	Rb_{1j}	1	30	40	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
3	Kr_{1j}		1,1	1,2	1,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	Rb_{2j}	2	0	0	0	60	80	60	0	0	0	0	0	0	0	0	200
5	Kr_{2j}		1	1	1	1,1	1,3	1,2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	Rb_{3j}	3	0	0	0	0	0	0	90	120	90	0	0	0	0	0	300
7	Kr_{3j}		1	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,1	1	1	1	1	1	1
8	Rb_{4j}	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	100	100	50	400	
9	Kr_{4j}		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,2	1,3	1,2	1,1	1000	

Źródło: Opracowanie własne w *Excelu*.

Wartość Kr na poziomie podstawowym oznaczono jako „1”. Tak więc wartości przychodów z tytułu usług logistycznych w tys. zł, na poziomie podstawowym, przy założeniu wyboru każdej dopuszczalnej usługi logistycznej wariantu kosztowego kształtują się następująco:

W_1	W_2	W_3	W_4	Razem
100	200	300	400	1000

Przyjmując jednak, że usługi logistyczne realizowane były na poziomie ponadpodstawowym to przychody z poszczególnych wariantów usług obliczamy z uwzględnieniem współczynników Kr_{ij} . Natomiast przyrosty przychodów w tys. zł w odniesieniu do 4 wariantów i 13 rodzajów usług logistycznych wymagają odjęcia obliczonej tej wartości od wartości usług standardowych (podstawowych) Rb . Efekt obliczeń zrealizowanych w *Excelu* pokazano w tabeli 14.2.

Tab. 14.2. Obliczone przyrosty ponadpodstawowe przychodu R_{ij}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Cecha	n/m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ
2	Rb_{1j}	1	30	40	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
3	Kr_{1j}		1,1	1,2	1,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4	$Rb_{1j} * Kr_{1j}$		33	48	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	114
5	$(Rb_{1j} * Kr_{1j}) - Rb_{1j}$		3	8	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14
6	Rb_{2j}		2	0	0	0	60	80	60	0	0	0	0	0	0	0
7	Kr_{2j}	1		1	1	1,1	1,3	1,2	1	1	1	1	1	1	1	
8	$Rb_{2j} * Kr_{2j}$	0		0	0	66	104	72	0	0	0	0	0	0	0	242
9	$(Rb_{2j} * Kr_{2j}) - Rb_{2j}$	0		0	0	6	24	12	0	0	0	0	0	0	0	42
10	Rb_{3j}	3	0	0	0	0	0	0	90	120	90	0	0	0	0	300
11	Kr_{3j}		1	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,1	1	1	1	1	
12	$Rb_{3j} * Kr_{3j}$		0	0	0	0	0	0	108	144	99	0	0	0	0	351
13	$(Rb_{3j} * Kr_{3j}) - Rb_{3j}$		0	0	0	0	0	0	18	24	9	0	0	0	0	51
14	Rb_{4j}	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	100	100	50	400
15	Kr_{4j}		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,2	1,3	1,2	1,1	
16	$Rb_{4j} * Kr_{4j}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	180	130	120	55	485
17	$(Rb_{4j} * Kr_{4j}) - Rb_{4j}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	20	5	85
18															Σ	192

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Natomiast wartość całkowitych kosztów usług logistycznych łańcucha dostaw stanowi sumę:

$$TC = TCb + \Delta TC.$$

gdzie: TCb – wartość całkowitych usług logistyki na poziomie podstawowym,

ΔTC – łączny wzrost kosztów całkowitych logistyki spowodowany stosowaniem usług na poziomie ponadpodstawowym.

Wzrost kosztów całkowitych logistyki spowodowany jakąkolwiek usługą i wskaźnikiem kosztowym dla poziomu ponadpodstawowego wyrażamy wzorem:

$$\Delta TC_{ij}(S_{ij}) = TCb \times (KC_{ij}(S_{ij}) - 1), KC_{ij} > 0, \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, m\}$$

gdzie: ΔTC_{ij} – wzrost kosztów całkowitych spowodowany j -tą wartością i -tej usługi logistycznej,

KC_{ij} – współczynniki stosowane w odniesieniu do kosztów usług logistycznych ponadnormatywnych, wartości podstawowe współczynników kosztów obsługi logistycznych odpowiadają współczynnikom 1.

Tab. 14.3. Obliczone przyrosty ponadpodstawowe kosztu TC_{ij}

Cecha	n/m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ
Rb_{1j}	1	30	40	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
Kr_{1j}		1,1	1,2	1,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
$Rb_{1j} * Kr_{1j}$		33	48	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	114
$(Rb_{1j} * Kr_{1j}) - Rb_{1j}$		3	8	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14
$Sk_{ij} = 0,4 * Rb_{1j}$		12	16	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40
KC_{ij}		1,05	1,1	1,05	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
$Sk_{ij} * KC_{ij}$		12,6	17,6	12,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	42,8
$(Sk_{ij} * KC_{ij}) - Sk_{ij}$		0,6	1,6	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,8
Rb_{2j}			0	0	0	60	80	60	0	0	0	0	0	0	0

Kr_{2j}		1	1	1	1,1	1,3	1,2	1	1	1	1	1	1	1	
$Rb_{2j} * Kr_{2j}$		0	0	0	66	104	72	0	0	0	0	0	0	0	242
$(Rb_{2j} * Kr_{2j}) - Rb_{2j}$		0	0	0	6	24	12	0	0	0	0	0	0	0	42
$Sk_{ij} = 0,4 * Rb_{2j}$	2	0	0	0	24	32	24	0	0	0	0	0	0	0	80
KC_{ij}		1	1	1	1,05	1,15	1,1	1	1	1	1	1	1	1	
$Sk_{ij} * KC_{ij}$		0	0	0	25,2	36,8	26,4	0	0	0	0	0	0	0	88,4
$(Sk_{ij} * KC_{ij}) - Sk_{ij}$		0	0	0	1,2	4,8	2,4	0	0	0	0	0	0	0	8,4
Rb_{3j}		0	0	0	0	0	0	90	120	90	0	0	0	0	300
Kr_{3j}		1	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,1	1	1	1	1	
$Rb_{3j} * Kr_{3j}$		0	0	0	0	0	0	108	144	99	0	0	0	0	351
$(Rb_{3j} * Kr_{3j}) - Rb_{3j}$	3	0	0	0	0	0	0	18	24	9	0	0	0	0	51
$Sk_{ij} = 0,4 * Rb_{3j}$		0	0	0	0	0	0	36	48	36	0	0	0	0	120
KC_{ij}		1	1	1	1	1	1	1,1	1,1	1,05	1	1	1	1	
$Sk_{ij} * KC_{ij}$		0	0	0	0	0	0	39,6	52,8	37,8	0	0	0	0	130,2
$(Sk_{ij} * KC_{ij}) - Sk_{ij}$		0	0	0	0	0	0	3,6	4,8	1,8	0	0	0	0	10,2
Rb_{4j}		0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	100	100	50	400
Kr_{4j}		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,2	1,3	1,2	1,1	
$Rb_{4j} * Kr_{4j}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	180	130	120	55	485
$(Rb_{4j} * Kr_{4j}) - Rb_{4j}$	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	20	5	85
$Sk_{ij} = 0,4 * Rb_{4j}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	40	40	20	160
KC_{ij}		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,1	1,15	1,1	1,05	
$Sk_{ij} * KC_{ij}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	66	46	44	21	177
$(Sk_{ij} * KC_{ij}) - Sk_{ij}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	4	1	17
$\sum \Delta R$		3	8	3	6	24	12	18	24	9	30	30	20	5	192
$\sum \Delta TC$		0,6	1,6	0,6	1,2	4,8	2,4	3,6	4,8	1,8	6	6	4	1	38,4
$\sum \Delta R - \sum \Delta TC$		2,4	6,4	2,4	4,8	19,2	9,6	14,4	19,2	7,2	24	24	16	4	153,6

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Dla ułatwienia prezentacji niniejszej implementacji procedury optymalizacyjnej przyjęto umownie, że całkowite koszty usług logistycznych stanowią (0,4 x przychody podstawowe). Jako alternatywne rozwiązanie możemy przyjąć, że niektóre z świadczonych usług logistycznych przyczyniają się do zmniejszenia kosztów całkowitych tych usług. Jako przykład może być wprowadzenie komputerowej identyfikacji transakcji przychodów/rozchodów, wówczas współczynniki wzrostu będą mniejsze od jedności. Wyrażenie na obliczenie maksymalnego dopuszczalnego wzrostu kosztów logistyki jest następujące:

$$\Delta TC_{max} = TC_{max} - TCb, 0 < TCb < TC_{max}$$

gdzie: ΔTC_m – maksymalny dopuszczalny wzrost całkowitych kosztów usług logistycznych łańcucha dostaw,

TC_{max} – wartość maksymalnych dopuszczalnych całkowitych kosztów logistycznych łańcucha dostaw,

TCb – koszt bazy podstawowy logistyki, równy w naszym przykładzie: 0,4 x 1 mln = 400 tys. zł.

Opracowane wstępnie zestawienie wzrostu kosztów logistyki (patrz tabela 14.3) pokazuje nam wzrost w wysokości:

$$\Delta TC_{max} = (42,8 + 88,4 + 130,2 + 177) - (40 + 80 + 120 + 160) = 438,4 - 400 = 38,4 \text{ tys. zł.}$$

Przyjmijmy dla celów testowych, w naszym ćwiczeniu, że $TC_{max} = 435$ tys. zł.

Przystąpmy teraz do opracowania modelu matematycznego optymalizacji wartości zysku z usług logistycznych¹¹⁹. Funkcja celu w rozszerzonej postaci może być sformułowana następująco:

$$TP(x_{ij}) = Rb + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Rb \times (Kr_{ij}(S_{ij}) - 1) \times x_{ij} - (TCb + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m RTCb \times (Kc_{ij}(S_{ij}) - 1) \times x_{ij}) \rightarrow \max$$

Można też zastosować inną skróconą postać funkcji celu, zredukowaną do wzrostu zysku:

$$\Delta TP(x_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\Delta R_{ij}(S_{ij}) - \Delta TC_{ij}(S_{ij})) \times x_{ij} \rightarrow \max$$

gdzie: ΔTP – wzrost zysku łańcucha dostaw.

Ograniczenia:

- 1) Ograniczenie wartości zmiennych:

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i \in \{1, \dots, n\}, \quad j \in \{j, \dots, m\}$$

- 2) Ograniczenie wyboru tylko jednej z możliwych wartości usług logistycznych i w odniesieniu i -tych wskaźników logistycznych:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

- 3) Ograniczenie wzrostu kosztów całkowitych:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta TC_{ij}(S_{ij}) \times x_{ij} \leq \Delta TC_{max}, \quad \Delta TC_{max} \geq 0$$

14.3. Budowa tablic w *Excelu* na danych umownych

Zaprezentowanie realizację procedury optymalizacji dla podjętego modelu wymaga dokonania szeregu modyfikacji w zbieraniu szeregów danych czasowych w zakresie rachunkowości zarządczej. W polskiej praktyce gospodarczej nie jest to jeszcze w pełni stosowane i dlatego dla celów dydaktycznych optymalizacji kosztów usług logistycznych łańcucha dostaw w przedsiębiorstwie przyjęto dane umowne dotyczące przychodu, całkowitych kosztów usługi logistycznej, kosztów rodzajowych w ramach tej usługi. Ponadto rozróżniono wskaźniki kosztowe usług. Rozwiązanie modelu liniowego optymalizacji usług logistycznych zmierza do wyboru najlepszego wariantu, jak i rodzaju takowej usługi. Jak już nadmieniałem praca ta ma charakter przede wszystkim ćwiczeniowy dla studentów kierunków ekonomicznych, którzy mogą dokonywać podejść symulacyjnych dla rozwiązania o różnych założeniach wstępnych.

¹¹⁹ W opracowaniu wykorzystano wzory zaprezentowane w publikacji: Zagurski O., Pokusa T., Duczmal M., Ohiienko M., Zagurska S., Titova L., Rogovskii I., Ohiienko A, *Supply Chain Logistics service system: Methods and Models of Its Optimization*, op. cit.

Tab. 14.4. Dane wejściowe do procesu optymalizacji wyboru i -tego wariantu oraz usługi U_j

		Zmienne korzystania z usługi logistycznej x_{ij}												
Ogran. 2	Razem	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}	U_{13}
1,0	13,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,0	13,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,0	13,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,0	13,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1	ΔR_1	3,0	8,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_1	0,6	1,6	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\Delta R_1 - \Delta TC_1$	2,4	6,4	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	ΔR_2	0,0	0,0	0,0	6,0	24,0	12,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_2	0,0	0,0	0,0	1,2	4,8	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\Delta R_2 - \Delta TC_2$	0,0	0,0	0,0	4,8	19,2	9,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	ΔR_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	18,0	24,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,6	4,8	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\Delta R_3 - \Delta TC_3$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14,4	19,2	7,2	0,0	0,0	0,0	0,0
4	ΔR_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	30,0	30,0	20,0	5,0
	ΔTC_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	6,0	4,0	1,0
	$\Delta R_4 - \Delta TC_4$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	24,0	24,0	16,0	4,0
TP	ΔTP_1	2,4	6,4	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_2	0,0	0,0	0,0	4,8	19,2	9,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14,4	19,2	7,2	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	24,0	24,0	16,0	4,0
ΔTP	153,6	2,4	6,4	2,4	4,8	19,2	9,6	14,4	19,2	7,2	24,0	24,0	16,0	4,0
TC	ΔTC_1	0,6	1,6	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_2	0,0	0,0	0,0	1,2	4,8	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,6	4,8	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	6,0	4,0	1,0
ΔTC	38,4	0,6	1,6	0,6	1,2	4,8	2,4	3,6	4,8	1,8	6,0	6,0	4,0	1,0
ΔTC_{max}	35,0													

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Mając przygotowaną tabelę danych wejściowych do procedury optymalizacji skorzystano w Excelu z menu: *Dane/Solver* i wprowadzono w oknie dialogowym „*Parametry dodatku Solver*” adresy umiejscowienia:

funkcji celu - $\$B\23 ,

zakres komórek zmiennych x_{ij} - $\$C\$3:\$O\6 ,

ograniczenia:

$\$B\$28 \leq \$B\29 (w naszym przykładzie jest wstępnie: $38.4 \leq 35,0$).

$$B_{28} \geq 0,$$

$B_3 \cdot B_6 = A_3 \cdot A_6$ (w tabeli 4. kolumna z liczbami 13 i obok z ograniczeniami równymi „1”,

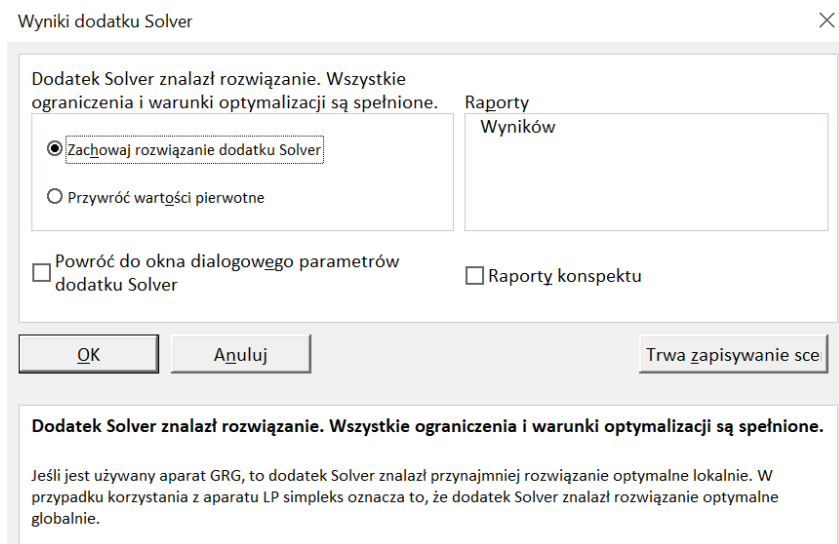
$B_3 \cdot O_6 = \text{binarne}$.

Ponieważ występuje w naszym przykładzie zależność liniowa wybrano metodę rozwiązania „LP simpleks” (zob. rysunek 14.1).

Źródło: Opracowanie własne w Solverze.

Rys. 14.1. Zdefiniowanie zadania decyzyjnego

Po akceptacji przyciskiem „Rozwiąż” program Solver proponuje nam wygenerowanie raportu szczegółowego zdefiniowanych parametrów wejściowych jak i uzyskanych wyników (zob. tabela 14.5).



Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Rys. 14.2. Komunikat *Solvera* o rozwiązaniu zadania decyzyjnego

Obliczenia optymalizacyjne wykonano programem *Microsoft Excel 16.0*, a wyniki zapisane zostały na pliku „*Tabele pomocnicze1.xlsx*”. Funkcja celu (ΔTP) dążyła do maksimum. Zmienne program *Solver* zapisał bez indeksowania. Czas rozwiązania wyniósł 0,187 sekundy, przy czym liczba iteracji była 14. Postać raportu z w wyszczególnieniem czcionką pogrubioną wyników oraz spełnieniem ograniczeń zaprezentowano w tabeli 14.5.

Tab. 14.5. Raport wyników pracy *Solvera* z wykorzystaniem metody „*LP simpleks*”

Komórka	Nazwa	Wartość	Wartość	
\$B\$23	ΔTP	153,6	68,8	
Komórki				
Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
\$C\$3	U1	1,0	0,0	Binarne
\$D\$3	U2	1,0	1,0	Binarne
\$E\$3	U3	1,0	0,0	Binarne
\$F\$3	U4	1,0	0,0	Binarne
\$G\$3	U5	1,0	0,0	Binarne
\$H\$3	U6	1,0	0,0	Binarne
\$I\$3	U7	1,0	0,0	Binarne
\$J\$3	U8	1,0	0,0	Binarne
\$K\$3	U9	1,0	0,0	Binarne
\$L\$3	U10	1,0	0,0	Binarne
\$M\$3	U11	1,0	0,0	Binarne
\$N\$3	U12	1,0	0,0	Binarne
\$O\$3	U13	1,0	0,0	Binarne
\$C\$4	U1	1,0	0,0	Binarne
\$D\$4	U2	1,0	0,0	Binarne
\$E\$4	U3	1,0	0,0	Binarne
\$F\$4	U4	1,0	0,0	Binarne
\$G\$4	U5	1,0	1,0	Binarne
\$H\$4	U6	1,0	0,0	Binarne
\$I\$4	U7	1,0	0,0	Binarne
\$J\$4	U8	1,0	0,0	Binarne
\$K\$4	U9	1,0	0,0	Binarne

\$L\$4	U10	1,0	0,0	Binarne
\$M\$4	U11	1,0	0,0	Binarne
\$N\$4	U12	1,0	0,0	Binarne
\$O\$4	U13	1,0	0,0	Binarne
\$C\$5	U1	1,0	0,0	Binarne
\$D\$5	U2	1,0	0,0	Binarne
\$E\$5	U3	1,0	0,0	Binarne
\$F\$5	U4	1,0	0,0	Binarne
\$G\$5	U5	1,0	0,0	Binarne
\$H\$5	U6	1,0	0,0	Binarne
\$I\$5	U7	1,0	0,0	Binarne
\$J\$5	U8	1,0	1,0	Binarne
\$K\$5	U9	1,0	0,0	Binarne
\$L\$5	U10	1,0	0,0	Binarne
\$M\$5	U11	1,0	0,0	Binarne
\$N\$5	U12	1,0	0,0	Binarne
\$O\$5	U13	1,0	0,0	Binarne
\$C\$6	U1	1,0	0,0	Binarne
\$D\$6	U2	1,0	0,0	Binarne
\$E\$6	U3	1,0	0,0	Binarne
\$F\$6	U4	1,0	0,0	Binarne
\$G\$6	U5	1,0	0,0	Binarne
\$H\$6	U6	1,0	0,0	Binarne
\$I\$6	U7	1,0	0,0	Binarne
\$J\$6	U8	1,0	0,0	Binarne
\$K\$6	U9	1,0	0,0	Binarne
\$L\$6	U10	1,0	0,0	Binarne
\$M\$6	U11	1,0	1,0	Binarne
\$N\$6	U12	1,0	0,0	Binarne
\$O\$6	U13	1,0	0,0	Binarne
Ograniczenia				
Komórka	Nazwa	Wartość	Formuła	Stan
\$B\$28	<i>ATC</i>	17,2	\$B\$28<=\$B\$29	Niewiążące
\$B\$28	<i>ATC</i>	17,2	\$B\$28>=0	Niewiążące
\$B\$3	Razem	1,0	\$B\$3=\$A\$3	Wiążące
\$B\$4	Razem	1,0	\$B\$4=\$A\$4	Wiążące
\$B\$5	Razem	1,0	\$B\$5=\$A\$5	Wiążące
\$B\$6	Razem	1,0	\$B\$6=\$A\$6	Wiążące
\$C\$3:\$O\$6=Binarne				

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

Oprócz raportu wyników uzyskano też korektę zmiennych i obliczenie danych wyjściowych po procesie optymalizacji na naszym ćwiczeniowym arkuszu kalkulacyjnym (zob. tabela 14.6).

Tab. 6. Efekt końcowy danych wejściowych po optymalizacji

		Zmienne korzystania z usługi logistycznej x_{ij}												
Ogran. 2	Razem	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}	U_{13}
1,0	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0
1	ΔR_1	3,0	8,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_1	0,6	1,6	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

	$\Delta R_1 - \Delta TC_1$	2,4	6,4	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	ΔR_2	0,0	0,0	0,0	6,0	24,0	12,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_2	0,0	0,0	0,0	1,2	4,8	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\Delta R_2 - \Delta TC_2$	0,0	0,0	0,0	4,8	19,2	9,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	ΔR_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	18,0	24,0	9,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,6	4,8	1,8	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\Delta R_3 - \Delta TC_3$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14,4	19,2	7,2	0,0	0,0	0,0	0,0
4	ΔR_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	30,0	30,0	20,0	5,0
	ΔTC_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	6,0	4,0	1,0
	$\Delta R_4 - \Delta TC_4$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	24,0	24,0	16,0	4,0
ΔTP_i	ΔTP_1	0,0	6,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_2	0,0	0,0	0,0	0,0	19,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	19,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTP_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0
ΔTP	68,8	0,0	6,4	0,0	0,0	19,2	0,0	0,0	19,2	0,0	0,0	24,0	0,0	0,0
	ΔTC_1	0,0	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_2	0,0	0,0	0,0	0,0	4,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC_4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,0	0,0	0,0	0,0
	ΔTC	17,2	0,0	1,6	0,0	4,8	0,0	0,0	4,8	0,0	0,0	6,0	0,0	0,0
	ΔTC_{max}	35,0												

Źródło: Opracowanie własne w *Solverze*.

W efekcie końcowym, przy spełnionych ograniczeniach optymalne okazały się usługi logistyczne U_1, U_5, U_8, U_{11} . Był to jednak prosty przykład dla celów dydaktycznych. Dalej, mając przetartą ścieżkę procedury optymalizacyjnej przyrostu zysku całkowitego usług logistycznych, zainteresowani Czytelnicy mogą swobodnie - przez analogię, symulować różne sposoby osiągnięcia pożądanej funkcji celu, zadając własne parametry wejściowe *Solverowi*.

* * *

Opracowanie realizacji komputerowej liniowego modelu usług logistycznych łańcucha dostaw, w ramach firmy handlowej, daje nam impuls do rozwiązywania trudniejszych modeli matematycznych, w tym już wspomnianego na wstępie *modelu programowania dynamicznego usług logistycznych*, a także *integracyjnego modelu optymalizacji tych usług*. Zaprezentowany przykład, w dogodnym narzędziu informatycznym jakim jest dodatek *Solver* arkusza kalkulacyjnego *Excel*, jest przybliżeniem teorii logistyki do potrzeb praktycznych. Stanowi też bodziec do zrozumienia niektórych opracowanych publikacji naukowych w zakresie modelowania matematycznego optymalizacji działalności logistycznej, nie tylko firm handlowych, ale także przedsiębiorstw

produkcyjnych. Zachęca się do podejścia symulacyjnego przy różnych parametrach wejściowych, co da zwłaszcza studentom na kierunkach ekonomicznych, szersze horyzonty poznawcze i wskazania do budowy własnych modeli matematycznych zadań decyzyjnych.

15. Sztuczna inteligencja



15.1. Wstęp

Marzeniem wielu inżynierów jest stworzenie robota, który miałby przybliżenie inteligencji człowieka, potrafił widzieć, słyszeć i wykazywać zdolności w określonym obszarze. Jesteśmy świadkami szybkiego postępu nauk, zwłaszcza w zakresie zachowań ludzkich, biologii mózgu czy też rozwoju i wprowadzania techniki cyfrowej.

Zagadnienie, które poruszono w tym materiale jest tzw. sztuczna inteligencja (AI). Zainteresowania moje skupiły się na programach komputerowych, które upodabiają się swoimi relacjami do zachowań operatora. Posługują się zwrotami osób stosowanymi w codziennym życiu i działalności zawodowej. Mogą wymieniać między internautą a sobą różne uprzejmości. Doświadczyłem to można podczas próby skorzystania z oprogramowania klasy „*OpenAI*”. Czasami odnosi się wrażenie, że odpowiadający na pytanie, skierowane przez Internet, jest istotą ludzką i to znacznie inteligentniejszą. Jednak błyskotliwy rozwój programów z obszaru AI, czyli upodabiających się do reakcji człowieka, budzi niepokój wielu specjalistów z zakresu socjologii, psychologii a nawet teologii. Wydaje się, że w okresie tworzenia tzw. *społeczeństwa informacyjnego* nadchodzi era redukowania stanowisk, gdzie z powodzeniem pracownika zastępuje chatbot, czyli inteligentny komputer.

W tym miejscu warto jeszcze wyjaśnić często używany termin „*chatbot*”. Jest to program komputerowy, którego zadaniem jest prowadzenie konwersacji z udziałem komputera, który replikuje zachowania ludzkie, np. automatyzując odpowiedzi na powtarzalne pytania. Najprostsze tzw. *boty* wykorzystują schematy blokowe. Zadaniem *chatbota* jest automatyzacja powtarzalnych i przewidywalnych zadań i procesów w dużej skali. *Chatboty* pomagają także budować spersonalizowane doświadczenia klientów. Wykorzystywane są na stronach internetowych, w komunikatorach takich jak *Messenger*, *WeChat*, *Telegram*, *WhatsApp* będąc w roli asystentów głosowych (*Asystent Google*, *Amazon Alexa*), ale także jako wirtualni asystenci w postaci robota. *Chatboty* z powodzeniem działają w takich branżach jak obsługa klienta, sprzedaż, kampanie marketingowe czy edukacja.

Zaprezentowany materiał jest wstępnym rekonesansem po publikacjach internetowych. Wybrano moim zdaniem najistotniejsze, a ponadto zaprezentowano przykład udanej mojej współpracy z programem sztucznej inteligencji. Doprowadziła ona, korzystając z rady dotyczącej wyboru programu w zakresie optymalizacji zagadnienia transportowego, do zainstalowania pakietu *R* oraz skorzystania z wchodzącej do jego biblioteki aplikacji programowania liniowego o nazwie „*lpSolver*”. Dążność do dogodnego opracowywania tekstów na wskazane tematy to moim zdaniem

także optymalizacja skorzystania z obszernego już dorobku zgromadzonego głównie w bazach Internetu.

15.2. Termin i obszar zastosowania sztucznej inteligencji

Sztuczna inteligencja, SI (*artificial intelligence*, AI) to inteligencja wykazywana przez urządzenia¹²⁰. W informatyce i kognitywistyce oznacza także tworzenie modeli i programów symulujących choć częściowo zachowania inteligentne. Sztuczna inteligencja jest także przedmiotem rozważań filozofii oraz przedmiotem zainteresowania nauk społecznych. Andreas Kaplan i Michael Haenlein definiują sztuczną inteligencję jako „*zdolność systemu do prawidłowego interpretowania danych pochodzących z zewnętrznych źródeł, nauki na ich podstawie oraz wykorzystywania tej wiedzy, aby wykonywać określone zadania i osiągać cele poprzez elastyczne dostosowanie*”. Sztuczna inteligencja ma dwa podstawowe znaczenia, a mianowicie jest to:

- hipotetyczna inteligencja realizowana w procesie technicznym, a nie naturalnym;
- nazwa technologii i dziedzina badań naukowych informatyki i kognitywistyki czerpiąca także z osiągnięć psychologii, neurologii, matematyki i filozofii.

Wymieniona tu *kognitywistyka* to dziedzina nauki zajmująca się obserwacją i analizą działania zmysłów, mózgu i umysłu, w szczególności ich modelowaniem¹²¹. Jest nauką interdyscyplinarną, znajduje się na pograniczu wielu dziedzin, a mianowicie psychologii poznawczej, neurobiologii, filozofii umysłu, sztucznej inteligencji, lingwistyki oraz logiki i fizyki. Główne obszary badawcze w obrębie tej dziedziny to reprezentacja wiedzy, język, uczenie się, myślenie, percepcja, świadomość, podejmowanie decyzji oraz inteligencja.

Głównym zadaniem badań nad sztuczną inteligencją w drugim znaczeniu jest konstruowanie maszyn i programów komputerowych zdolnych do realizacji wybranych funkcji umysłu i ludzkich zmysłów, niepoddających się numerycznej algorytmizacji. Problemy takie bywają nazywane *AI-trudnymi* i zalicza się do nich między innymi:

- podejmowanie decyzji w warunkach braku wszystkich danych,
- analiza i synteza języków naturalnych,
- rozumowanie logiczne/racjonalne,
- automatyczne dowodzenie twierdzeń,
- komputerowe gry logiczne,
- inteligentne roboty,
- systemy eksperckie i diagnostyczne.

¹²⁰ https://pl.wikipedia.org/wiki/Sztuczna_inteligencja.

¹²¹ <https://pl.wikipedia.org/wiki/Kognitywistyka>.

Trzeba dodać, że sztuczna inteligencja jest powiązana z obszarami uczenia maszynowego, logiki rozmytej, widzenia komputerowego, obliczeń ewolucyjnych, sieci neuronowych, robotyki i sztucznego życia. Istnieją dwa podstawowe podejścia do pracy nad AI:

1. Tworzenie modeli matematyczno-logicznych analizowanych problemów i implementowanie ich w formie programów komputerowych, mających realizować konkretne funkcje uważane powszechnie za składowe inteligencji. W tej grupie, tzw. podejścia symbolicznego, są np. algorytmy genetyczne, metody logiki rozmytej i wnioskowania bazującego na doświadczeniu.

2. Podejście subsymboliczne, polegające na tworzeniu struktur i programów „*samouczących się*”, bazujących na modelach sieci neuronowej i sieci asocjacyjnych, oraz opracowywanie procedur „*uczenia*” takich programów, rozwiązywania postawionych im zadań i szukania odpowiedzi na wybrane klasy „*pytań*”.

Współczesne praktyczne przykładowe zastosowania sztucznej inteligencji są następujące:

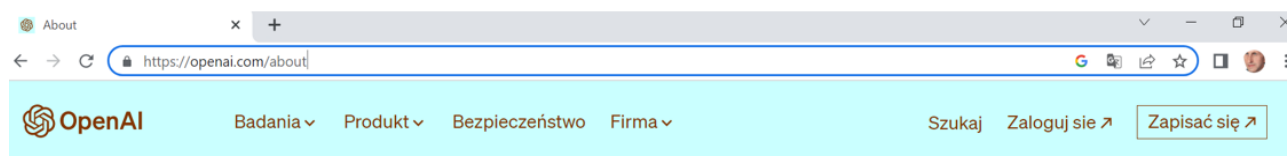
- technologie oparte na logice rozmytej (powszechnie stosowane np. do sterowania przebiegiem procesów technologicznych w fabrykach w warunkach „*braku wszystkich danych*”);
- systemy eksperckie (systemy wykorzystujące bazę wiedzy i mechanizmy wnioskowania do rozwiązywania problemów);
- maszynowe tłumaczenie tekstów (systemy nadające się szczególnie do tłumaczenia tekstów technicznych);
- sieci neuronowe (stosowane z powodzeniem w wielu zastosowaniach łącznie z programowaniem „*inteligentnych przeciwników*” w grach komputerowych);
- uczenie się maszyn (dział sztucznej inteligencji zajmujący się algorytmami potrafiącymi uczyć się, podejmować decyzje bądź nabywać wiedzę);
- eksploracja danych (omawia obszary powiązanie z potrzebami informacyjnymi, pozyskiwaniem wiedzy, stosowane techniki analizy i oczekiwane rezultaty);
- rozpoznawanie obrazów (stosowane są już programy rozpoznające osoby na podstawie zdjęcia twarzy lub rozpoznające automatycznie zadane obiekty na zdjęciach satelitarnych);
- rozpoznawanie mowy i rozpoznawanie mówców (stosowane już powszechnie na skalę komercyjną);
- rozpoznawanie pisma (OCR), które stosowane już masowo np. do automatycznego sortowania listów, rozpoznawania treści życiorysów oraz w elektronicznych notatnikach;
- sztuczna twórczość (istnieją programy automatycznie generujące krótkie formy poetyckie, komponujące, aranżujące i interpretujące utwory muzyczne, które są w stanie skutecznie „*zmylić*” nawet profesjonalnych artystów, tak, że ci nie uznają utworów za sztucznie wygenerowane);
- generowanie obrazów (obrazy tworzone przez algorytmy komputerowe, wykorzystujące techniki uczenia maszynowego).

Są przewidywania, iż istnieje w 50% prawdopodobieństwo na osiągnięcie przez AI średniego ludzkiego poziomu przed 2040 rokiem. Z fascynacji sztuczną inteligencją powstało Polskie Stowarzyszenie Sztucznej Inteligencji (PSSI), którego celem jest promowanie i wspieranie działalności naukowej, dydaktycznej oraz kulturalnej w zakresie popularyzacji, rozwoju i stosowania

teorii, metod i narzędzi sztucznej inteligencji oraz innych dziedzin nauk informatycznych, a także upowszechnianie w społeczeństwie ich osiągnięć¹²².

15.3. Dostęp do programu *ChatGPT*

Obserwowanie zachowań internautów prowadzi do tworzenia bazy standardowych ich zapytań, zebrania publikowanych pozycji pod żadaną frazą. Ponadto monitorowanie działań ekspertów i zgromadzenia ich wiedzy oraz udzielonych porad umożliwia utworzenie obszernego banku informacji. Powoduje to, że maszyna jaką jest komputer pracujący w sieci, zaczyna przewyższać swoimi możliwościami przeciętnego człowieka. Jest to fascynujące, z punktu widzenia kreowania nowych implementacji oprogramowania. Powstają towarzystwa programistów chcących stworzyć nowe kreatywne aplikacje. Istnieją już firmy podejmujące temat szeroko rozumianego AI, a jedną z nich jest OpenAI zajmująca się badaniami i wdrożeniem sztucznej inteligencji ogólnej¹²³. Fragment strony **www** tej firmy zaprezentowano na rysunku 15.1.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.1. Menu główne strony internetowej firmy OpenAI

Obiektem badań wymienionej firmy jest między innymi model o nazwie *ChatGPT*, który wchodzi w interakcję z operatorem w sposób konwersacyjny. Format dialogu umożliwia tej aplikacji odpowiadanie na dodatkowe pytania, a nawet odrzucanie niewłaściwych próśb.

Korzystając z linku (<https://openai.com>) podjęto próbę zainstalowania aplikacji *ChatGPT*. Jednak użytkowanie *ChatGPT* wymaga wcześniejszego zarejestrowania się, czyli utworzenia własnego konta, które jest weryfikowane telefonicznie (zob. rysunek 15.2). Następnie przykładowo wysyłanie jest e-mail na (wlodek2004@op.pl). Jeśli chcemy często korzystać z udogodnień aplikacji *ChatGPT* to możemy się zgodzić na zapisanie na stałe swego hasła. Po zweryfikowaniu e-maila proszeni jesteśmy o podanie bliższych danych o sobie:

- data urodzenia w formacie (MM/DD/RRRR),
- imię i nazwisko,
- numer telefonu.

W celu konkretnego skorzystania z aplikacji „*OpenAI*” swoje dane do założenia konta wprowadził współautor tej książki – Władysław Wornalkiewicz.

¹²² <https://spis.ngo.pl/215435-polskie-stowarzyszenie-sztucznej-inteligencji>.

¹²³ Według: <https://openai.com/about>.

Utwórz swoje konto

Pamiętaj, że do rejestracji wymagana jest weryfikacja telefoniczna. Twój numer zostanie użyty wyłącznie do weryfikacji Twojej tożsamości ze względów bezpieczeństwa.

[Edytować](#)

Hasło

Twoje hasło musi zawierać:

✓ Co najmniej 8 znaków

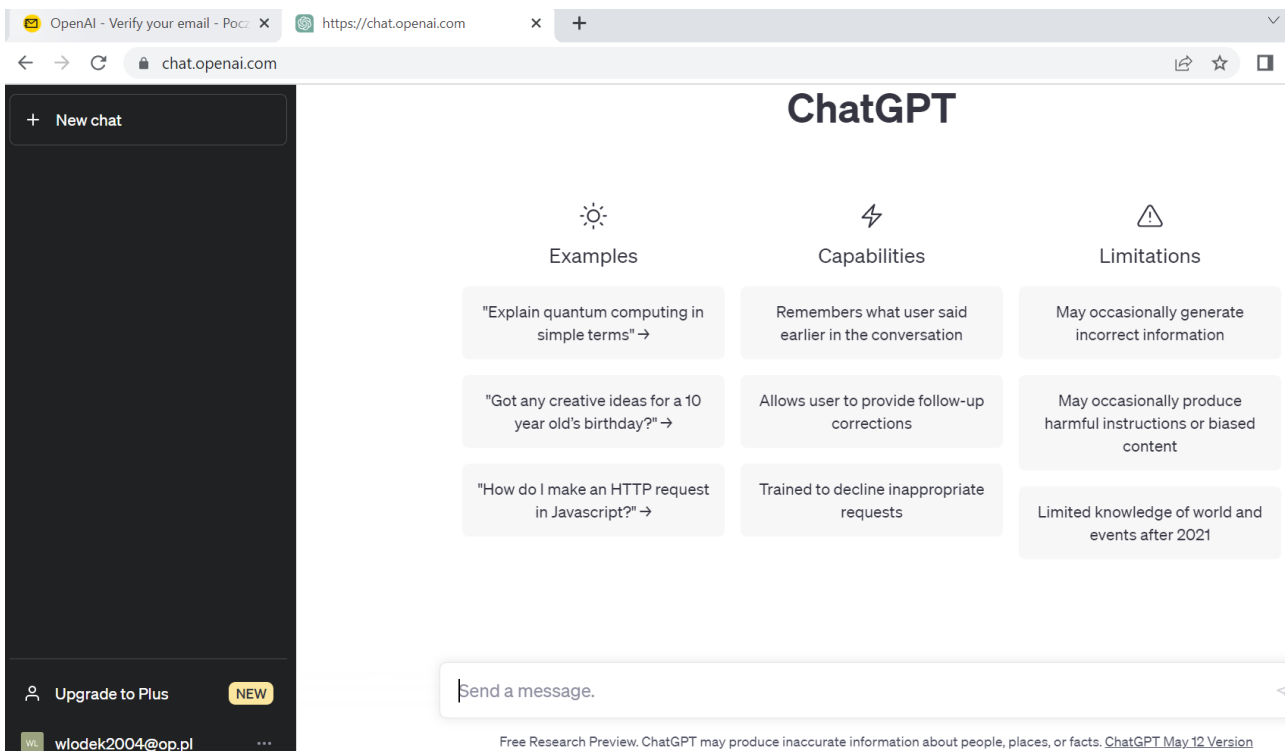
[Kontynuować](#)

Posiadasz już konto? [Zaloguj się](#)

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.2. Wprowadzenie własnego e-mail w celu utworzenia konta wejścia do *ChatGPT*

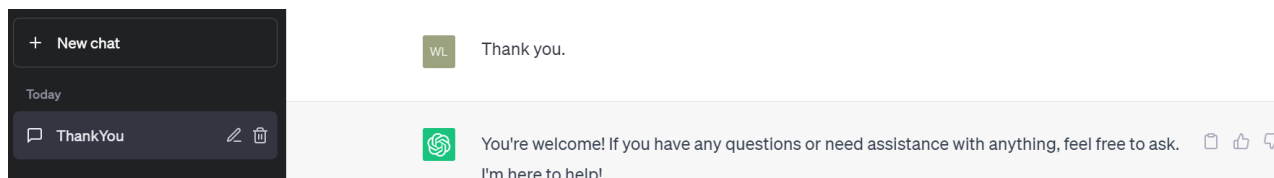
Weryfikacji podlega też numer telefonu, przy czym uzyskujemy kod dostępu do aplikacji. Po wysłaniu numeru kodu pojawiają się komunikaty informujące o zakresie funkcjonalnym *ChatGPT*, a jednym z nich jest zaprezentowany na rysunku 15.3.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.3. Potwierdzenie możliwości korzystania z *ChatGPT*

Konwersacje z dostępnym programem *ChatGPT* prowadzimy w języku angielskim. Na początek przesyłamy komunikat potwierdzający w podoknie „Send a message” o treści np. *Thank you*. Ku zaskoczeniu otrzymano szybko odpowiedź, która w tłumaczeniu jest następująca: „*Nie ma za co! Jeśli masz jakieś pytania lub potrzebujesz pomocy w czymkolwiek, nie wahaj się zapytać. Jestem tu by pomóc!*” (zob. rysunek 15.4).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.4. Przykład wstępnej konwersacji

Po pewnym czasie wysłano zapytanie: *Jak wyszukać artykuły dotyczące optymalizacji zagadnienia transportowego?* Pytanie to w języku angielskim brzmi: *How to search for articles related to the optimization of the transport issue?*. Po stosunkowo niedługim czasie uzyskano w dalej wymienionych ośmiu punktach postępowanie, które po skorzystaniu z tłumacza Google jest następujące:

1. *Zacznij od ogólnego zapytania: zacznij od wyszukiwarki, takiej jak Google Scholar lub wyspecjalizowanej akademickiej bazy danych, takiej jak IEEE Xplore lub PubMed. Wpisz ogólne zapytanie związane z optymalizacją transportu, np. „artykuły dotyczące optymalizacji transportu” lub „optymalizacja sieci transportu”.*

2. *Zawęż zapytanie: jeśli uzyskasz zbyt wiele wyników, zawęż zapytanie, dodając określone słowa kluczowe związane z tematem. Na przykład, aby zawęzić wyszukiwanie, możesz użyć terminów takich jak „transport miejski”, „logistyka towarowa”, „wyznaczanie tras pojazdów” lub „optymalizacja transportu publicznego”.*

3. *Wykorzystaj operatory wyszukiwania: Korzystaj z operatorów wyszukiwania, aby poprawić wyniki wyszukiwania. Na przykład ujęcie określonych fraz w cudzysłów (" ") spowoduje wyszukanie dokładnych dopasowań. Możesz także użyć operatorów boolowskich „AND” lub „OR”, aby połączyć lub wykluczyć określone słowa kluczowe. Na przykład „optymalizacja transportu ORAZ zrównoważony transport”.*

4. *Przejrzyj streszczenia i tytuły artykułów: przejrzyj listę wyników wyszukiwania i przejrzyj streszczenia i tytuły, aby określić trafność artykułów. Pomoże Ci to zidentyfikować artykuły, które są ściśle powiązane z interesującym Cię tematem.*

5. *Poszukaj kluczowych autorów i publikacji: zwróć uwagę na wybitnych badaczy lub autorów, którzy szeroko publikowali na temat optymalizacji transportu. Zwróć także uwagę na renomowane czasopisma lub materiały konferencyjne, które często publikują artykuły z tej dziedziny. Może to pomóc w znalezieniu wiarygodnych źródeł i powiązanych artykułów poprzez cytaty i odniesienia.*

6. *Uzyskaj dostęp do pełnych tekstów artykułów: Po zidentyfikowaniu interesujących artykułów sprawdź, czy są one swobodnie dostępne lub dostępne w bibliotece Twojej instytucji. Niektóre artykuły mogą wymagać subskrypcji lub zakupu, ale wiele z nich można znaleźć bezpłatnie w repozytoriach preprintów lub kontaktując się bezpośrednio z autorami.*

7. Przeglądaj sieci cytowań: Po znalezieniu odpowiednich artykułów zapoznaj się z ich sieciami cytowań. Obejmuje to sprawdzenie odniesień cytowanych w artykule, a także artykułów, które cytowały go od czasu jego publikacji. Może to prowadzić do dodatkowych artykułów na ten sam temat.

8. Bądź na bieżąco z najnowszymi badaniami dotyczącymi optymalizacji transportu, rozważ ustawienie alertów lub powiadomień dla określonych słów kluczowych lub autorów w akademickich bazach danych lub na platformach czasopism. W ten sposób będziesz otrzymywać powiadomienia za każdym razem, gdy zostaną opublikowane nowe artykuły pasujące do Twoich zainteresowań.

Na zakończenie tego wyszczególnienia kroków postępowania nasz wirtualny asystent, czyli aplikacja ChatGPT daje nam radę: *Pamiętaj, że proces wyszukiwania artykułów jest iteracyjny i może być konieczne udoskonalenie strategii wyszukiwania w miarę postępów. Pamiętaj również o krytycznej ocenie znalezionych artykułów, aby ocenić ich wiarygodność i znaczenie dla twoich badań lub zainteresowań.* Po podziękowaniu „Thank You” w oknie komunikatów uzyskujemy odpowiedź, która w języku polskim znaczy: *„Nie ma za co! Cieszę się że mogłem pomóc. Jeśli masz więcej pytań, możesz je zadać. Milego badania!”*

Pomyślny dialog sprawił wrażenie, że mamy do czynienia z dobrym doradcą i podjęto próbę zadania kolejnego pytania: *Is there WinQSB program for Windows 10?*, czyli: *Czy jest program WinQSB na Windows 10?* Tym razem przygotowanie odpowiedzi trwało nieco dłużej, a rezultatem była rada, która w języku polskim jest następująca: *„WinQSB (Windows-based Quantitative Systems for Business) to starszy pakiet oprogramowania opracowany przez Wydział Nauk o Decyzjach na Uniwersytecie Wisconsin-Madison. Został zaprojektowany dla systemów operacyjnych Windows, w tym Windows 95, 98 i XP. Jednak nie jest oficjalnie obsługiwany w nowszych wersjach systemu Windows, takich jak Windows 10. Chociaż możliwe jest uruchomienie WinQSB w systemie Windows 10 przy użyciu trybu zgodności lub technik wirtualizacji, nie ma gwarancji, że będzie działać poprawnie lub bez problemów. Ponadto, ponieważ WinQSB nie jest już aktywnie utrzymywany ani aktualizowany, może nie być kompatybilny z najnowszymi aktualizacjami systemu Windows 10. Jako alternatywę można rozważyć użycie innych pakietów oprogramowania, które zapewniają podobną funkcjonalność do analizy ilościowej i optymalizacji, takich jak Microsoft Excel z dodatkiem Solver, język programowania R z bibliotekami optymalizacyjnymi (np. lpSolve, ROI lub CVXR) lub specjalistyczne oprogramowanie optymalizacyjne, takie jak Gurobi, CPLEX lub Optimization Toolbox firmy MATLAB. Te alternatywy oferują szeroki zakres możliwości i są aktywnie utrzymywane, zapewniając zgodność z nowoczesnymi systemami operacyjnymi, takimi jak Windows 10”.*

Asystent – program ChatGPT zachęcił do dalszej współpracy: *„You're welcome! If you have any more questions, feel free to ask. I'm here to help!”*. Zainteresowanie zbudził program lpSolve. Zadano więc pytanie: *How to install lpSolver?* (Jak zainstalować lpSolve?). W odpowiedzi uzyskano

dość precyzyjną procedurę postępowania, która po translacji jest następująca: „Aby zainstalować pakiet `lpSolve` wykonaj następujące kroki:

Zainstaluj R: Jeśli jeszcze tego nie zrobiłeś, pobierz i zainstaluj R z oficjalnej strony internetowej (<https://www.r-project.org/>) zgodnie z systemem operacyjnym.

Uruchom R: otwórz konsolę R lub RStudio (zintegrowane środowisko programistyczne dla języka R).

Zainstaluj pakiet `lpSolve`: W konsoli R wpisz następujące polecenie i naciśnij klawisz `Enter`, aby zainstalować pakiet `lpSolve` z repozytorium CRAN: `install.packages("lpSolve")`.

załaduj pakiet `lpSolve`: Po zakończeniu instalacji załaduj pakiet `lpSolve` do sesji R, używając następującego polecenia: biblioteka (`lpSolve`). Pakiet `lpSolve` powinien być teraz zainstalowany i gotowy do użycia w Twoim środowisku R.

Ponadto *ChatGPT* proponuje nam przetestowanie instalacji `lpSolve` na przykładzie rozwiązania problemu programowania liniowego przy wykorzystaniu następującego kodu języka R:

```
# Utwórz współczynniki funkcji celu
obiekt <- c(5, 3)
# Utwórz macierz ograniczeń
mat <- macierz(c(2, 1, 1, 2), nrow = 2, byrow = PRAWDA)
# Utwórz prawą stronę ograniczeń
kierunek <- c("<=", "<=")
rrs <- c(8, 6)
# Rozwiąż zadanie programowania liniowego
lp <- lp("max", obj, mat, dir, rhs)
# Wydrukuj rozwiązanie
print(rozwiazanie lp$)
```

Na zakończenie podpowiedzi czytamy: „Ten kod definiuje prosty problem programowania liniowego i rozwiązuje go za pomocą `lpSolve`. Jeśli wszystko zostało poprawnie zainstalowane, w konsoli powinno być wydrukowane optymalne rozwiązanie. Pamiętaj, aby zapoznać się z dokumentacją i zasobami `lpSolve`, aby uzyskać więcej informacji na temat efektywnego wykorzystania pakietu do określonych potrzeb optymalizacyjnych”.

Po zaskoczeniu precyzyjnością odpowiedzi i zachętą do współpracy z komputerowym doradcą postanowiono sprawdzić prawdziwość przesłanej rady. Rozpoczęto od zainstalowania pakietu R bazując na stronie (<https://www.r-project.org>). Pobranie programu R nastąpiło z serwera lokalnego na Uniwersytecie Wrocławskim.

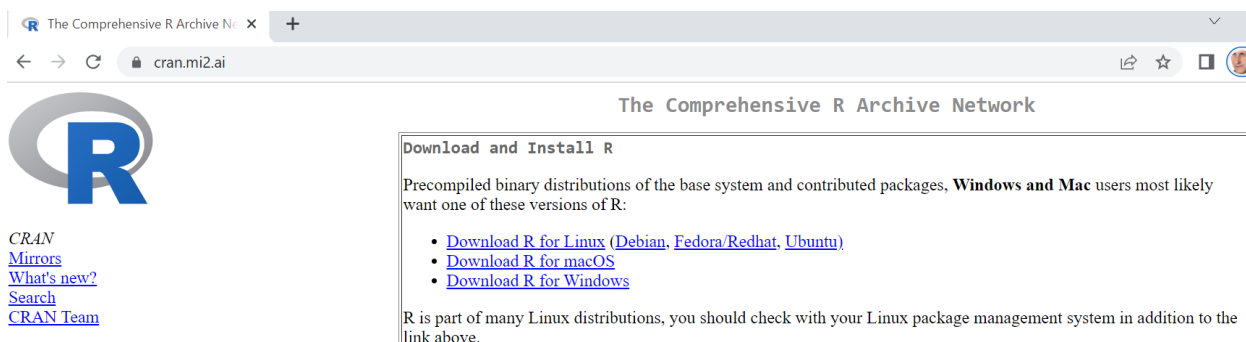


The screenshot shows a web browser window with the address bar displaying "r-project.org". The page content includes the R logo, the text "Projekt R dla obliczeń statystycznych", and a section titled "Rozpoczęcie pracy" (Getting started). Below the title, it says "R to wolne środowisko oprogramowania do obliczeń statystycznych i grafiki. Kompiluje się i działa na wielu różnych platformach UNIX, Windows i MacOS. Aby pobrać R, wybierz preferowany serwer lustrzany CRAN."

Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.5. Strona tytułowa pobrania programu *R 4.3.0*

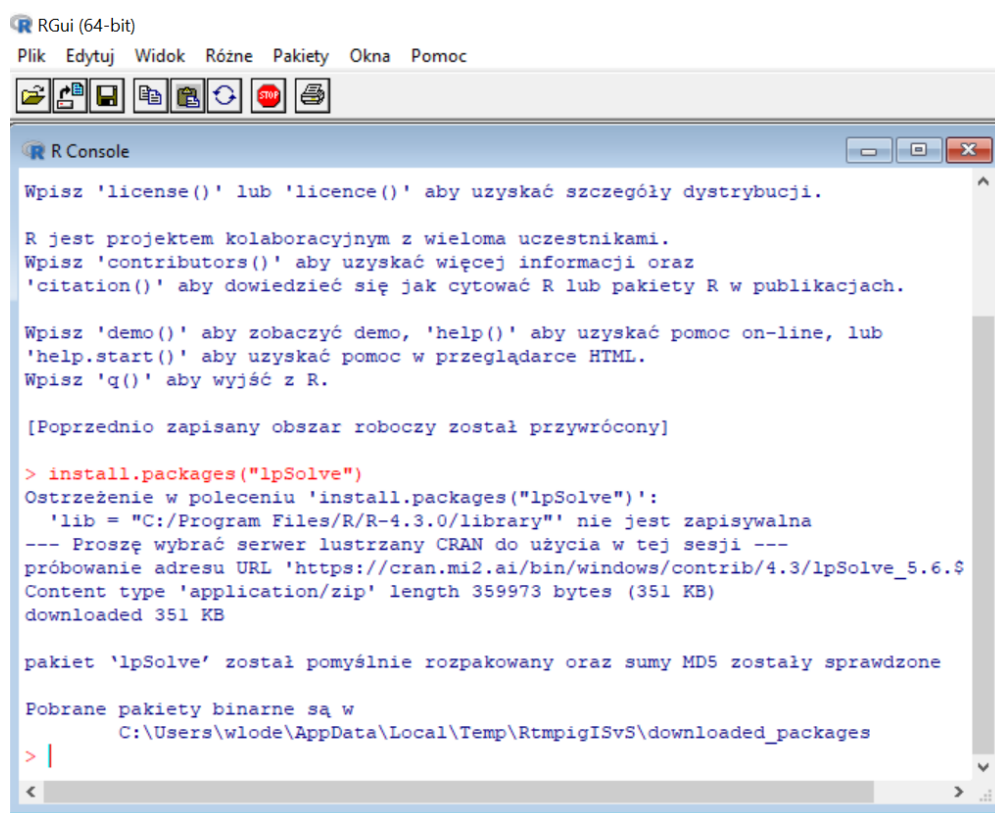
Kolejny krok to wskazanie ładowania *R* do *Windows* w tzw. formacie CRAN, czyli w wersji *cran.mi2.ai* (zob. rysunek 15.6).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 15.6. Wybór środowiska systemu operacyjnego *Windows* dla instalacji pakietu *R*

Mając już do dyspozycji pakiet *R* z jego okna *RGui* instalujemy program *lpSolve* podając polecenie: `install.packages(„lpSolve”)`. Dla skorzystania z tej sesji pobrania użyto, jak już wspomniano, tzw. serwer lustrzany CRAN. Jak wynika z rysunku 7. „*lpSolve*” został pomyślnie rozpakowany, sprawdzony i zapisany na dysku mego laptopa są na ścieżce: `c:\Users\wlude\AppData\Local\Temp\RtmpigISvS\downloaded_packages`.



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 7. Komunikat pakietu *R* o pomyślnym zainstalowaniu programu *lpSolve*

Sprawdźmy teraz, czy *lpSolve* dokonuje obliczenia optymalizacyjnego zadania decyzyjnego. W tym względzie skorzystamy z prostego przykładu zasugerowanego przez *ChatGPT* oraz przykładu własnego autora. Jednak w sekwencji kodu języka *R* musimy podać dla zadania decyzyjnego współczynniki funkcji celu, macierz norm jednostkowych ograniczeń dla zasobów oraz wskazać cel optymalizacji czyli maksimum (zob. rysunek 15.8). Rozwiązanie pierwszego przykładu z programowania liniowego są: $x_1 = 3,333333$; $x_2 = 1,333333$. Dla drugiego przykładu pobieramy ponownie z biblioteki program *lpSolve* i wprowadzamy parametry oraz dane wejściowe podobnie jak dla przykładu pierwszego i w rezultacie pracy programu uzyskujemy wyniki: $x_1 = 3$, a $x_2 = 1$.

```

RGui (64-bit)
Plik Edytuj Widok Różne Pakiety Okna Pomoc

R Console
> # Create the objective function coefficients
> obj <- c(5, 3)
> # Create the constraint matrix
> mat <- matrix(c(2, 1, 1, 2), nrow = 2, byrow = TRUE)
> # Create the right-hand side of the constraints
> dir <- c("<=", "<=")
> rhs <- c(8, 6)
> # Solve the linear programming problem
> lp <- lp("max", obj, mat, dir, rhs)
> # Print the solution
> print(lp$solution)
[1] 3.333333 1.333333
> library(lpSolve)
> # Współczynniki funkcji celu
> obj <- c(28, 24)
> # Macierz ograniczeń
> mat <- matrix(c(2, 6, 4, 2), nrow = 2, byrow = TRUE)
> # Kierunek ograniczenia zasobów
> dir <- c("<=", "<=")
> rhs <- c(12, 14)
> # Rozwiązanie problemu liniowego
> lp <- lp("max", obj, mat, dir, rhs)
> # Drukuj rozwiązanie optymalne
> print(lp$solution)
[1] 3 1

```

Źródło: Opracowanie własne.

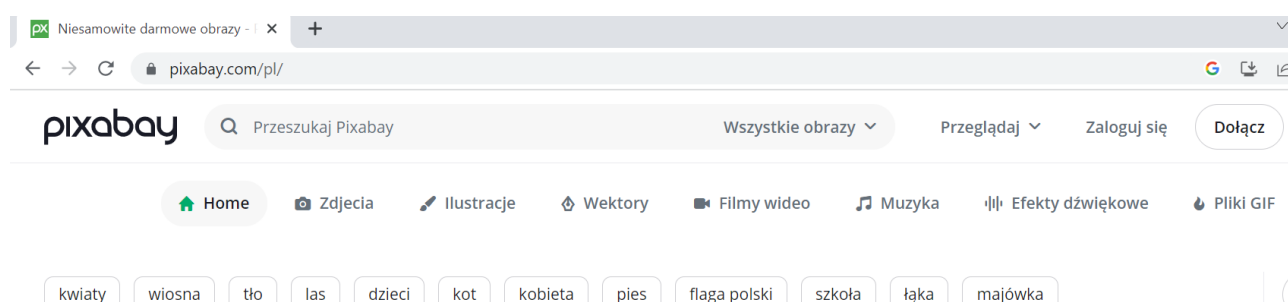
Rys. 15.8. Przykłady sformułowania dwóch zadań decyzyjnych i uzyskane rozwiązania

15.4. Niepokoje związane z zawansowaniem techniki AI

Według informacji internetowej BT Group Plc zapowiedział szeroko zakrojone zwolnienia pracowników¹²⁴. Redukcja zatrudnienia w szeregach brytyjskiego giganta o wcześniejszej nazwie

¹²⁴ <https://www.money.pl/gospodarka/brytyjski-gigant-zwolni-dziesiatki-tysiecy-osob-czesc-zastapi-sztuczna-inteligencja-6899458806147968a.html>.

British Telecom jest związana m.in. z wykorzystaniem sztucznej inteligencji. Natomiast wg internetowego banku zdjęć i filmów stockowych (Pixabay) – zob. rysunek 15.9, sztuczna inteligencja już teraz powoduje zwolnienia pracowników¹²⁵. Nadmienię, że bank ten obejmuje bazę obrazów na zmodyfikowanej wersji licencji Creative Commons Zero w wielkości około 2,3 miliona i jest uznawany za największy na świecie. Ponadto Pixabay umożliwia rejestrację oraz publikację własnych zdjęć w serwisie. BT (Blomberg Television) poinformował, że w firmie do 2030 r. planuje się zwolnić kilka tysięcy pracowników w związku z cyfryzacją, automatyzacją i sztuczną inteligencją¹²⁶.



Źródło: <https://pixabay.com/pl/>.

Rys. 15.9. Fragment strony bazy obrazów Pixabay

Bloomberg Television to amerykańska sieć płatnej telewizji skupiająca się na programach biznesowych i rynku kapitałowym, należąca do Bloomberg LP, która jest dystrybuowana na całym świecie, docierając do ponad 310 milionów domów. W Bloomberg zakłada się, że technologia AI pomoże firmie zastąpić niektórych pracowników IT i usług cyfrowych. Wiele czatów obsługi klienta już teraz jest obsługiwanych przez tzw. bota, a ten w dodatku jest wysoko oceniany przez klientów.

Sztuczna inteligencja została uznana za dyscyplinę akademicką w 1956 roku¹²⁷. Różne poddziedziny badań nad sztuczną inteligencją skupiają się na celach i zastosowaniach narzędzi. Tradycyjne cele badań nad sztuczną inteligencją obejmują rozumowanie, reprezentację wiedzy, planowanie, uczenie się, przetwarzanie języka naturalnego, percepcję jak można przenieść obiekty i manipulowania nimi. Ogólna inteligencja, czyli umiejętność rozwiązania problemu jest jednym z długoterminowych celów tej dziedziny. Pierwsi badacze opracowali algorytmy, które naśladowały rozumowanie krok po kroku, którego źródłem są ludzie, gdy rozwiązują zagadki lub dokonują logicznych dedukcji. W ramach badań nad sztuczną inteligencją opracowano narzędzia do reprezentowania różnych dziedzin, takich jak obiekty, właściwości, kategorie i relacje między obiektami, zdarzenia, stany, skutki, wiedza o wiedzy, czyli co wiemy o tym, co wiedzą inni.

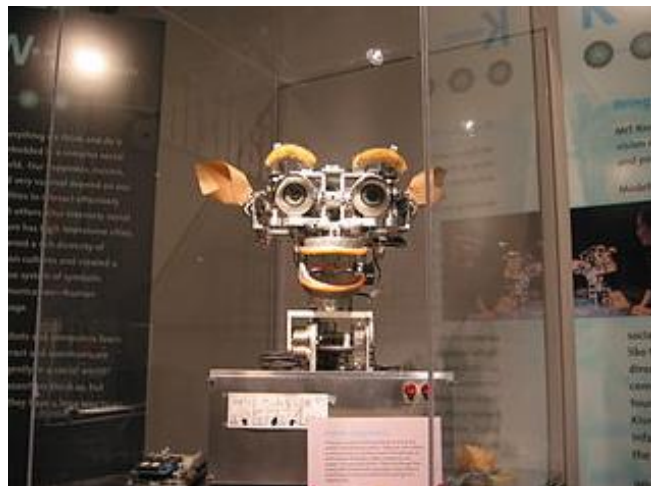
¹²⁵ <https://pl.wikipedia.org/wiki/Pixabay>.

¹²⁶ https://en.wikipedia.org/wiki/Bloomberg_Television.

¹²⁷ https://en-m-wikipedia-org.translate.google/wiki/Artificial_intelligence?_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=pl&_x_tr_hl=pl&_x_tr_pto=sc.

Wymieniona wcześniej percepcja maszynowa to zdolność do wykorzystania danych wejściowych z czujników (takich jak kamera, mikrofony, sygnały bezprzewodowe oraz lidar, sonar, radar i czujniki dotykowe do obserwacji współczesnego świata. Zastosowania obejmują rozpoznawanie mowy, twarzy oraz obiektów. Kreowana jest wizja komputerowa do rozpoznawania informacji rzeczywistych np. wizerunku twarzy małego dziecka. Wspomniany wcześniej lidar (*Light Detection and Ranging*) stanowi metodę pomiaru odległości poprzez oświetlanie celu światłem laserowym i pomiar odbicia za pomocą czujnika. Różnice w czasie powrotu wiązki lasera oraz zmiana długości fali mogą być następnie wykorzystane do tworzenia trójwymiarowego modelu, co ma zastosowania np. w lotnictwie.

Prace nad tworzeniem „inteligentnych” urządzeń elektronicznych trwają od wielu lat. Przykładem może być głowa robota o nazwie Kismet wykonana w latach 90. w Massachusetts Institute of Technology jako eksperyment z tzw. komputerem afektywnym, który potrafi w ograniczonym zakresie rozpoznawać i symulować emocje¹²⁸. Wymieniony Kismet, aby mógł właściwie wchodzić w interakcje z ludźmi, zawiera urządzenia wejściowe, które dają mu zdolności słuchowe i wizualne. Wyraz twarzy jest tworzony poprzez ruchy uszu, brwi, powiek, ust, szczęki i głowy (zob. rysunek 15.10). System oprogramowania tzw. inteligencji społecznej rangi Kismet lub syntetyczny układ nerwowy SNS został zaprojektowany z myślą o ludzkich modelach inteligentnego zachowania.



Źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Kismet_%28robot%29.

Rys. 15.10. Widok robota Kismet

Wiele problemów w sztucznej inteligencji, a w tym w rozumowaniu, planowaniu, uczeniu się, percepcji i tworzeniu urządzeń wymaga od projektanta oraz operatora działania z niepełnymi lub niepewnymi algorytmami. Nowoczesne sieci neuronowe modelują złożone relacje między

¹²⁸ https://en.wikipedia.org/wiki/Kismet_%28robot%29.

czynnikami i narzędziami oraz znajdują wzorce w danych. Boty można nauczyć się funkcji ciągłych, a nawet korzystać z operacji logicznych.

Opracowano specjalistyczne języki programowania dla potrzeb sztucznej inteligencji, takie jak Lisp¹²⁹, Prolog, TensorFlow i wiele innych. Ponadto zbudowano sprzęt, który obsługuje akceleratory sztucznej inteligencji i obliczenia neuromorficzne. Wymieniony język Lisp powstał jako wygodna matematyczna notacja dla programów komputerowych, oparta na rachunku lambda. Szybko został najchętniej wybieranym językiem do badania i rozwoju sztucznej inteligencji. Wywodzi się z niego wiele technik programistycznych, takich jak struktury drzewiaste, odśmiecanie pamięci, dynamiczne typowanie czy nowe koncepcje w programowaniu obiektowym (*Common Lisp Object System*). Stosowane obliczenia neuromorficzne naśladują strukturę i funkcję ludzkiego mózgu¹³⁰.

Sztuczna inteligencja jest stosowana w wyszukiwarkach, np. w Google), kierowaniu reklam internetowych, systemach rekomendacji oferowanych przez Netflix, YouTube czy Amazon. Ponadto w ukierunkowanej reklamie prowadzonej w ramach AdSense, Facebook, wirtualnych asystentach klasy Siri czy Alex. Osiągnięcia AI znalazły swój wyraz w pojazdach autonomicznych, dronach, translatorach językowych, filtrowaniu spamu oraz w tzw. chatbotach np. *ChatGPT*. Wymieniony tu *Google AdSense* to serwis reklamowy, wyświetlający na stronach WWW kontekstowe reklamy tekstowe, bannery oraz reklamy wideo¹³¹. W najbliższym czasie *AdSense* będzie wyświetlało reklamy oparte na aktywnościach internetowych i zachowaniach internautów. Funkcja ta nazywana jest *targetowaniem behawioralnym*.

Dla przykładu określmy jeszcze bliżej *Siri*, które jest inteligentnym asystentem osobistym¹³². Oprogramowanie to opiera się bowiem na interfejsie konwersacyjnym i rozpoznaje naturalną mowę użytkownika, odpowiada na jego pytania i wykonuje powierzone zadania. Dzięki implementacji nauczania maszynowego asystent ten z czasem analizuje osobiste preferencje użytkownika, w celu zapewnienia bardziej dopasowanych wyników i rekomendacji. Jednak aplikacja *Siri* wymaga stałego połączenia z Internetem, a jej główne źródła informacji to serwisy *Bing* i *Wolfram Alpha*.

Innym przykładem zastosowania AI są inteligentne sygnalizacje świetlne opracowane w Carnegie Mellonod 2009 roku, zainstalowane przez firmę Surtrac, która wdrożyła inteligentną kontrolę systemów ruchu w 22 miastach. Dzięki takiemu rozwiązaniu czas jazdy został skrócony o 25%, a czas oczekiwania w korku o 40% na skrzyżowaniach.

* * *

¹²⁹ <https://pl.wikipedia.org/wiki/Lisp>.

¹³⁰ <https://hashdork.com/pl/neuromorphic-computation/>.

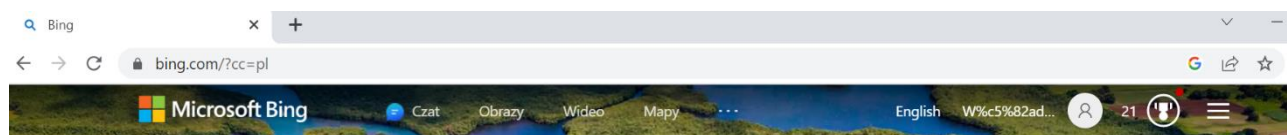
¹³¹ https://pl.wikipedia.org/wiki/Google_AdSense.

¹³² <https://pl.wikipedia.org/wiki/Siri>.

Jak już nadmieniono, *ChatGPT* to *chatbot* opracowany przez firmę OpenAI, wykorzystujący model GPT i służący do generowania odpowiedzi na temat zadany przez użytkownika¹³³. Model ten został opracowany na podstawie dużych zbiorów danych, głównie internetowych, tak aby mógł prowadzić rozmowę i angażować się w różne problemy, od ogólnych rozmów po określone obszary wiedzy. Narzędzie *ChatGPT* szybko zwróciło na siebie uwagę dzięki rozbudowanym odpowiedziom z wielu dziedzin wiedzy, które czasem są jednak tylko pozornie prawidłowe. Jego model językowy został opracowany zarówno za pomocą technik uczenia nadzorowanego, jak i uczenia przez wzmocnienie.

W związku z rosnącą popularnością omawianej aplikacji Fundacja Panoptykon zwróciła uwagę na różne skutki uboczne związane z tego rodzaju narzędziami, jak m.in. problemy z odpowiedzialnością prawną, zagrożenie dla prywatności, ułatwienie w tworzeniu materiałów dezinformacyjnych, a także rozwój biznesu w oparciu o model przynoszący negatywne konsekwencje społeczne¹³⁴. Panoptykon to polska organizacja pozarządowa, której celem jest ochrona podstawowych wolności wobec zagrożeń związanych z rozwojem współczesnych technik nadzoru nad społeczeństwem. Działalność Fundacji wpisuje się w szerszy nurt badania i reagowania na zjawisko „społeczeństwa nadzorowanego”.

Alternatywne do *ChatGPT* rozwiązanie programistyczne *HuggingChat* zostało sprawdzone na zestawie danych *OpenAssistant Conversations Dataset* (OASST1), wykorzystując metodologię szkoleniową opracowaną przez firmę OpenAI. Natomiast oprogramowanie *Bard* zostało stworzone przez Google jako odpowiedź na wyzwanie rzucone przez OpenAI i ich *ChatGPT*. Aplikacja *Bard* jest obecnie dostępna w 180 krajach, z wyłączeniem większości krajów europejskich, takich jak Polska, Niemcy i Francja. Jest oparta na LaMDA i technologii uczenia maszynowego. Działa poprzez analizę dużych zestawów danych tekstowych. Traktowana jest jako część większej rywalizacji między Google a Microsoftem, który zintegrował *ChatGPT* z własną wyszukiwarką *Bing*. Zatem warto jeszcze wspomnieć o *Bing*, którą producent Microsoft nazywa silnikiem decyzyjnym, ze względu na liczbę zaimplementowanych funkcji pomagających podjąć decyzję odnośnie do wyboru restauracji czy biletów lotniczych¹³⁵. Widok fragmentu strony internetowej wyszukiwarki *Bing* zaprezentowano na rysunku 15.11.



Źródło: <https://www.bing.com/?cc=pl>.

¹³³ <https://pl.wikipedia.org/wiki/ChatGPT>.

¹³⁴ https://pl.wikipedia.org/wiki/Fundacja_Panoptykon.

¹³⁵ <https://pl.wikipedia.org/wiki/Bing>.

Rys. 15.11. Fragment wyszukiwarki *Bing* z podaniem menu głównego

Będąc tematem niniejszego tekstu aplikacja *ChatGPT* określana jest w Wikipedii jako zaawansowany model językowy opracowany przez OpenAI. Jej głównym celem jest generowanie odpowiedzi na różne pytania zadawane przez ludzi, udzielanie informacji, pomoc w rozwiązywaniu problemów oraz uczestniczenie w rozmowach na różne tematy¹³⁶ i może być ona przydatna w szerokim zakresie zastosowań np.:

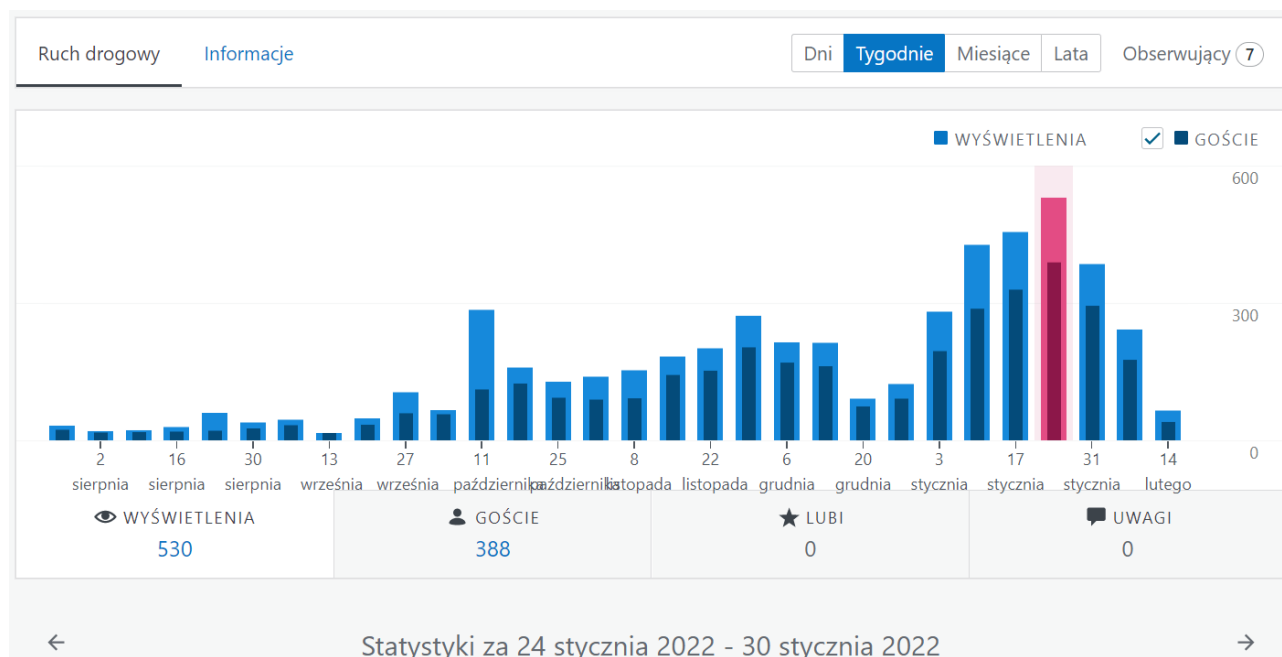
- wsparcie dla klienta,
- tworzenie treści,
- tłumaczenie,
- nauka i edukacja,
- generowanie pomysłów.
- programowanie i pomoc techniczna,
- rozrywka i gry,
- jako osobisty asystent (pomagając w organizacji życia codziennego, przypominając o ważnych terminach czy udzielając porad na różne tematy),
- jako wsparcie emocjonalne dla operatora.

¹³⁶ <https://www.politykabezpieczenstwa.pl/pl/a/chatgpt-co-to-takiego-jak-z-niego-skorzystac>.

16. Moje publikacje w latach 2008-2023 (Władysław Wornalkiewicz)



Coraz częściej spotykam się z dużym zainteresowaniem internautów moimi publikacjami i wpisami, a świadczy o tym tygodniowa statystyka w *WordPress* na blogu: <https://wornalkiewicz.wordpress.com/> (zob. rysunek 16.1).



Źródło: Opracowanie autora tego rozdziału na podstawie blogu „*Procesy informacyjne w teorii i praktyce*”.

Rys. 16.1. Statystyka w układzie tygodni na blogu moim blogu

Oprócz tego forum, współpracy z sympatykami metod ilościowych w domenie „*Google*” w Internecie, znajdują się pozycje ze zmiankami o moim dorobku naukowym na stronie www.WSZiA.Opole. Dalej zostaną zaprezentowane wybrane z tej strony moje pozycje publikacji zarówno jako książki, monografie indywidualne oraz artykuły w monografiach zbiorowych. Zaprezentowane zostaną publikacje sygnalizowane w domenie *Google* po wywołaniu autora „*Władysław Wornalkiewicz*”. Całość opracowano w układzie kolejności narastającej lat (2008-2022).

2008

1. „*Ekonomiczno-społeczne problemy współczesnego zarządzania i komunikacji*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2008, 255 s., artykuł „*Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych*”, strony: 190-204, ISBN 978-83-88980-69-5, 978-83-7511-098-2.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>.



2010

1. „*Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*”, monografia zbiorowa recenzowana (podręcznik akademicki), współautorstwo - Marjan Duczmal, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2010, 597 s., ISBN 978-8388980-94-7, 978-83-62105-41-0.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Wstep_do_ekonometrii_i_badan_operacyjnych.pdf.



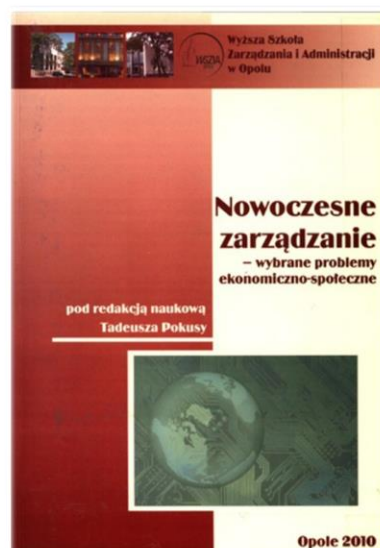
2. „*Zarządzanie i polityka społeczna - wybrane problemy*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2010, 443 s., artykuł „*Estymacja modeli wielorównaniowych w GRETL*” strony: 255-276, ISBN 978-83-88980-90-9, 978-83-62105-23-6.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>.



3. „*Nowoczesne zarządzanie - wybrane problemy ekonomiczno-społeczne*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2010, 242 s., artykuł: „*Propozycja określenia efektywności województw*”, strony: 189-208, ISBN 978-83-88980-98-5, 978-83-62105-53-3.

Link: <https://integro.bg.polsl.pl/172200374055/ksiazka/nowoczesne-zarzadzanie-wybrane-problemy-ekonomiczno-spoleczne?bibFilter=17>.



2011

1. „*Przejawy wielowymiarowości współczesnego zarządzania - formy i instrumenty ekonomiczno-społeczne*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2011, 394 s., artykuł: „*Model ekonometryczny zmiennej „liczba bezrobotnych”*”, strony: 172-186, ISBN 978-83-62683-20-8, 978-83-7511-135-4.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>.



2012

1. „*Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*”, wydanie II rozszerzone, część I, monografia zbiorowa recenzowana (podręcznik akademicki), współautorstwo - Marian Duczmal, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2012, 411 s., ISBN 978-83-62683-30-7, 978-83-7511-259-0.

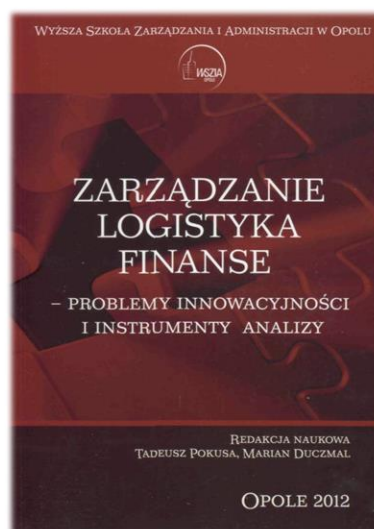
2. „*Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*”, wydanie II rozszerzone, część II, monografia zbiorowa recenzowana (podręcznik akademicki), współautorstwo - Marian Duczmal, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2012, 223 s., ISBN 978-83-62683-30-7, 978-83-7511-259-0.



3. „Zarządzanie Logistyka Finanse - Problemy innowacyjności i instrumenty analizy”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2012, ... s., artykuły: „Model wielorównaniowy PKB”, strony: 223-249, „Etapy i procedury budowy modelu produktu brutto podregionów”, strony: 261-279, ISBN

Link:

<https://w.bibliotece.pl/1798765/Zarz%C4%85dzanie+logistyka+finanse>.

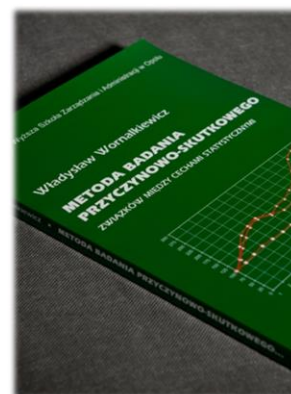


2013

1. „Metoda badania przyczynowo-skutkowego związków między cechami statystycznymi”, skrypt nr 1/2013 - pomocniczy do przedmiotu Ekonometria, Opole: Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2013, 252 s., ISBN 978-83-62683-44-4, 978-83-7511-187-3.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>;

https://books.google.pl/books/about/Metoda_badiana_przyczynowo_skutkowego_zw.html?id=0d0DoQEACAAJ&redir_esc=y.



2. „Modele ekonometryczne PKB obiektów struktury terytorialnej”, monografia indywidualna recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2013, 343 s., ISBN 978-83-62683-36-9, 978-83-7511-170-5.

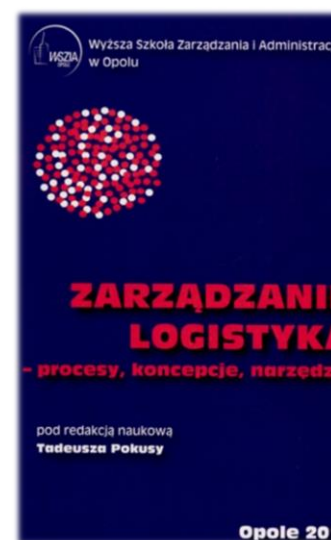
Link: <https://integro.bs.katowice.pl/32403087968/wornalkiewicz-wladyslaw/modele-ekonometryczne-pkb-obiektow-struktury-terytorialnej>.



3. „Zarządzanie Logistyka - procesy, koncepcje, narzędzia”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2013, 304 s., , artykuł „Programowanie wielokryterialne z zastosowaniem WinQSB”, strony: 168-184, ISBN 978-83-62683-49-9, 978-83-7511-192-7.

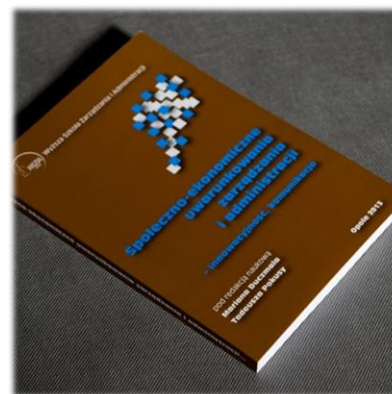
Link:

<https://integro.ciniba.edu.pl/integro/192504222555/ksika/zarzdzanielogistykakoncepcjeprocesynarzdzia>.



4. „Społeczno-ekonomiczne uwarunkowania zarządzania i administracji - innowacyjność, komunikacja”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2013, 251 s., artykuł „Wybór lokalizacji obiektu z zastosowaniem Expert Choice”, strony: 124-140, ISBN 978-83-62683-53-6, 978-83-7511-103-4.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>.



2014

1. „Formułowanie modeli ekonometrycznych na potrzeby zarządzania” cz. I, monografia indywidualna recenzowana (podręcznik akademicki), Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2014, 665 s., ISBN 978-83-62683-64-2, 978-83-7511-210-8.

2. „Formułowanie modeli ekonometrycznych na potrzeby zarządzania” cz. II, monografia indywidualna recenzowana (podręcznik akademicki), Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, **2015**, 665 s., ISBN 978-83-62683-64-2, 978-83-7511-210-8.

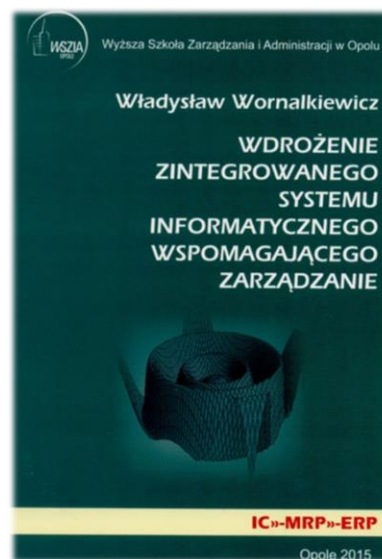
Link: <https://integro.bg.polsl.pl/172600881896/wornalkiewicz-wladyslaw/formulowanie-modeli-ekonometrycznych-na-potrzeby-zarzadzania>.



2015

1. „Wdrożenie zintegrowanego systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie”, monografia indywidualna recenzowana (podręcznik akademicki), Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2015, 370 s., ISBN 978-83-62683-67-3, 978-83-7511-226-9.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Wornalkiewicz_Wdrozenie_zintegrowanego_systemu_informatycznego.pdf.



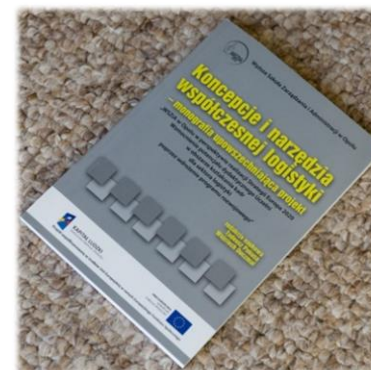
2. „Ekonomiczno-społeczne uwarunkowania rozwoju gospodarczego - zarządzanie informacją i nowymi technologiami”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: Wydawnictwo „Instytut Śląski”, 2015, 507 s., artykuły i strony: „Przejawy wdrożenia systemów informatycznych” (85-108), „Modelowanie procesów zarządzania” (124-146), współautorstwo: Ryszard Broszkiewicz, „EDI w procesie logistycznym” (278-301), „Analityka biznesowa” (356-375).

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/2_2021.pdf.



3. „Koncepcje i narzędzia współczesnej logistyki - monografia upowszechniająca projekt „WSZiA w Opolu w perspektywie realizacji Strategii Europa 2020 Wzmocnienie potencjału dydaktycznego Uczelni w obszarze kształcenia kadr dla sektora logistyki poprzez wdrożenie programu rozwojowego””, praca zbiorowa, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 102 s., artykuł „Implementacja systemów klasy ERP w logistyce”, ISBN 978-83-62683-75-8, 978-83-7511-235-1.

Link: <https://wordpress.com/media/wornalkiewicz.wordpress.com>.



2016

1. „Wprowadzenie do projektowanie systemów informatycznych zarządzania” Część 1, monografia indywidualna recenzowana (podręcznik), Opole: Wydawnictwo Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Opolu, 2016, 328 s., ISBN 978-83-62683-97-0, 978-83-7511-243-6.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Projektowanie_systemow_informatycznych_zarzadzania.pdf.

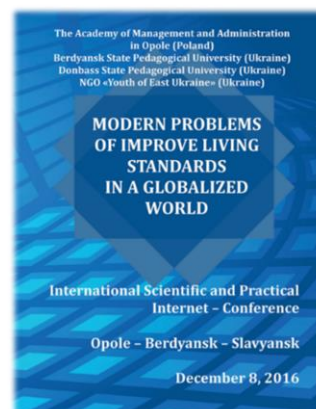
2. „Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania” część 2, monografia indywidualna recenzowana (podręcznik), Opole: Wydawnictwo Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Opolu, 2016, 567 s., ISBN 978-83-62683-97-0, 978-83-7511-243-6.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Wprowadzenie_do_projektowania_Czesc2.pdf.



3. „Conference Proceedings of the International Scientific Internet-Conference *Modern Problems of Improve Living Standards in a Globalized World*”, materiały pokonferencyjne - monografia zbiorowa recenzowana, Opole - Berdyansk - Slavyansk), 2016, (electronic edition), 534 s., artykuł „Rozwiązanie problemu transportowego metodą VAM” (22-28), ISBN 978-83-62683-871.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_modern_problems_of_imrpve_living_standards_in_a_globalized_world_slavyansk.pdf.



4. „*Social and Economic Priorities in the Context of Sustainable Development*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2016, 444 s., artykuł „*Product promotion and company image in Internet*” (*Promocja produktu i wizerunku firmy w Internecie*), strony: 138-148, , ISBN 978 - 83 - 62683 -78 - 9.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_priorytet_spoeczno_gospodarcze_w_kontekscie_zrownowazonego_rozwoju.pdf.



5. „20 lat Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu - interdyscyplinarność badań”, monografia zbiorowa recenzowana jubileuszowa, Opole: Wydawnictwo Instytut Śląski, 2016, 375 s., artykuł: „Wyszukiwarki i media społecznościowe”, strony: 320-333, ISBN 978-83-62683-86-4, 978-83-7511-247-4.

Link: [https://www.wszia.opole.pl/wp-](https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_wyzsza_szkola_zarzadzania_i_administracji_w_opolu_i_interdyscyplinarnosc_badan.pdf)

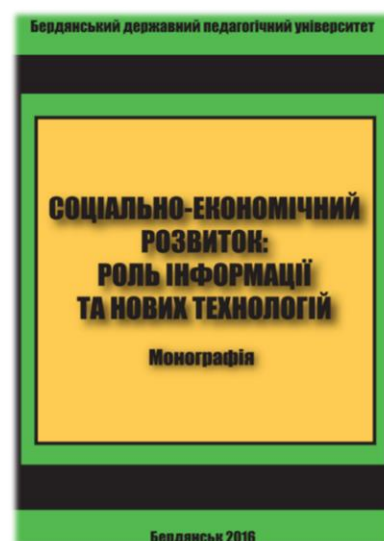
[content/uploads/2020/09/2016_wyzsza_szkola_zarzadzania_i_administracji_w_opolu_i_interdyscyplinarnosc_badan.pdf](https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_wyzsza_szkola_zarzadzania_i_administracji_w_opolu_i_interdyscyplinarnosc_badan.pdf).



6. „СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗВИТОК: РОЛЬ ІНФОРМАЦІЇ ТА НОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ”, monografia zbiorowa recenzowana, Бердянський державний педагогічний університет, 2016, 295 s., artykuł „Symulacja biznesowa”, strony: 197-208, ISBN 978-617-7291-44-1.

Link: [https://www.wszia.opole.pl/wp-](https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_%D0%9E%D0%A6%D0%86%D0%90%D0%9B%D0%AC%D0%9D%D0%9E_%D0%95%D0%9A%D0%9E%D0%9D%D0%9E%D0%9C%D0%86%D0%A7%D0%9D%D0%98%D0%99.pdf)

[content/uploads/2020/09/2016_%D0%9E%D0%A6%D0%86%D0%90%D0%9B%D0%AC%D0%9D%D0%9E_%D0%95%D0%9A%D0%9E%D0%9D%D0%9E%D0%9C%D0%86%D0%A7%D0%9D%D0%98%D0%99.pdf](https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_%D0%9E%D0%A6%D0%86%D0%90%D0%9B%D0%AC%D0%9D%D0%9E_%D0%95%D0%9A%D0%9E%D0%9D%D0%9E%D0%9C%D0%86%D0%A7%D0%9D%D0%98%D0%99.pdf).



7. „Освіта і суспільство. Міжнародний збірник наукових праць”, Бердянський державний педагогічний університет, 2016, 418 s., artykuł „Ranking metod ilościowych w Internecie”, strony: 275-285, ISBN 978-617-7291-80-9 (електронне видання).

Link: [https://bdpu.org.ua/wp-](https://bdpu.org.ua/wp-content/uploads/2019/10/Papers_Berdyansk_2016.pdf)

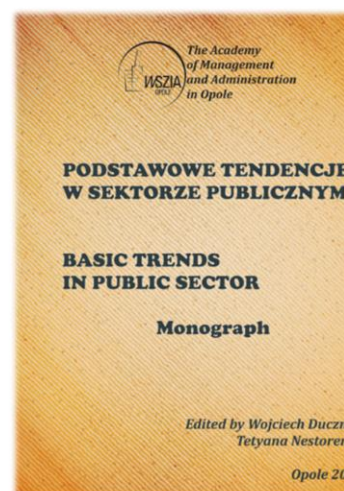
[content/uploads/2019/10/Papers_Berdyansk_2016.pdf](https://bdpu.org.ua/wp-content/uploads/2019/10/Papers_Berdyansk_2016.pdf).



8. „Basic Trends in Public Sector” („Podstawowe tendencje w sektorze publicznym”), monografia zbiorowa recenzowana, artykuł: *Designing of managerial consoles (Projektowanie pulpitów menadżerskich)*, strony: 58-74.

Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2016, 200 s., ISBN 978-83-62683-79-6.

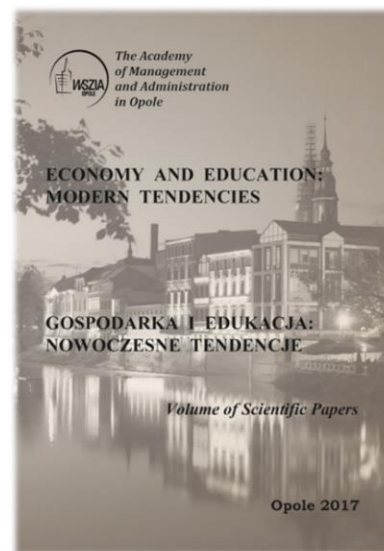
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2016_podstawowe_tendencje_w_sektorze_publicznym_duczmal_nestoreka-1.pdf.



2017

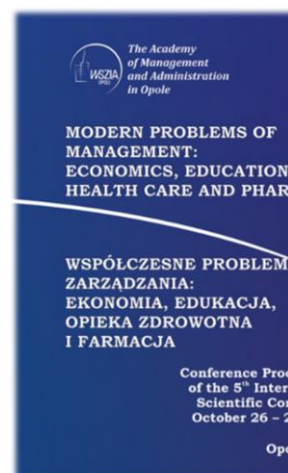
1. „ECONOMY AND EDUCATION: MODERN TENDENCIES” - GOSPODARKA I EDUKACJA: NOWOCZESNE TENDENCJE, Volume of Scientific Papers, monografia zbiorowa recenzowana, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017, 362 s., artykuł „Prognozowanie z wykorzystaniem zasady postarzania informacji”, strony: 39-43, ISBN 978 - 83 - 62683 - 24 - 6.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2017_economy_andeducation_modern_tendencies.pdf.



2. „Modern Problems of Management: Economics, Education, Health Care and Pharmacy”, Conference Proceedings of the 5 th International Scientific Conference, 232 s., Opole, The Academy of Management and Administration in Opole, 2017, artykuł „Zastosowanie konwertera plików”, strony: 25-27, 978-83-62683-23-9.

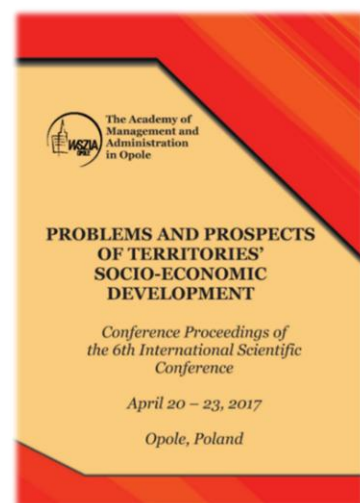
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2017_modern_problems_of_management_economics_education_health_care_and_pharmacy.pdf.



3. „Popularyzacja wybranych metod ilościowych w Internecie”, monografia indywidualna, Wyższa Szkoła Zarządzania i administracji w Opolu, Opole, 2017, 351 s.
 Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2017_popularyzacja_wybranych_metod_ilosciowych_w_internecie_wornalkiewicz.pdf.




4. „Problems and Prospects of Territories' Socio-Economic Development”, Conference Proceedings of the 6 th International Scientific Conference, materiały pokonferencyjne, monografia zbiorowa recenzowana, The Academy of Management and Administration in Opole, 2017, 272 s., artykuł: „Optymalizacja marszrutyzacji przewozów z zastosowaniem funkcji Excela”, strony: 41-43, ISBN 978-83-62683-10-9.
 Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2017_problems_and_prospects_of_territories_socio-economic_development.pdf.



5. „Актуальні проблеми прогнозування розвитку економіки...” („Bieżące problemy prognozowania ekonomiki Ukrainy”), zbiór prac naukowych - monografia zbiorowa recenzowana, 370 s., КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА (Kijowski Narodowy Uniwersytet im. Tarasa Szewczenki) i inne, 2017, „Optymalizacja przewozów z zastosowaniem funkcji Excela” strony: 154-169, ISBN 978-617-7291-98-4.
 Link: <https://bdpu.org.ua/actual-problems-of-forecasting-economic-development/>.




Бердянський державний педагогічний університет
 Приймальня ректора: (06153) 36244, rector@bdpu.org.ua
 Адреса: Запорізька область, м. Бердянськ, вул. Шкідта, 4

Університет Факультети Студенти Вступники Навчання Наука Міжнародна діяльність Розклад

Головна > Актуальні проблеми прогнозування розвитку економіки

Актуальні проблеми прогнозування розвитку економіки

6. „*Transformations in contemporary society: economic aspects*” (*Przemiany w nowoczesnym społeczeństwie: aspekty ekonomiczne*), monografia zbiorowa recenzowana, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017, 348 s., artykuł: „*Forecasting using the multiplicative model*” („*Prognozowanie z zastosowaniem modelu multiplikatywnego*”), strony: 205-212, ISBN 978-83-62683-96-3.

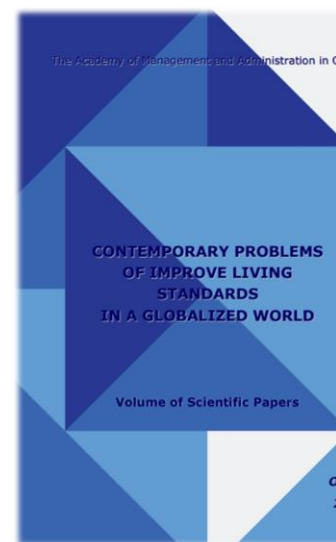
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2017_przemiany_w_nowoczesym_spoleczenstwie_aspekty_ekonomiczne_nosferanko_pokusa.pdf.



2018

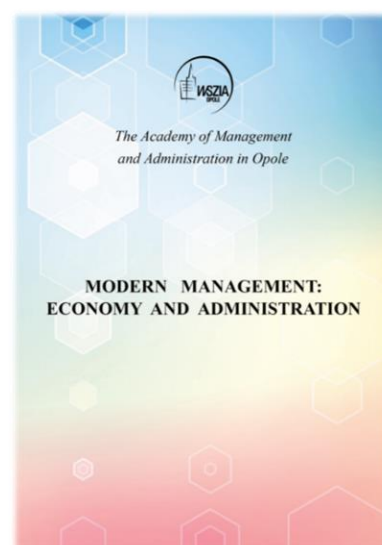
1. „*Contemporary Problems of Improve Living Standards in a Globalized World*”, Volume of Scientific Papers, monografia zbiorowa recenzowana, The Academy of Management and Administration in Opole, Opole, 2018, electronic edition, 770 s., artykuł „*Echa migracji w wybranej literaturze (Stosowane metody i modele)*”, strony: 516-527, ISBN 978-83-946765-1-3.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2018_contemporary_problems_of_improve_living_in_a_globalized_world.pdf.



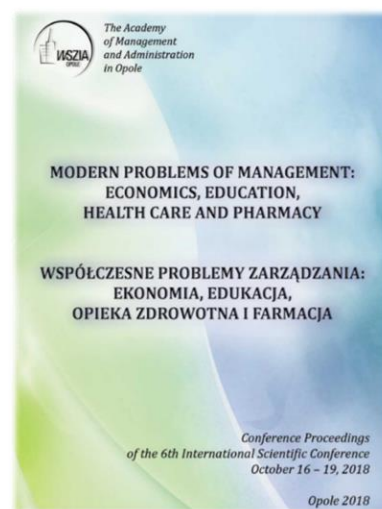
2. „*MODERN MANAGEMENT: ECONOMY AND ADMINISTRATION*” (*NOWOCZESNE ZARZĄDZANIE: EKONOMIA I ADMINISTRACJA*), monografia zbiorowa recenzowana, The Academy of Management and Administration in Opole, Opole, 2018, 218 s., artykuł „*Applications used in designing websites*” (*Aplikacje stosowane w projektowaniu stron www*), strony: 154-160, ISBN 978-83-62-683-27-7.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2018_modern_management_economy_and_administration.pdf.



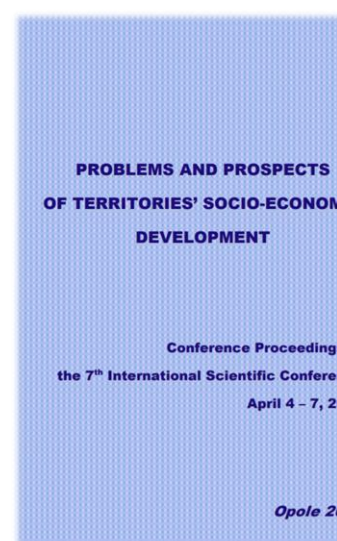
3. „*Modern Problems of Management: Economics, Education, Health Care and Pharmacy*” (*Współczesne problemy zarządzania: Ekonomia, edukacja, opieka zdrowotna i farmacja*), Conference Proceedings of the 6th International Scientific Conference, Opole, The Academy of Management and Administration in Opole, 2018, 116 s., artykuł „*Potrzeba utworzenia piramidy wskaźników procesów ludnościowych*”, strony: 22-25, ISBN 978-83-946765-1-3.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2018_modern_problems_of_management_economics_education_health_nad_pharmacy.pdf.



4. „*Problems and Prospects of Territories' Socio-Economic Development*” Conference Proceedings of the 7th International Scientific Conference, Opole, materiały pokonferencyjne, monografia zbiorowa recenzowana, The Academy of Management and Administration in Opole, 2018, 345 s., artykuł „*Ocena nieefektywności gospodarowania zasobami ludności*”, strony: 70-72, ISBN 978 - 83 - 62683 - 25 - 3.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2018_problems_andprospects_of_territories_socio_economic_development.pdf.

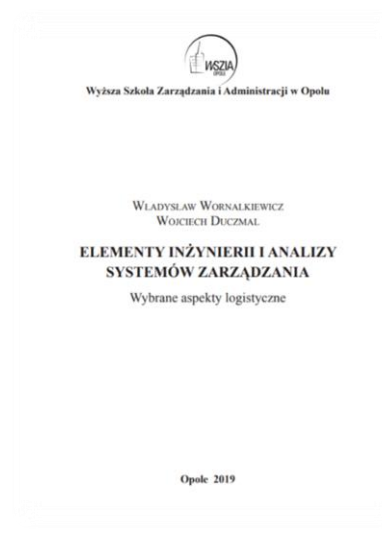


5. „*Uwarunkowania demograficzne rozwoju społecznego i ekonomicznego miasta Nysa i powiatu nyskiego*”, Opole-Nysa, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2018, 260 s., artykuł: „*Prognozowanie migracji ludności z uwzględnieniem wag harmonicznych*”, strony: 212-233, ISBN 978-83-946765-0-6.

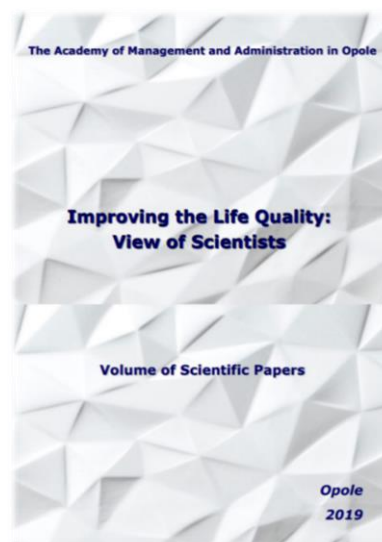


2019

1. „Elementy inżynierii i analizy danych systemów zarządzania Wybrane aspekty logistyczne”, monografia zbiorowa recenzowana (podręcznik akademicki), współautorstwo - Wojciech Duczmal, Opole, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Opolu, 2019, 341 s., ISBN 978-83-946765-8-2.
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Elementy_inzynierii_i_analizy_systemow_zarzadzania.pdf.



2. „Improving the Life Quality: View of Scientists”, Volume of Scientific Papers, monografia zbiorowa recenzowana, The Academy of Management and Administration in Opole, Opole, 2019, electronic edition, 660 s., artykuły: „Pozyskiwanie danych o odległościach dla potrzeb zagadnienia transportowego” strony: 118-136, „Prognozowanie zewnętrznych usług transportowych” strony: 137-156, „Zastosowanie taksonomii wrocławskiej” (157-188), ISBN 978-83- 946765-3-7.
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_improving_the_life_quality_view_of_scientists.pdf.



3 „Modern Technologies of Society Development”, Collective Scientific Monograph, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, 410 s., artykuł: „Verification of the research when comparing in pairs” (Weryfikacja badania przy porównywaniu parami), strony: 119-129, ISBN 978- 83-946765-6-8.
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_modern_technologies_in_education.pdf.



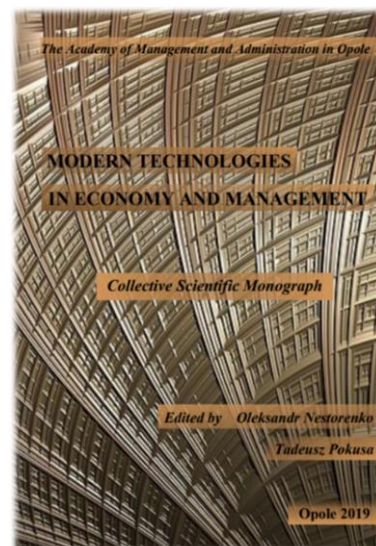
4. „*Modern Technologies in Education*”, Collective Scientific Monograph, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, 495 s., artykuł: „*Converting PDF to DOC*” (*Konwersja pliku formatu PDF na DOC*), strony: 184-194, ISBN 978-83-946765-5-1.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_modern_technologies_in_education_daucz.pdf.



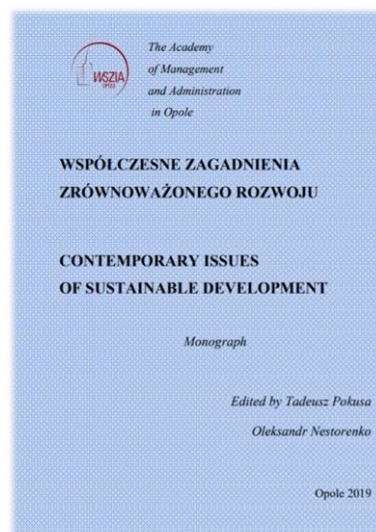
5. „*Modern Technologies in Economy and Management*”, Collective Scientific Monograph, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, 493 s., artykuł: „*Mortality modeling*” (*Modelowanie umieralności*), strony: 148-160, ISBN 978-83-946765-4-4.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_moderntechnologies_in_economy_and_management.pdf.



6. „*Contemporary issues of sustainable development*”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, 452 s., artykuł: „*Technology of optimization solutions in decision-making task*” (*Techniki rozwiązań optymalizacyjnych zadania decyzyjnego*), strony: 63-82, ISBN 978 - 83 - 946765 - 7 - 5.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_wspolczesne_zagadnienia_zrownowazonego_rozwoju.pdf.

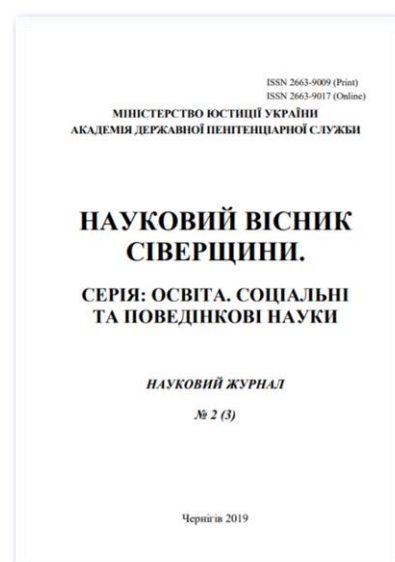


7. „Наука III тисячоліття: пошуки, проблеми”, перспективи розвитку, 2019, Збірник тез, БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДА МОЛОДИХ УЧЕНИХ, 291 с., артыкул „Conversion of Audio File to Text File” (Konwersja pliku audio na tekstowy), strony: 199-200, УДК 378:001. (063) Н 34.



Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0_%D0%86%D0%86%D0%86_%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%8F%D1%87%D0%BE%D0%BB%D1%96%D1%82%D1%82%D1%8F.pdf.

8. „Науковий вісник Сіверщини. Серія: Освіта”, Соціальні та поведінкові науки: науковий журнал / Академія Державної пенітенціарної служби”. Чернігів: Академія ДПтС, 2019. № 2 (3). 208 с. артыкул „Przyszłość → magistrala drogowa Hamburg-Szanghaj”, strony: 178-207, ISSN 2663-9009 (Print), ISSN 2663-9017 (Online).



Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2019_%D0%9D%D0%90%D0%A3%D0%9A%D0%9E%D0%92%D0%98%D0%99_%D0%92%D0%86%D0%A1%D0%9D%D0%98%D0%9A.pdf.

9. „Współpraca specjalizowanych systemów informatycznych Implementacja i integracja wybranych modułów”, monografia indywidualna, wydawca: GlobeEdit (International Book Market Service Ltd. , Member of OmniScriptum Publishing Group), Republic of Moldova, druk: Printforce - United Kingdom, 2019, 52 s., ISBN 978-613-42041-4.

Link: <https://www.morebooks.de/store/gb/book/wsp%C3%B3w-praca-specjalizowanych-system%C3%B3w-informatycznych/isbn/978-613-9-42041-4>.



2020

1. „Narzędzia wdrażania systemów informatycznych”, monografia indywidualna, wydawca: GlobeEdit (International Book Market Service Ltd. , Member of OmniScriptum Publishing Group), Republic of Moldova, druk: Printforce - United Kingdom, 2020, 140 s., ISBN 978-620-0-61025-6.

Link: https://www.morebooks.de/gb/p_978-620-0-61025-6;

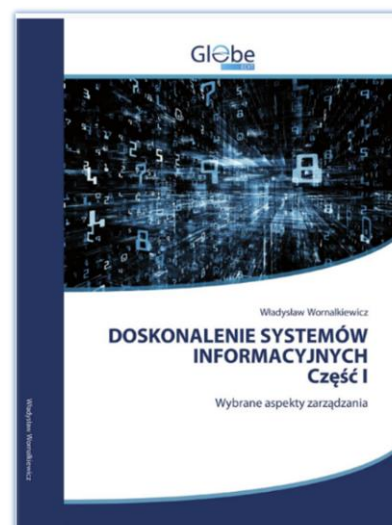
<https://www.globeedit.com>;

<https://www.morebooks.de/store/gb/book/narz%C4%99dzia-wdra%C5%BCania-system%C3%B3w-informatycznych/isbn/978-620-0-61025-6>.



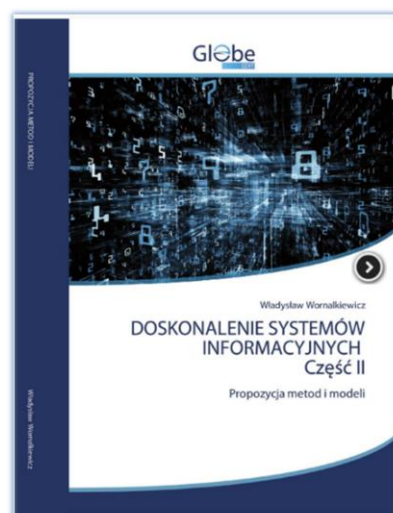
2. „Doskonalenie systemów informacyjnych” Część I „Wybrane aspekty zarządzania”, monografia indywidualna, wydawca: GlobeEdit (International Book Market Service Ltd. , Member of OmniScriptum Publishing Group), Republic of Moldova, druk: Printforce - United Kingdom, 2020, 388 s., ISBN 978-620-0-59233-0.

Link: <https://www.morebooks.de/store/gb/book/doskonalenie-system%C3%B3w-informacyjnych-cz%C4%99%C5%9B%C4%87-i/isbn/978-620-0-59233-0>.



3. „*Doskonalenie systemów informacyjnych*” Część II „*Propozycja metod i modeli*”, monografia indywidualna, wydawca: GlobeEdit (International Book Market Service Ltd. , Member of OmniScriptum Publishing Group), Republic of Moldova, druk: Printforce - United Kingdom, 2020, 452 s., ISBN 978-620-0-59542-3.

Link: <https://www.morebooks.de/store/gb/book/doskonalenie-system%C3%B3w-informacyjnych-cz%C4%99%C5%9B%C4%87-ii/isbn/978-620-0-59542-3>.



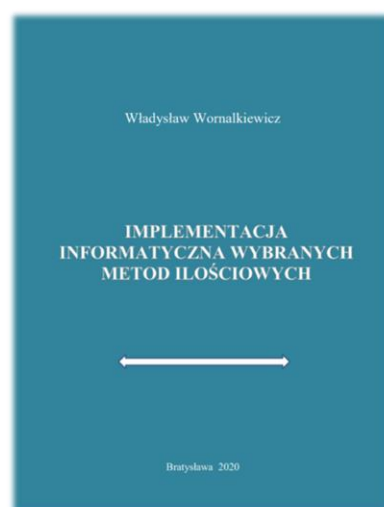
4. „*Osvita i suspільstvo V: Міжнародний збірник наукових праць*”, Бердянський державний педагогічний університет, Ополье: видавництво Вищої школи управління і адміністрації в Ополье, 422 с., 2020, artykuły: „*MOBILE APPLICATIONS IN LOGISTICS*” („*Aplikacje mobilne w logistyce*”) (strony: 277-287), „*METADATA EDITING PROGRAMS*”, „*Programy edycji metadanych*” (strony: 288-299), ISBN 978-83-66567-00-9.



Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/09/2020_%D0%9E%D0%A1%D0%92%D0%86%D0%A2%D0%90_%D0%86_%D0%A1%D0%A3%D0%A1%D0%9F%D0%86%D0%9B%D0%AC%D0%A1%D0%A2%D0%92%D0%9E_V.pdf.

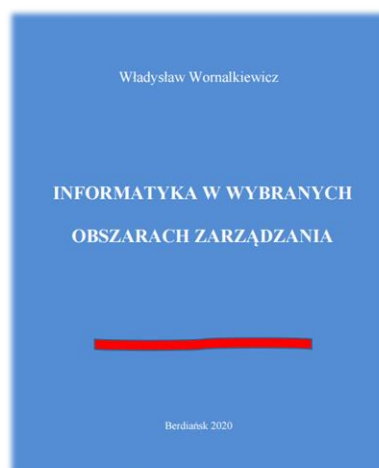
5. „*Implementacja informatyczna wybranych metod ilościowych*”, monografia indywidualna recenzowana, Bratysława: Wydawnictwo DENAKYR, s. r. o., 2020, 500 s., ISBN 978-80-973568-0-4.

Link: <https://wornalkiewicz.files.wordpress.com/2020/02/implementacja-informatyczna-wybranych-metod-iloc59bciowych.pdf>.



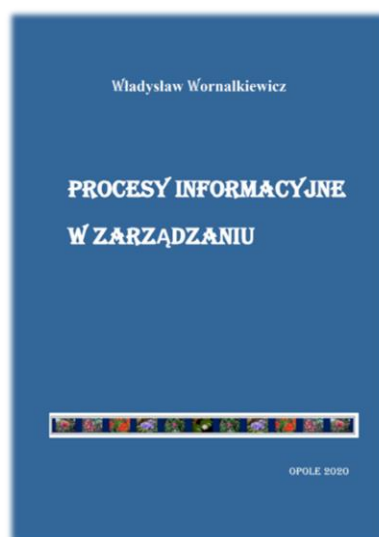
6. „*Informatyka w wybranych obszarach zarządzania*”, monografia indywidualna recenzowana, Berdjańsk: Wydawca „Svidler A.L.”, 2020, 450 s., ISBN 978-617-627-145-1.

Link: <https://wornalkiewicz.files.wordpress.com/2020/10/informatyka-w-wybranych-obszarach-zarzadzania.pdf>.



7. „*Procesy informacyjne w zarządzaniu*”, monografia indywidualna recenzowana, Opole: Wydawnictwo - Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2020, 373 s., ISBN 978-83-665-22-1.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Procesy_informacyjne_w_zarzadzaniu.pdf.



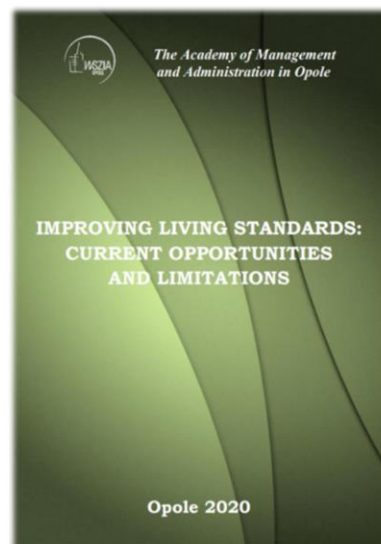
8. „*Journal of Modern Economic Research*”, Bratysława, monografia zbiorowa recenzowana, artykuł „*Innovative logistic solutions*” (*Innowacyjne rozwiązania logistyczne*), strony: 53-63, współautorstwo: Maksym Kutsenko, 2020, ISSN 2644-4380 nadruk; 2644-6332 online.

Link: <https://denakyrpublishing.science/index.php/jmer/article/view/40>.



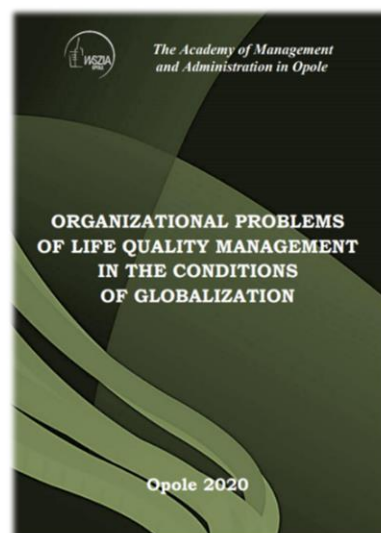
9. „*Improving living standards: current opportunities and limitations*”, monografia zbiorowa recenzowana, 594 s., Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2020, artykuł „*POS systems*” (*Systemy klasy POS*), strony: 139-167, ISBN 978 - 83 - 66567 - 21 - 4.

Link: https://www.wsza.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Zbirnyk_Osvita-i-suspilstvo-VI_new.pdf.



10. „*Organizational problems of life quality management in the conditions of globalization*”, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 428 s., 2020, artykuł „*Existing and intended logistic projects*” (*Istniejące i zamierzone przedsięwzięcia logistyczne*), strony: 309-334, ISBN 978 - 83 - 66567 - 20 - 7.

Link: https://www.wsza.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/2_2021.pdf.



2021

1. „Narzędzia informatyczne zarządzania w warunkach specjalnych”, monografia indywidualna recenzowana, Dnipro: Wydawca „Svidler A.L.”, 2021, 288 s., ISBN 978-617-627-168-0.

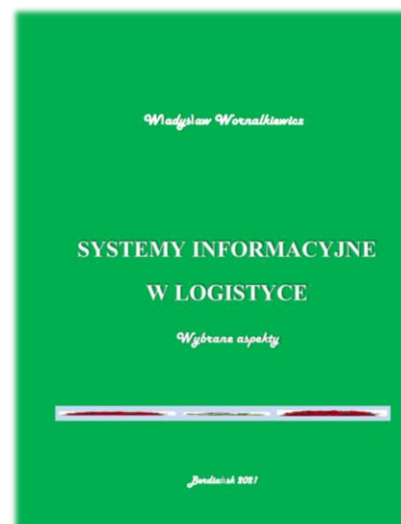
Link: <https://dspace.bdpu.org/handle/123456789/4082>



2. „Systemy informacyjne w logistyce Wybrane aspekty”, monografia indywidualna recenzowana, Dnipro: Wydawca „Svidler A/L.”, 2021, 376 s., ISBN 978-617-627-157-4.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Systemy_informacyjne_w_logistyce_Wornalkiewicz.pdf.

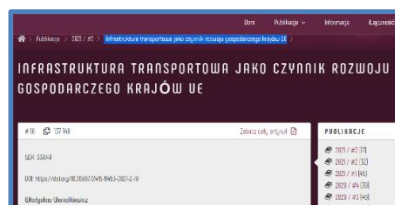
Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Systemy_informacyjne_w_logistyce_Wornalkiewicz.pdf.



3. „Економічні науки”, monografia zbiorowa recenzowana, Вісник Хмельницького національного університету, 2021, № 5, Том I, artykuł: *THE OVERSIZED CARGO FORWARDING: ECONOMIC AND LEGAL ASPECTS*, UDC 330, strony: 175-180, ISSN 2307-5740, współautorstwo: YURII KRAVCHYK, ALLA KAPLUNOVSKA.

Link: [vknu-es-2021-n-5-298-175-180\[1\].pdf](https://www.khnu.km.ua/vknu-es-2021-n-5-298-175-180[1].pdf) (khnu.km.ua). 3. „Економічні науки”, monografia zbiorowa recenzowana, Вісник Хмельницького національного університету, 2021, № 5, Том I, artykuł: *THE OVERSIZED CARGO FORWARDING: ECONOMIC AND LEGAL ASPECTS*, UDC 330, strony: 175-180, ISSN 2307-5740, współautorstwo: YURII KRAVCHYK, ALLA KAPLUNOVSKA. Link: [vknu-es-2021-n-5-298-175-180\[1\].pdf](https://www.khnu.km.ua/vknu-es-2021-n-5-298-175-180[1].pdf) (khnu.km.ua).

4. „Ukrainian Journal of Applied Economics”, 2021, Volume 6, Nr 2, artykuł „Transport infrastructure as a factor of the EU countries’ economic development” („Infrastruktura transportowa jako czynnik rozwoju gospodarczego krajów UE”), strony: 137-146, współautorstwo: Alla Kaplunovska, Olena Padchenko, ISSN 2415-8453. Link: <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2021-2-18>.



5. Huzhou University’s Multicultural Center (Wielokulturowe Centrum Huzhou - Chiny), UDC 656.021.2, artykuł „The perspective of increasing of road capacity”, („Perspektywa rozwoju dróg szosowych”), współautorstwo: Ievgen Medvediev, Seriy Soroka, 2021, strony: 12-24. Link: <https://wornalkiewicz.files.wordpress.com/2021/08/universytet-chiny.pdf>; <http://kwh.zjhu.edu.cn>.

2021 年 第 3 期

2021 年 第 3 期	
目录	
跨文化研究	■ 经济、发展 周春秀、尹治林、高孔、阿波林 影响阿塞拜疆工业就业结构形成因素分析 陈拉摩娜拉夫·坎奈姆克维奇、叶夫根尼·梅德韦杰夫、谢尔盖·索罗卡 甘黎·多罗申科 后疫情时代文化发展的管理 ■ 教育学 纳塔利娅·迪切克 国家建设和社会政策对普通中等教育：乌克兰的经验 伊莲娜·沙雷根纳-巴斯卡 设计现代学校教育环境评价的创新体系：方法与前景 陈娜、吉列尔莫·阿德里安·阿德里安 三二二制现代远程教育：目标、内容和改进的结果 李霞 阿塞拜疆高等教育现代化的问题 王李楠 中华人民共和国网络教育的理论与实践 ■ 心理学 陈立、谢尔盖·坎奈姆、高孔、阿波林、坎奈姆、坎奈姆、坎奈姆、坎奈姆 19 至 20 世纪白俄罗斯教育的发展 ■ 教育学 陈立、谢尔盖·坎奈姆、高孔、阿波林、坎奈姆、坎奈姆、坎奈姆、坎奈姆 20 世纪 80 年代至 90 年代选修课作为乌克兰学校教育内容的组成部分 陈娜、吉列尔莫·阿德里安·阿德里安 1850 年至 1870 年英国当局及社会团体在初等教育领域的改革活动 ■ 跨文化研究中心简介
	3
	12
	26
	39
	54
	70
	86
	92
	101
109	
121	
143	
154	
174	

主办单位：湖州师范学院
地址：湖州师范学院跨文化研究中心(浙江省湖州二环东路 739 号)
邮编：313000
电话：0572-3021033
网址：<http://kwh.zjhu.edu.cn>
内部资料 免费赠阅

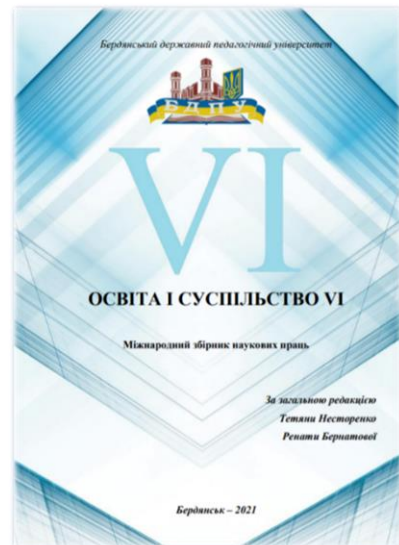
6. „SCIENTIFIC NOTES OF THE PEDAGOGICAL DEPARTMENT”, artykuł „ONLINE LEARNING AT UNIVERSITIES: POLISH-UKRAINIAN EXPERIENCE” „Nauczanie online na uniwersytetach: polsko-ukraińskie doświadczenia”, strony: 123-132, УДК 378.147.31, 2021, współautorstwo: Olena Taranukha, Olena Fonariuk. Link: 17560-Текст статьи-34489-1-10-20210721 (2).pdf; <https://periodicals.karazin.ua>.

7. „Modern management: theories, concepts, implementation”, monografia zbiorowa recenzowana, Opole: The Academy of Management and Administration in Opole, 2021, 430 s., artykuł „UNBLOCKING THE "ODRA - DANUBE" WATERWAY” (Udrożnienie drogi wodnej Odra - Dunaj), strony: 121-141, ISBN 978-83-66567-24-2. Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/7_2021.pdf.



8. „ОСВІТА І СУСПІЛЬСТВО VI” Міжнародний збірник наукових праць, monografia zbiorowa recenzowana, Biediańsk: Wydawnictwo - Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2021, artykuł „Opportunities to make milk reception logistics more modern” („Możliwości unowocześnienie logistyki odbioru mleka”),, strony: 328-343, ISBN 978-83-66567-26-9.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Zbirnyk_Osvita-i-suspilstvo-VI_new.pdf.



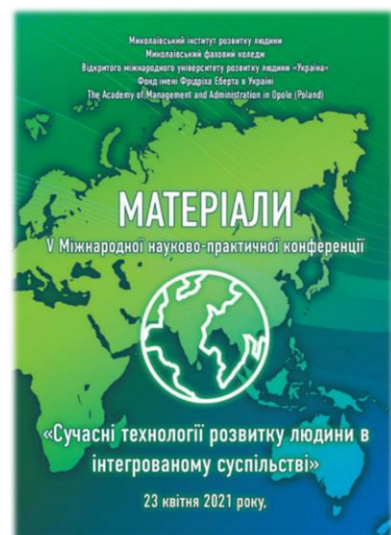
9. „SCIENTIFIC NOTES OF THE PEDAGOGICAL DEPARTMENT”, artykuł „ONLINE LEARNING AT UNIVERSITIES: POLISH-UKRAINIAN EXPERIENCE” „Nauczanie online na uniwersytetach: polsko-ukraińskie doświadczenia”, strony: 123-132, j. ang., УДК 378.147.31, 2021, współautorstwo: Olena Taranukha, Olena Fonariuk.

Link: 17560-Текст статті-34489-1-10-20210721 (2).pdf,
<https://periodicals.karazin.ua>;
<https://periodicals.karazin.ua/pedagogy/article/view/17560>.



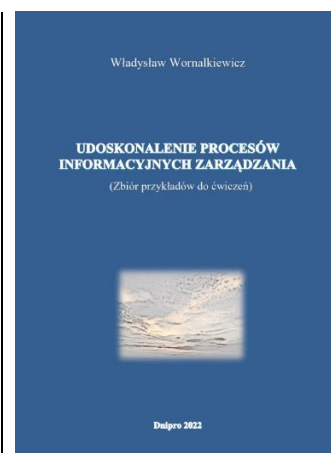
10. „СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВИТКУ ЛЮДИНИ В ІНТЕГРОВАНОМУ СУСПІЛЬСТВІ” Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції (Materiały V Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji), 2021, Миколаївський інститут розвитку людини (Instytut w Mikolaiv - Ukraina), monografia zbiorowa recenzowana pokonferencyjna, 308 s., artykuł „Socio-logistical aspects of the Vistula spit dug-through”, („Społeczno-logistyczne aspekty przekopu Mierzei Wiślanej”),, strony: 302-304, удк 371: 378.

Link: https://www.wszia.opole.pl/wp-content/uploads/2020/05/Spoleczno_logistyczne_aspekty_przekopu.pdf.



2022

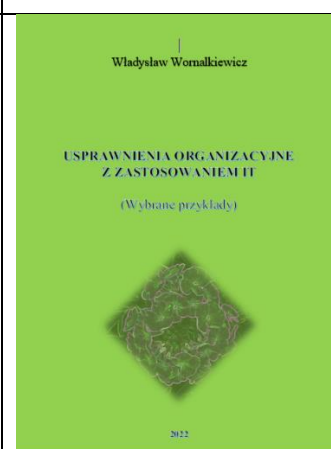
1. „*Udoskonalenie procesów informacyjnych zarządzania (Zbiór przykładów do ćwiczeń)*”, monografia indywidualna recenzowana, Dnipro: Wydawca „Svidler A.L.”, 241 s., ISBN 978-617-627-170-3.



2. „*Usprawnienia organizacyjne z zastosowaniem IT (Wybrane przykłady)*”, monografia indywidualna recenzowana, Kijów: Wydawca „Majster Knyg”, s. 340, ISBN 978-617-7652-59-4.

Link do strony internetowej Narodowego Uniwersytetu Gospodarki Miejskiej im. O.M. Beketova w Charkowie.:

http://eprints.kname.edu.ua/61802/1/Monografia_7.pdf



3. „*Zasilanie alternatywne pojazdów samochodowych*”, Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Technicznej w Katowicach, 2022, nr 15, s. 30, ISSN 2082-7016, eISSN 2450-5552.

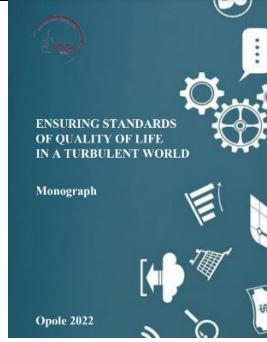


4. Artykuły w ramach monografii EDUKACJA I SPOŁECZEŃSTWO VII, zbiór artykułów naukowych, Opole 2022, strony: 278-320, ISBN 978-83-66567-41-2:

- „*Modelowanie biznesowe z zastosowaniem UML*”, stron: 16,
- „*Potrzeba scalania systemów klasy ERP*”, stron: 12,
- „*Wspomaganie dystrybucji systemem Dynamics NAV*”, s.: 15.

Wydanie przez: ANS Opole, Wydział Pedagogiczny Uniwersytetu w Preszowie (Słowacja), Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Bierdańsku (Ukraina).



<p>„<i>Projects in the field of 5G network construction</i>” (<i>Przedsięwzięcia w zakresie budowy sieci 5G</i>), s. 277-293, <i>Ensuring Standards of Quality of Life in a Turbulent World</i>. Monograph. The Academy of Applied Sciences – Academy of Management and Administration in Opole.</p>	
--	---

2023

<p>1. Artykuły w ramach monografii zbiorowej „<i>Modern Approaches to sustainable development</i>”, AŚ Katowice 2023:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Flood Prevention (Przeciwdziałanie powodziom wiosennym)</i>, 1.12. s. 95-105, referat na konferencji. ○ <i>Organization of a rescue action in a situation earthquake (Organizacja akcji ratowniczej w sytuacji trzęsienia ziemi)</i>, 2.3. s. 285-294. <p>Monografia pokonferencyjna 4th International Scientific Conference „<i>Role of Science and Education in Sustainable Development</i>” (<i>Znaczenie nauki i edukacji w zrównoważonym rozwoju</i>), konferencja międzynarodowa internetowa.</p>	
<p>2. Artykuł „<i>Procedure implementation of logistics services</i>” (<i>Implementacja procedury optymalizacji usług logistycznych</i>), <i>Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Technicznej w Katowicach</i>, 2023, nr 16, s. 12, w druku.</p>	
<p>3. Artykuł „<i>Cyber security</i>” (<i>Cybersecurity</i>), abstract, s. 5, VII International Scientific and Practice Conference „<i>Innovative potential and legal support of social and economic development of Ukraine: the challenge of the global world</i>”, konferencja internetowa, referat na platformie ZOOM, Poltava, may, 17-18, 2023.</p>	
<p>4. Wornalkiewicz W., monografia indywidualna „<i>Modelowanie ekonometryczne podstawą prognozowania</i>”, s. 340, <i>Akademia Nauk Stosowanych Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Oplu</i>, w druku.</p>	
<p>5. Wornalkiewicz W., monografia indywidualna „<i>Przedsięwzięcia w zakresie udoskonalenia pomocy humanitarnej (Studium przykładu)</i>”, s. 477, <i>Akademia Nauk Stosowanych Wyższej Szkoły Zarządzania i Administracji w Oplu</i>, w druku.</p>	

Bibliografia



- A**naliza arkusza, wymiana danych, tworzenie, automatyzacja prac, Podręcznik użytkownika tom 2, Microsoft Corporation, Ireland 1995.
- Anhplcer M., Gaspars H., Owczarkowski A., *Przykłady i zadania z badań operacyjnych i ekonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2003.
- B**iecek P., *Przewodnik po pakiecie R*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2008.
- Butowski L., Bornikowska A., *Zintegrowane metody AHP i PROMETHEE jako narzędzie oceny atrakcyjności europejskiej morskiej przestrzeni turystycznej dla turystyki żeglarskiej*, Prace i Studia Geograficzne, 63 3, Wydział Geografii i Studiów Regionalnych Uniwersytetu Warszawskiego, 2018.
- D**uczmal M., *Metody optymalizacji w zarządzaniu*, Wydawnictwo Instytut Śląski w Opolu, Opole 2014.
- Duczmal M., Wornalkiewicz W., *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych. Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*, Instytut Śląski w Opolu, Opole 2010.
- Duczmal M., Wornalkiewicz W., *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych Zbiór przykładów z zastosowaniem mikrokomputera*, Wydanie drugie rozszerzone, Część I i II, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2012.
- Duczmal W., *Wspomaganie komputerowe rachunkowości zarządczej*, Wydawnictwo Centrum Innowacji i Transferu Technologii w Opolu, Opole 2016.
- G**łuszek A., Rudziński F., *Zastosowanie algorytmów ewolucyjnych w problemie marszrutyzacji z oknami czasowymi*, file:///C:/Documents%20and%20Settings/home/Moje%20dokumenty/102_B_Gluszek_Rudzinski.pdf
- Górecka D., *Wielokryterialne wspomaganie wyboru projektów europejskich*, Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa, Toruń 2009, <https://cytaty.mfiles.pl/index.php/keyword/14763/0/Promethee>.
- Jędrzejczak Z., Kukuła K., Skrzypek J., Walkosz A., *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, red. nauk., Kukuła K., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
- K**opczewska K., Kopczewski T., Wójcik P., *Metody ilościowe w R Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, CeDeWu Warszawa, 2009.
- L**evandowski I., *Praca zaliczeniowa z ćwiczeń przedmiotu „Optymalizacja decyzji gospodarczych*, pozycja niepublikowana, WSZiA Opole, 2021.
- Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, artykuł w czasopiśmie *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, tom XIV, 2013, tab. 2, <http://www.academia.edu/9499435>.
- M**icrosoft Excel. Arkusz kalkulacyjny z grafiką reprezentacyjną i bazą danych, wersja 4.0 dla Windows TM, Microsoft Corporation Ireland 1992.
- Microsoft Excel. Opis funkcji, Microsoft Corporation Ireland 1993.
- N**owak E., *Zaawansowana rachunkowość zarządcza*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.
- O**chelska-Mierzejeska J., *Algorytm mrówkowy jako metoda rozwiązania problemu komiwojażera*, czasopismo - TTS Technika Transportu Szynowego, zeszyt 12, <https://pbn.nauka.gov.pl/sedno-webapp/works/747816>.
- P**raca z pakietem Microsoft Office 97. Konkretne rozwiązania w codziennej pracy, Microsoft Corporation, Ireland 1995.

- R**adzikowska B. (red.), *Metody prognozowania Zbiór zadań*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2004.
- Raj-Rogowska A., *Planowanie tras z wykorzystaniem narzędzia Solver jako zadanie logistyczne w małej firmie*, Politechnika Gdańska, <https://www.researchgate.net/publication/273612128>.
- S**teczyk A., *Zastosowanie metody PROMETHEE II do wyboru kursu e-learningowego w przedsiębiorstwie*, <https://www.mentor.edu.pl/artukul/index/numer/78/id/1398>.
- Szostek R., *Uogólniony model Holta na przykładzie prognozowania liczby pasażerów w transporcie lotniczym w Polsce*, *Ekonometria*, 2(36) 2012.
- W**alesiak M., Gatnar E., (red. nauk.), *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- Wayne L. W., *Microsoft Excel 2010 Analiza i modelowanie danych biznesowych*, APN Promise, Warszawa 2011.
- Wojcik K., *Rozpoznanie problemu komiwojażera i marszrutyzacji*, praca zaliczeniowa niepublikowana, WSZiA w Opolu, Opole 2019.
- Wornalkiewicz W., *Dobór metod i parametrów w budowaniu modeli ekonometrycznych*, monografia, *Ekonomiczno-społeczne problemy współczesnego zarządzania i komunikacji*, (red.) Duczmal M, Pokusa T, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji, Opole 2008.
- Wornalkiewicz W., Duczmal W., *Elementy inżynierii i analizy systemów zarządzania. Wybrane aspekty logistyczne*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, Opole 2019.
- Wornalkiewicz W., *Forecasting using the multiplicative model (Prognozowanie z zastosowaniem modelu multiplikatywnego)*, monografia zbiorowa *Transformations in contemporary society: economic aspects (Przemiany w nowoczesnym społeczeństwie: aspekty ekonomiczne)*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017.
- Wornalkiewicz W., *Formułowanie modeli ekonometrycznych na potrzeby zarządzania*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2014.
- Wornalkiewicz W., *Implementacja wybranych metod ilościowych*, Wydawnictwo DENAKYR, Bratysława 2020.
- Wornalkiewicz W., *Model ekonometryczny zmiennej „liczba bezrobotnych”*, monografia zbiorowa, *Przejawy wielowymiarowości współczesnego zarządzania - formy i instrumenty ekonomiczno-społeczne*, Wydawnictwo Instytut Śląski w Opolu, 2011.
- Wornalkiewicz W., *Model wielorównaniowy PKB*, monografia zbiorowa, *Zarządzanie Logistyka Finanse - Problemy innowacyjności i instrumenty analizy*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2012.
- Wornalkiewicz W., *Optimalizacja marszrutyzacji przewozów z zastosowaniem funkcji Excela*, monografia zbiorowa, *Problems and Prospects of Territories' Socio-Economic Development, Conference Proceedings of the 6 th International Scientific Conference*, The Academy of Management and Administration in Opole, 2017.
- Wornalkiewicz W., *Prognozowanie migracji ludności z uwzględnieniem wag harmonicznnych*, materiały pokonferencyjne, *Uwarunkowania demograficzne rozwoju społecznego i ekonomicznego miasta Nysa i powiatu nyskiego*, Opole-Nysa, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2018.
- Wornalkiewicz W., *Prognozowanie z wykorzystaniem zasady postarzania informacji*, monografia zbiorowa *Economy and education: modern tendencies (Gospodarka i edukacja: nowoczesne tendencje)*, Volume of Scientific Papers, monografia, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, 2017.

Wornalkiewicz W., *Prognozowanie zewnętrznych usług transportowych*, monografia zbiorowa, *Improving the Life Quality: View of Scientists*, Volume of Scientific Papers, The Academy of Management and Administration in Opole, 2019, electronic edition.

Wornalkiewicz W., *Rozwiązanie problemu transportowego metodą VAM*, materiały konferencyjne, *Conference Proceedings of the International Scientific Internet-Conference Modern Problems of Improve Living Standards in a Globalized World*, Opole - Berdyansk - Slavyansk, 2016, (electronic edition).

Wornalkiewicz W., *Technology of optimization solutions in decision-making task (Techniki rozwiązań optymalizacyjnych zadania decyzyjnego)*, monografia *Contemporary issues of sustainable development*, The Academy of Management and Administration in Opole, 2019.

Wornalkiewicz W., *Wdrożenie zintegrowanego systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu, Opole 2015.

Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2016, s. 194.

Zagurski O., Pokusa T., Duczmal M., Ohienko M., Zagurska S., Titova L., Rogovskii I., Ohienko A, Supply Chain Logistics service system: *Methods and Models of Its Optimization*, , chapter 3, *Development of Integrated Model of Optimization of Logistics Service of Supply Chain*, The Academy of Management and Administration in Opole, Publishing House WSZiA, 2022.



Dr inż. prof. ANS-WSZiA w Opolu (Polska) Władysław Wornalkiewicz jest autorem książek z zakresu statystyki i ekonometrii z zastosowaniem programów komputerowych. Jego praca naukowa skupia się na testowaniu różnych metod modelowania ekonometrycznego z użyciem danych statystycznych oraz takich narzędzi programistycznych jak pakiety *Excel*, *Gretl*, *WinQSB*, *R*, *DEAP*, *Expert Choice* i innych. Jest absolwentem kilku kierunków na Politechnice Wrocławskiej, gdzie uzyskał tytuły inżyniera mechanika, magistra inżyniera organizatora produkcji, doktora nauk ekonomicznych, pedagoga Ministerstwa Edukacji Narodowej. Ukończył również program edukacyjny „Polska w procesie integracji europejskiej”.

Zatrudniony jest w Akademii Nauk Stosowanych (ANS-WSZiA) w Opolu na stanowisku Profesora Uczelni. Obecnie ma tam wykłady z przedmiotów: *Procesy informacyjne w zarządzaniu*, *Systemy informacyjne w logistyce*, *Technologie informacyjne*, *Informatyka w zarządzaniu*, *Badania operacyjne*, *Optymalizacja decyzji gospodarczych*. Ponadto prowadzi seminaria dyplomowe licencjackie i magisterskie. W dorobku naukowym ostatnich lat są następujące książki: *Wstęp do ekonometrii i badań operacyjnych*, tom I. *Wybrane modele ekonometryczne*, *Formułowanie modeli ekonometrycznych do potrzeb zarządzania* - dwa tomy (*Środowiska programowe statystyki opisowej*, *Zagadnienia ekonometrii*), *Wdrożenie zintegrowanego systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie*, *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania* - dwie części (*Wybrane systemy zarządzania i sposoby modelowania*, *Narzędzia wspomagające projektowanie systemów*), *Elementy inżynierii i analizy systemów zarządzania Wybrane aspekty logistyczne* - rozdziały: 1-9, 16-22, *Współpraca specjalizowanych systemów informatycznych*.

W latach 2020-2021 ukazały się monografie indywidualne autora, a mianowicie:

- *Implementacja informatyczna wybranych metod ilościowych*, opublikowana przez wydawnictwo DENAKYR w Bratysławie;
- *Informatyka w wybranych obszarach zarządzania*, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina);
- *Procesy informacyjne w zarządzaniu*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu;
- *Systemy informacyjne w logistyce Wybrane aspekty*, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina);
- *Narzędzia informatyczne zarządzania w warunkach specjalnych*, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina);
- *Udoskonalenie procesów informacyjnych zarządzania (zbiór przykładów do ćwiczeń)*, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina);
- *Usprawnienia organizacyjne z zastosowaniem IT (Wybrane przykłady)*, Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina);
- *Doskonalenie systemów informatycznych: część I. Wybrane aspekty zarządzania, część II. Propozycja metod i modeli*, GlobeEdit (Niemcy);
- *Narzędzia wdrażania systemów informatycznych*, GlobeEdit (Niemcy);
- *Współpraca specjalizowanych systemów informatycznych*, w GlobeEdit (Niemcy).

Efektom prac badawczych są trzy publikacje: skrypt - *Metoda badania przyczynowo-skutkowego związków między cechami statystycznymi*, książka - *Modele ekonometryczne PKB obiektów struktury terytorialnej*, książka *Popularyzacja wybranych metod ilościowych w Internecie*. Jest autorem wielu artykułów wydrukowanych w monografiach WSZiA w Opolu, opublikowanych przez Uniwersytet Pedagogiczny w Berdyansku (Ukraina), Uniwersytet Pedagogiczny w Presovie (Słowacja), Uniwersytet Techniczny w Czerniowie (Ukraina) i w innych wydawnictwach.



Roman Sharavara – kandydat nauk ekonomicznych, profesor nadzwyczajny, profesor Katedry Prawa i Finansów. Od 2009 roku pracuje w Połtawskim Instytucie Ekonomii i Prawa Uniwersytetu „Ukraina”.

Zainteresowania naukowca obejmują problematykę funkcjonowania giełdy jako odrębnego segmentu systemu finansowego kraju. A także problematykę budowy modeli ekonomicznych i matematycznych służących optymalizacji decyzji zarządczych. Szczególną uwagę w badaniach poświęca się zagadnieniu kształtowania się nowoczesnego modelu interakcji inwestora prywatnego z emitentem papierów wartościowych.

Autor ma w swoim dorobku około 150 prac naukowo-dydaktyczno-metodologicznych dla szkolnictwa wyższego poświęconych problematyce kształtowania konkurencyjnego sektora finansowego gospodarki.

Obecnie wykłada następujące dyscypliny: *Metodologia i organizacja badań naukowych*, *Gospodarka globalna*, *Zarządzanie finansami*, *Współczesne teorie ekonomiczne*.

Od 2012 roku pełni funkcję pierwszego zastępcy dyrektora Połtawskiego Instytutu Ekonomii i Prawa Uniwersytetu „Ukraina”.